

James Mirrlees

詹姆斯·莫里斯
论文精选

——非对称信息下的激励理论



商 务 印 书 馆

詹姆斯·莫里斯论文精选

——非对称信息下的激励理论

张维迎 编

商 务 印 书 馆

1997年·北京

图书在版编目(CIP)数据

詹姆斯·莫里斯论文精选 / (英)莫里斯著; 张维迎编.
－北京:商务印书馆,1997
ISBN 7-100-02435-8

Ⅰ.詹… Ⅱ.①莫… ②张… Ⅲ.①经济学-文集②莫里斯-文集 Ⅳ.F0-53

中国版本图书馆 CIP 数据核字(97)第 00177 号

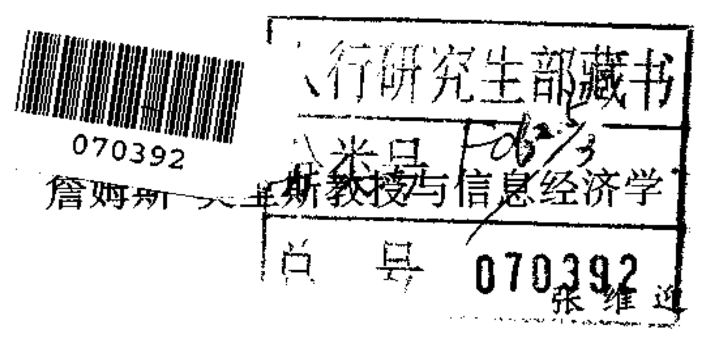
ZHĀNMŪSĪ MÒLĪSĪ LÙNWÉN JĪNGXUĂN
詹姆斯·莫里斯论文精选
——非对称信息下的激励理论
张维迎 编

商 务 印 书 馆 出 版
(北京王府井大街 36 号 邮政编码 100710)
新华书店总店北京发行所发行
一 二 〇 一 印 刷 厂 印 刷
ISBN 7-100-02435-8/F·311

1997 年 3 月第 1 版　　开本 850×1168 1/32
1997 年 3 月北京第 1 次印刷　　字数 300 千
印数 4 000 册　　印张 12½　插页 1

定价: 19.50 元





詹姆斯·莫里斯教授与信息经济学*

张维迎

1. 引言

自1969年设立诺贝尔经济学奖以来,每年一度的评奖结果备受经济学界的关注,因为诺贝尔奖不仅是对获奖者过去的成就的肯定,更是为主流经济学发展现状和未来发展的方向定位。1996年诺贝尔经济学奖授予了英国剑桥大学的詹姆斯·莫里斯(*James Mirrlees*, 又译米尔利斯)教授和美国哥伦比亚大学的威廉姆·维克瑞(*William Vickrey*)教授,表彰他们对信息经济学的贡献。这可以说明信息经济学已成为主流经济学的一部分。莫里斯教授是我在牛津大学读书时的导师。本文中,我将着重介绍他对信息经济学的贡献。第2节可以说是信息经济学的一个引论;第3节介绍莫里斯教授对委托—代理理论(隐藏行动的道德风险理论)的主要贡献;第4节介绍莫里斯教授对隐藏信息(逆向选择)理论的贡献;第5节讨论信息经济学对认识中国经济体制转轨的意义。

鉴于詹姆斯·莫里斯这个名字对国内读者还比较陌生,让我首先对他的个人背景作一点简要介绍。莫里斯生于1936年,苏格兰人,与亚当·斯密是同乡。1957年获得爱丁堡大学数学硕士学位,1963年获剑桥大学经济学博士。此后曾任教于剑桥大学,也曾到*MIT*任客座教授。1969年,他年仅33岁就被正式聘为牛津大学

---

* 本文为汤敏和茅于轼主编的《现代经济学前沿专题》第三辑而作。

的教授。我们知道,牛津授予一个教授头衔可不是很容易的事,那时牛津经济学科内总共也就两三位教授。而这时莫里斯教授并没有什么有影响的论文正式发表,但牛津就授予了他教授的职位,这或许正体现了牛津对选拔人才有很好的机制,能够发现人才的潜质。有人说在牛津如果你 40 岁以前评不上教授,这辈子就不要再想了。从 1969 年起到 1995 年,莫里斯教授一直从教于牛津,任该校埃奇沃思讲座经济学教授, *Nuffield* 学院院士[我到 *Nuffield* 时,他已是该学院最资深的院士(*senior fellow*)]。他还曾担任过国际计量经济学会会长、英国皇家经济学会会长等职,是英国科学院院士、美国艺术与科学院院士。此外,他还兼任过卡拉奇巴基斯坦经济开发研究所顾问,英国财政部政策最优委员会成员等职,并担任过几个重要学术杂志的编辑工作。1994 年,由于感情甚笃的夫人去世,莫里斯教授为换个环境,于 1995 年 5 月转到了剑桥大学任教。

除后面要介绍的信息经济学外,莫里斯教授在其他方面也有很多重要建树。最著名的是他对公共财政理论(*public finance*)的贡献。他 1971 年的文章是所得税方面最经典的文献。莫里斯教授在 1971 年还和美国经济学家戴蒙德(*P. Diamond*)合作在《美国经济评论》(*AER*)连续两期发表了《最优税制和公营生产:1. 生产效率和 2. 税收条例》(*Optimal taxation and public production* Ⅰ: *Production efficiency and* Ⅱ: *Tax rules*)一文。这篇文章扩展了 20 年代剑桥的一位经济学家拉姆塞(*Frank Plumpton Ramsey*)的最优产品税理论,[①]提出了"拉姆塞-戴蒙德-莫

① 这里不妨插一句,拉姆塞是位非常有天赋的人,他只活了 27 岁,是个大学生,只发表了三四篇文章,但都已经是经典文献。凯恩斯的许多理论是他给以数学检验的。凯恩斯对拉姆塞 1928 年的论文的评价是:"有史以来对数理经济学的最卓越贡献之一。"

里斯税收法则”。此外，莫里斯教授在福利经济学、增长理论、项目评估方面都有贡献。比如，他与牛津的另一位福利经济学家利特尔（D. Little）合作写了《发展中国家的项目评估和计划》（*Project appraisal and planning for developing countries*），其中发展的许多方法至今还是很经典的。

这里很值得一提的是，莫里斯教授的很多贡献本来是从规范经济学研究出发而非从实证出发，这一点他和威廉姆·维克瑞很相似。比如，1974 年的那篇重要论文的题目就是《关于福利经济学、信息和不确定性的笔记》（*Notes on welfare economics, information, and uncertainty*）。文中开始就假定国家要最大化社会福利函数，但由于莫里斯教授研究了政府面临并不了解企业、家庭的具体信息等情况，得出了对信息经济学的开创性贡献。再如他 1971 年有关最优所得税的研究，以及后来他研究税收与家庭规模的关系，税收与人口的关系，扭曲经济下的政策问题等等。如果单看他的研究领域，会发现很多是政策导向方面的问题，但莫里斯教授得出的结果的确完全是理论性的，触到了问题的最深层，而且很深奥，很数理化，没有一定的数理功夫难以读懂。因此，我们或许可以把他说成是一位“应用理论经济学家”（*applied theorist*）。他对信息经济学的贡献可以说是他研究最优政策理论的副产品。

2. 信息经济学概述

信息经济学是有关非对称信息下交易关系和契约安排的理论。从本质上讲，信息经济学是非对称信息博弈论在经济学上的应用。这里，非对称信息（*asymmetric information*）指的是某些参与人拥有另一些参与人不拥有的信息。如果说信息经济学与博弈论有什么不同的话，这种不同主要表现在研究的着眼点上：博弈论

是方法论导向的，而信息经济学是问题导向的。博弈论研究的是：给定信息结构，什么是可能的均衡结果？信息经济学研究的问题是：给定信息结构，什么是最优的契约安排？因为信息经济学研究什么是非对称信息情况下的最优交易契约，故又称为契约理论，或机制设计理论。从这个角度讲，博弈论是“实证的”，而信息经济学是“规范的”。当然，这个区别不宜过分强调。另外还要指出的是，尽管在今天看来信息经济学不过是博弈论的一个应用分支，但信息经济学的许多理论是从研究具体的制度安排中独立发展起来的。

信息的非对称性可以从两个角度划分：一是非对称发生的时间，二是非对称信息的内容，从非对称发生的时间看，非对称性可能发生在当事人签约之前（*ex ante*），也可能发生在签约之后（*ex post*），分别称为事前非对称和事后非对称。研究事前非对称信息博弈的模型称为逆向选择模型（*adverse selection*），研究事后非对称信息的模型称为道德风险模型（*moral hazard*）。从非对称信息的内容看，非对称信息可能是指某些参与人的行动（*actions*），也可能是指某些参与人的知识（*knowledge*）。研究不可观测行动的模型称为隐藏行动模型（*hidden action*），研究不可观测知识的模型称为隐藏知识模型（*hidden knowledge*）或隐藏信息模型（*hidden information*）。表 1 概括了信息经济学不同模型的基本分类。

表 1　信息经济学的基本分类

	隐藏行动（*hidden action*）	隐藏信息（*hidden information*）
事前（*ex ante*） 逆向选择		(3)逆向选择模型； (4)信号传递模型； (5)信息筛选模型
事后（*ex post*） 道德风险	(1)隐藏行动的道德风险模型	(2)隐藏信息的道德风险模型

在信息经济学文献中，常常将博弈中拥有私人信息的参与人称为“代理人”(*agent*)，不拥有私人信息的参与人称为“委托人”(*principal*)。据此，信息经济学的所有模型都可以在委托人—代理人的框架下分析，不同模型的基本特征可以简单概括如下。

(1) 隐藏行动的道德风险模型(*moral hazard with hidden action*)：签约时信息是对称的(因而是完全信息)；签约后，代理人选择行动(如工作努力还是不努力)，“自然”选择“状态”(*the state of the world*)；代理人的行动和自然状态一起决定某些可观测的结果；委托人只能观测到结果，而不能直接观测到代理人的行动本身和自然状态本身(因而是不完美信息)。委托人的问题是设计一个激励合同以诱使代理人从自身利益出发选择对委托人最有利的行动。一个简单的例子是雇主与雇员的关系：雇主不能观测到雇员是否努力工作，但可以观测到雇员的任务完成得如何；因此，雇员的报酬应该与其完成任务的情况有关。

(2) 隐藏信息的道德风险模型(*moral hazard with hidden information*)：签约时信息是对称的(因而是完全信息)；签约后，“自然”选择“状态”(可能是代理人的类型)；代理人观测到自然的选择，然后选择行动(如向委托人报告自然的选择)；委托人观测到代理人的行动，但不能观测到自然的选择(因而是不完美信息)。委托人的问题是设计一个激励合同以诱使代理人在给定自然状态下选择对委托人最有利的行动(如真实地报告自然状态)。一个简单的例子是企业经理与销售人员的关系：销售人员(代理人)知道顾客的特征，企业经理(委托人)不知道；经理设计的激励合同是要向销售人员提供刺激以使后者针对不同的顾客选择不同的销售策略。

(3) 逆向选择模型(*adverse selection*)：自然选择代理人的类型；代理人知道自己的类型，委托人不知道(因而信息是不完全

的);委托人和代理人签订合同。一个简单的例子是卖者和买者的关系:卖者(代理人)对产品的质量比买者(委托人)有更多的知识(*Akerlof*, 1971)。

(4) 信号传递模型(*signalling model*): 自然选择代理人的类型;代理人知道自己的类型,委托人不知道(因而信息是不完全的);为了显示自己的类型,代理人选择某种信号;委托人在观测到信号之后与代理人签订合同。一个简单的例子是企业雇主与雇员的关系:雇员知道自己的能力,雇主不知道;为了显示自己的能力,雇员选择接受教育的水平;雇主根据雇员接受教育的水平支付工资(*Spence*, 1974)。

(5) 信息甄别(筛选)模型(*screening model*): 自然选择代理人的类型;代理人知道自己的类型,委托人不知道(因而信息是不完全的);委托人提供多个合同供代理人选择,代理人根据自己的类型选择一个最适合自己的合同,并根据合同选择行动。一个简单的例子是保险公司与投保人的关系:投保人知道自己的风险,保险公司不知道;因此,保险公司针对不同类型的潜在投保人制定了不同的保险合同,投保人根据自己的风险特征选择一个保险合同(*Rothschild and Stiglitz*, 1976)。

信号传递模型和信息筛选模型是逆向选择模型的特例;或者更确切地讲,信号传递和信息筛选是解决逆向选择问题的两种不同的(但相似的)方法。

上述五种不同类型的模型对应不同的交易环境,其中每一种模型又是对许多不同但又类似环境的概括,表 2 列举了不同模型的应用例子。

从表 2 可以看出,尽管每种模型讨论的问题不同,但同一种交易关系可能涉及多个(甚至全部)模型讨论的问题。比如说,在雇主与雇员的关系中,如果雇主知道雇员的能力但不知道其努力水

表2　不同模型的应用举例

模型	委托人	代理人	行动、类型或信号
隐藏行动道德风险	保险公司	投保人	防盗措施
	保险公司	投保人	饮酒,吸烟
	地主	佃农	耕作努力
	股东	经理	工作努力
	经理	员工	工作努力
	员工	经理	经营决策
	债权人	债务人	项目风险
	住户	房东	房屋修缮
	房东	住户	房屋维护
	选民	议员或代表	是否真正代表选民利益
	公民	政府官员	廉洁奉公或贪污腐化
	原告/被告	代理律师	是否努力办案
	社会	罪犯	偷盗的次数
隐藏信息道德风险	股东	经理	市场需求/投资决策
	债权人	债务人	项目风险/投资决策
	企业经理	销售人员	市场需求/销售策略
	雇主	雇员	任务的难易/工作努力
	原告/被告	代理律师	赢的概率/工作努力
逆向选择	保险公司	投保人	健康状况
	雇主	雇员	工作技能
	买者	卖者	产品质量
	债权人	债务人	项目风险
信号传递和信息筛选	雇主	雇员	工作技能/教育水平
	买者	卖者	产品质量/质量保证期
	垄断者	消费者	需求强度/价格歧视
	投资者	经理	盈利率/负债率、内部股票持有比例
	保险公司	投保人	健康状况/赔偿办法

平，问题是隐藏行动道德风险问题；如果雇主和雇员本人在签约时都不知道雇员的能力，但雇员本人在签约后发现了自己的能力（而雇主仍然不知），问题是隐藏信息的道德风险问题；如果雇员一开始就知道自己的能力而雇主不知道，问题是逆向选择问题；如果雇员一开始就知道自己的能力而雇主不知道，并且，如果雇员在签约之前就获得教育证书，问题是信号传递问题；相反，如果雇员是在签约后根据工资合同要求去接受教育，问题是信息甄别问题。

需要指出的是，因为经济学家不是在一般地提出"建立'信息经济学'"后再发展不同的模型，恰恰相反，信息经济学只是相继发展的不同模型的简单概括，因此，在文献中，上述五种模型并没有严格的定义。比如说，在许多经济学家看来，隐藏信息的道德风险模型和信息甄别模型与逆向选择模型是一回事。迈尔森（*Myerson* 1991，p.263）建议将所有"由参与人选择错误行动引起的问题"称为"道德风险"；所有"由参与人错误报告信息引起的问题"称为"逆向选择"。许多经济学家并没有认识到信号传递和信息筛选的区别，因而"信号传递"一词被用来指两种情况。较为简单的说法是，信息经济学包含两类主要模型，一是隐藏信息（逆向选择）模型，二是隐藏行动（道德风险）模型。本文我们将沿用这种简单的分类。

就目前来讲，分别研究两类信息不对称的经济模型都已经有很好发展，但将两者结合在一起的模型虽然已经出现，但还是不很完善。而两者结合在一起又非常重要。因为在现实生活中，这两类信息不对称经常是混杂在一起的。比如，就企业组织而言，什么样的人最有能力做企业经理是不很清楚的，这属于隐藏信息的信息非对称性问题；当选出的企业经理在职位上的时候，是否有积极性工作，这又是属于道德风险的信息非对称性问题。所以说，这两个问题经常是纠缠在一起的。因此，要设计最优的治理机制。使企业首先有办法选出有能力的人，其次有办法去激励有能力的人

努力工作。

还要指出的是，尽管我们以上用“委托人—代理人模型”概括所有五类模型，委托人—代理人理论习惯上只是“隐藏行动道德风险模型”的别称，一般说的委托人—代理人理论仅指这类模型。

这里有必要就“委托人”和“代理人”的概念作点说明。这两个概念来自法律。在法律上，当 A 授权 B 代表 A 从事某种活动时，委托—代理关系就发生了，A 称为委托人，B 称为代理人。但经济学上的委托—代理关系泛指任何一种涉及非对称信息的交易，交易中有信息优势的一方称为代理人，另一方称为委托人。简单地说，知情者（*informed player*）是代理人，不知情者（*uninformed player*）是委托人。当然，这样的定义背后隐含的假定是，知情者的私人信息（行动或知识）影响不知情者的利益，或者说，不知情者不得不为知情者承担风险。这一点也表明，非对称信息问题与委托—代理问题是等价的问题。

3. 詹姆斯·莫里斯对道德风险模型的贡献

莫里斯教授在前面所讲的非对称信息的两方面都有开创性贡献，他的贡献既是思想性的，又是方法论的。首先，在隐藏行动理论方面，现在流行的委托—代理的模型化方法就是莫里斯教授开创的。莫里斯（1974，1975，1976）的三篇论文，奠定了委托—代理的基本的模型框架。在克雷普斯（*Kreps*）的《微观经济学教程》（欧美流行的研究生教科书之一）中就特别强调有关委托—代理理论的许多重要贡献都是由莫里斯教授1975年作出的。有意思的是，他1975年这篇非常重要的论文却没有公开发表，甚至没有写完，他原计划写9节，但我们能看到的只有4节，而且是一份打印

稿。但大家都尊重他的成果。很多有关委托—代理模型的文献，都会引用到莫里斯教授的这篇论文。这也许是经济学家尊重知识产权的一个很好的例子。莫里斯教授开创的分析框架后来又由霍姆斯特姆(*Holmstrom*, 1979, 1982)等人进一步发展，在委托—代理文献中，被称为莫里斯—霍姆斯特姆模型方法(*Mirrlees - Holmstrom Approach*)。从这个方法中可以推导最优激励合同的基本条件。这个条件证明在信息不对称条件下，如果你能观察到当事人活动的结果，但不能观察到活动本身，那么，对当事人支付的报酬就必须以能够观察到的结果为基础，即必须对当事人提供激励。这就导出了委托—代理理论的一个基本问题，即激励(*incentive*)与保险(*insurance*)之间的矛盾。激励与保险是有矛盾的，如果一个人害怕风险，那么最优的风险分担是让他不承担风险而拿一份固定工资。但这时又会产生多劳和少劳一个样，那么这个人就会偷懒。因而，为了让他有积极性努力工作，必须让他承担一定的风险，这就是委托—代理理论的一个基本结论。

这个结论可以用莫里斯教授1974年的论文中的例子来说明。设想一个由多个农民组成的经济，每个农民的产量既取决于自己的努力，也取决于外生的因素(如天气)，即所谓"谋事在人，成事在天"。这样，如果每个农民只消费自己生产的粮食，都会面临极大的风险(甚至饿死的风险)。为了降低风险，可以考虑将全部的粮食放在一起分配，每个农民都得到平等的一份，这样，每个农民所遭受的风险就降低了(假定每个农民面临的风险不是完全相关的，像四川的天气与广东的天气不一样，四川有灾情，可能广东不会有，这样两省农民的风险会降低)。但是，在行动不可观察的情况下，这样做的后果可能是，为降低"成事在天"的风险，而导致人们没有谋事的积极性，因为当自己的消费与自己的生产没有多大关系时，谁会去努力工作呢？因而，为了让每个农民有谋事的积极

性，就必须让他承担相当的“成事在天”的风险。

有了上述背景知识，让我们现在来简要介绍一下由莫里斯和霍姆斯特姆开创的委托—代理理论的基本模型。委托—代理理论试图模型化如下一类的问题：一个参与人（称为委托人）想使另一个参与人（称为代理人）按照前者的利益选择行动，但委托人不能直接观测到代理人选择了什么行动，能观测到的只是另一些变量，这些变量由代理人的行动和其他外生的随机因素共同决定，因而充其量只是代理人的行动的不完全信息。委托人的问题是如何根据这些观测到的信息来奖惩代理人，以激励其选择对委托人最有利的行动。

让我们用 A 表示代理人所有可选择的行动的集合，$a \in A$ 表示代理人的一个特定行动。注意，尽管在许多模型中，行动 a 被简单地假定为代表工作努力水平的一维变量，但从理论上讲，行动 a 可以是任何维度的决策向量。比如说：如果 $a=(a_1, a_2)$，一种可能的解释是 a_1 和 a_2 分别代表代理人花在“数量”和“质量”上的工作时间，或分别表示固定资产投资和研究开发投资。不过，在本文中，为了分析的方便，我们假定 a 是代表努力水平(*effort*)的一维变量。令 θ 是不受代理人(和委托人)控制的外生随机变量(称为“自然状态”，如降雨量)。Θ 是 θ 的取值范围，θ 在 Θ 上的分布函数和密度函数分别为 $G(\theta)$ 和 $g(\theta)$（一般地我们假定 θ 是连续变量；如果 θ 只有有限个可能值，$G(\theta)$ 为概率分布）。在代理人选择行动 a 后，外生变量 θ 实现(即代理人在选择 a 时并不知道哪一个 θ 将出现)。a 和 θ 共同决定一个可观测的结果 $x(a, \theta)$ 和一个货币收入(“产出”) $\pi(a, \theta)$，其中 $\pi(a, \theta)$ 的所有权属于委托人。我们假定 π 是 a 的严格递增的凹函数(即给定 θ，代理人工作越努力，利润越高，但努力的边际利润率递减)，π 是 θ 的严格增函

数(即较高的 θ 代表较有利的自然状态)。注意,理论上讲,$x(a,\theta)$可能是一个向量,可能包括 π,甚至 a 和 θ(后一种情况意味着 a 是可观测的)。不过,为了简化叙述,我们假定 $x=\pi$,就是说,产出 π 是唯一可观察的变量。这样,委托人的问题是设计一个激励合同 $s(\pi)$,根据观测到的产出 π 对代理人进行奖惩。我们要分析的问题是 $s(\pi)$具有什么样的特征?

假定委托人和代理人的 $v-N-M$ 期望效用函数分别为 $v(\pi-s(\pi))$和 $u(s(\pi))-c(a)$,其中 $v'>0, v''\leqslant 0; u'>0, u''\leqslant 0; c'>0, c''>0$,即委托人和代理人都是风险规避者或风险中性者,努力的边际负效用是递增的。[①] 委托人和代理人的利益冲突首先来自假设$\partial\pi/\partial a>0$ 和 $c'>0$:$\partial\pi/\partial a>0$ 意味着委托人希望代理人多努力,而 $c'>0$ 意味着代理人希望少努力。因此,除非委托人能对代理人提供足够的激励,否则,代理人不会如委托人希望的那样努力工作。

假定分布函数 $G(\theta)$、生产技术 $\pi(a,\theta)$以及效用函数 $v(\cdot)$和 $u(\cdot)-c(\cdot)$都是共同知识;就是说,委托人和代理人在有关这些技术关系上的认识是一致的。$\pi(a,\theta)$是共同知识的假定意味着,如果委托人能观测到 θ,也就可以知道 a,反之亦然。这是为什么我们必须同时假定 a 和 θ 都不可观测的原因。

委托人的期望效用函数可以表示如下:

$$(\mathrm{P})\quad \int v\Big(\pi(a,\theta)-s\big(\pi(a,\theta)\big)\Big)g(\theta)d\theta$$

委托人的问题就是选择 a 和 $s(\pi)$最大化上述期望效用函数。但是,委托人在这样做的时候,面临着来自代理人的两个约束。第一个约束是参与约束,即代理人从接受合同中得到的期望效用不能小于不接受合同时能得到的最大期望效用。代理人"不接受合同

---

① 这里 $f'(\cdot)$代表 $f(\cdot)$的导数。下同。

时能得到的最大期望效用”由他面临的其他市场机会决定，可以称为保留效用，用 $\bar{u}$ 代表[1]。参与约束又称个人理性约束（*individual rationality constraint*），可以表述如下：

$$(\mathrm{IR}) \quad \int u\big(s(\pi(a,\theta))\big)g(\theta)d\theta - c(a) \geqslant \bar{u}$$

第二个约束是代理人的激励相容约束（*incentive compatibility constraint*）：给定委托人不能观测到代理人的行动 a 和自然状态 θ，在任何激励合同 $s(\pi)$ 下，代理人总是选择使自己期望效用最大化的 a，因此，任何委托人希望的 a 都只能通过代理人的效用最大化行为实现。换言之，如果 a 是委托人希望的行动，$a' \in A$ 是代理人可选择的任何行动，那么，只有当代理人从选择 a 中得到的期望效用大于从选择 a' 中得到的期望效用时，代理人才会选择 a。激励相容约束的数学表述如下：

$$(\mathrm{IC}) \quad \int u\big(s(\pi(a,\theta))\big)g(\theta)d\theta - c(a) \geqslant \int u\big(s(\pi(a',\theta))\big)g(\theta)d\theta - c(a'), \ \forall a' \in A$$

总结一下，委托人的问题是选择 a 和 $s(\pi)$ 最大化期望效用函数(P)，满足约束条件(IR)和(IC)，即：

$$\max_{a,s(\pi)} \int v\big(\pi(a,\theta) - s(\pi(a,\theta))\big)g(\theta)d\theta$$

$$\text{s.t.}(\mathrm{IR}) \quad \int u\big(s(\pi(a,\theta))\big)g(\theta)d\theta - c(x) \geqslant \bar{u}$$

$$(\mathrm{IC}) \quad \int u\big(s(\pi(a,\theta))\big)g(\theta)d\theta - c(a) \geqslant \int u\big(s(\pi(a',\theta))\big)g(\theta)d\theta - c(a'), \ \forall a' \in A$$

以上的模型化方法被称为“状态空间模型化方法”（*state -*

---

[1] 我们隐含地假定，代理人市场是完全竞争的。代理人的保留效用可以理解为与市场工资对应的效用水平。这样假定的方便之处是排除了委托人与代理人之间的讨价还价。有些模型假定委托人市场（如保险业）是竞争性的，此时，委托人的净利润为零。

space formulation)。这种模型化方法由 *Wilson* (1969)、*Spence* 和 *Zeckhauser* (1971)和 *Ross* (1973) 最初使用，它的好处是每一种技术关系都非常直观地表述出来。问题是从这种模型化方法中，我们得不到从经济学上讲有信息量的解(如果 $s(x)$ 不限制在有限区域，解甚至不存在)。

莫里斯(1974,1975,1976)开创性地使用了"分布函数的参数化方法"(*parameterized distribution formulation*)。简单地说，这种方法是将上述外生变量 θ 的分布函数转换为结果 π 的分布函数。给定 θ 的分布函数 $G(\theta)$，对应每一个 a，存在一个 π 的分布函数，这个新的分布函数通过技术关系 $\pi(a,\theta)$ 从原分布函数 $G(\theta)$ 导出，比如说，假定 $\pi = a + \theta$，那么，如果 θ 服从均值为零、方差为 σ^2 的正态分布，则 π 服从均值为 a、方差为 σ^2 的正态分布；就是说，代理人的努力水平 a 决定产出的方差。我们用 $F(\pi, a)$ 和 $f(\pi, a)$ 分别表示所导出的分布函数和对应的密度函数(可以理解为给定 a 下 π 的条件分布函数和条件密度函数)。这样，代理人选择行动 a 就类似选择分布函数 $F(\pi, a)$。这种看似简单的转换使得更深入、更有意义的分析成为可能。

在状态空间模型化方法中，效用函数对自然状态 θ 取期望值；在参数化方法中，效用函数对观测变量 π 取期望值。委托人的问题可以表述如下：

$$\max_{a,s(x)} \int v\big(\pi - s(\pi)\big) f(\pi, a)\, d\pi$$

$$\text{s.t.}\ (IR)\quad \int u\big(s(\pi)\big) f(\pi, a)\, d\pi - c(a) \geqslant \bar{u}$$

$$(IC)\quad \int u\big(s(\pi)\big) f(\pi, a)\, d\pi - c(a) \geqslant$$

$$u\big(s(\pi)\big) f(\pi, a')\, d\pi - c(a'),\ \forall a' \in A$$

其中"max"是"最大化"(maximize)的缩写，"s.t."是"满足约束条件"(subject to)的缩写。

上述参数化方法又称为 *Mirrlees – Holmstrom* 模型化方法，它已成为委托—代理理论的标准化模型方法。[①] 从这个框架，我们可以导出最有激励合同的基本条件。

接下来的技术上的问题是如何处理激励相容约束条件(IC)。因为对于任何给定的合同 $s(\pi)$，激励相容约束意味着代理人总是选择 a 最大化自己的期望效用，下列一阶条件必须满足：[②]

$$\int u\big(s(\pi)\big)f_a(\pi,a)d\pi = c'(a) \qquad \text{(A)}$$

莫里斯和霍姆斯特姆用上述一阶条件代替原来的激励相容约束(IC)。这就是所谓的"一阶条件方法"(*the first-order approach*)。使用拉格朗日方法解委托人的最优化问题，我们得到最优激励合同的如下条件：

$$\frac{v'\big(\pi - s(\pi)\big)}{u'\big(s(\pi)\big)} = \lambda + \mu\frac{f_a(\pi,a)}{f(\pi,a)} \qquad (1)$$

这就是莫里斯—霍姆斯特姆最优合同条件(*Mirrlees-Holmstrom condition*)，式中，$\lambda(>0)$是个人理性约束(IR)的拉格朗日乘数，$\mu(>0)$是激励相容约束(IC)的拉格朗日乘数。

为了解释条件(1)的含义，让我们考虑一下当委托人可以观察到代理人行动a时的最优合同。此时，激励相容约束是多余的，因为委托人可以通过强制合同使代理人选择委托人所规定的行动，比如说，如果委托人希望代理人选择 a^*，他可以通过如下合同做到这一点：如果你选择了 a^*，我将支付你 ϖ，否则我将支付你 $\underline{w} \ll \varpi$。那么，只要$\underline{w}$足够小，代理人就会选择a^*，因此，当委托人可以观察 a，我们只须考虑个人理性约束(IR)。最优化的条件为：

---

① 委托—代理理论的第三种模型化方法是所谓的"一般化分布方法"(*general distribution formulation*)。参阅张维迎：《博弈论与信息经济学》，第5章。

② 式中，$f_a(\pi,a)$代表 $f(\pi,a)$对 a 的导数。

$$\frac{v'(\pi - s(\pi))}{u'(s(\pi))} = \lambda \tag{2}$$

这就是所谓的帕累托最优风险分担条件(*Parcto optimum risk-sharing condition*)。为了理解这一点,假定委托人是风险中性的,代理人是风险规避的,即,$v''=0$, $u''<0$。那么,条件(2)退化为 $1/u'=\lambda$,这意味着 $s(\pi)=s^0$。就是说,代理人拿一个固定收入 s^0,委托人承担全部风险(拿剩余收入 $\pi - s^0$)。

比较条件(2)与条件(1),非对称信息情况下等式右边多出了 $\mu f_a/f$ 这一项,代表了激励相容约束(A)的作用。其中的 f_a/f 是似然率,表达了在观察结果 π 中包含的有关代理人行动 a 的信息量。只要分布密度 $f(\pi, a)$ 不独立于努力水平 a, $s(\pi)$ 就不独立于 π。[①] 就是说,当委托人不能观测代理人的行动时,帕累托最优风险分担是不可能达到的;为了使代理人有积极性努力工作,代理人必须承担一定的风险。这就是所谓的激励与保险的矛盾。[②] 特别地,如果似然率 f_a/f 对 π 是单调递增的(粗略地说,这意味着代理人越努力,高产出出现的"概率"越大,因而,较高的产出是较高努力的一个信号)[③],那么,$s(\pi)$ 严格随 π 增加而增加。[④]

---

① 如果 $f(\pi, a)$ 独立于 a,努力是没有意义的。

② 如果代理人是风险中性的,这个矛盾是不存在的,因为此时,代理人承担全部风险仍然是帕累托最优的。

③ 文献里,这被称为"单调似然率条件"(*monotone likelihood ratio condition*)。

④ 莫里斯(1974)还用一个例子证明,如果代理人的边际效用没有下界(即代理人对非常低的收入非常敏感),并且,$\pi = a + \theta$(即代理人控制着产出的均值),那么,最优解不存在,因为帕累托最优可以通过如下的阶梯函数(*step function*)合同任意逼近:如果产出 π 不低于某个值,代理人得到固定收入,否则,代理人受到严厉惩罚。直观地讲,在这种情况下,非常低的 π 传递着有关 a 的非常准确的信息,从而似乎可以观察到 a,只要惩罚足够大,代理人就会选择委托人规定的最优行动。比如说,假定 θ 的下限为 $\underline{\theta}$,帕累托最优努力水平为 a^*,那么,如果观察到 $\pi < a^* + \underline{\theta}$,委托人就知道代理人没有选择 a^*;如果激励合同规定,当 $\pi < a^* + \underline{\theta}$ 时,$s(\pi)$ 将足够小,代理人将选择 a^*。由于这个原因,一般模型总是假定 π 的上下界独立于 a。

这就是莫里斯模型的基本解释。莫里斯(1976)将上述方法运用于分析公司内部科层组织的激励制度，被认为是科斯(1937)关于企业规模由内部交易成本和市场交易成本的平衡决定的观点的模型化。莫里斯的分析的一个值得注意的结论是，公司低层人员的报酬应采取固定工资形式，而高层经理的报酬更应该与利润挂钩。

上述一阶条件方法的一个问题是，满足一阶条件(A)的解可能并不是唯一的，就是说，对于一个给定的激励合同 $s(\pi)$，代理人最优化的一阶条件(A)可能有多个解。这一点反过来意味着，最优化条件(1)并不能保证解是全局最优的，或者说，(1)只是最优激励合同的必要条件而不是充分条件。莫里斯(1975)最早指出了一阶条件方法存在的这个缺陷。莫里斯(1975)，罗杰森(*Rogerson*, 1985)和格罗斯曼和哈特(*Grossman and Hart*, 1993)导出了保证一阶条件方法有效性的条件。他们证明，如果分布函数满足(前面提到的)单调似然率特征(*MLRP*)和凸性条件(*CDFC*, *convexity of distribution function condition*)，一阶条件方法是适用的，因为在此条件下，对于任何给定的激励合同 $s(\pi)$，满足代理人最优化一阶条件(A)的解 $a(s(\pi))$ 是唯一的。这里，*CDFC* 实际上反映了规模报酬随机递减的特征。关于证明过程，有兴趣的读者请参阅原文或哈特和霍姆斯特姆(1987)。

霍姆斯特姆(1979, 1982)发展了莫里斯的理论。霍姆斯特姆的一个重要贡献是，证明什么样的观察变量应该进入激励合同。设想除 π 外，委托人还可以不费成本地观测到另一个变量 z，因而 $x=(\pi, z)$；如果所讨论的委托—代理关系是股东与经理的关系，π 是利润，z 可以理解为某个与企业运行环境有关的外生变量，如

货币供给，也可以理解为另一个企业的利润。假定 z 与 a 和(或) θ 有关，即 $z = z(a, \theta)$。那么，我们要问的问题是，在什么条件下，委托人对代理人的奖惩不仅应该依赖于 π，而且应该依赖于 z？即最优激励合同应该为 $s(\pi, z)$ 而不是 $s(\pi)$？霍姆斯特姆证明，如果 z 能提供的有关 a 和(或) θ 的信息都已包含在 π 中，z 不提供任何额外的信息，将 z 写进合同就是没有意义的；否则，$s(\pi, z)$ 就优于 $s(\pi)$。这个结果被称为"充足统计量结果"(*sufficient statistics*)：如果 π 是相对于 a(和 θ)的有关(π, x)的充足统计量，$s(\pi)$ 就优于 $s(\pi, z)$；否则，$s(\pi, z)$ 就优于 $s(\pi)$。

上述充足统计量结果对最优激励合同的设计有着重要涵义。首先一点是，对代理人实施监督是有意义的，因为监督可以提供更多的有关参与人行动选择的信息，从而可以减少代理人的风险成本。当然，此时，监督本身的成本必须考虑进去。如果监督成本过高，监督可能是没有意义的，即使它可以提供更多的信息。

更为重要的是，充足统计量结果意味着使用相对业绩比较是有意义的。比如说，同一行业不同企业的经营业绩除了受每个企业经营者的行为和特有的外生因素影响外，也受到某些行业性共同因素(如市场需求，技术进步等)的影响。企业自己的利润并不是充足统计量，其他企业的利润也包含着有关该企业经理行为的有价值的信息。比如说，一个企业的利润低可能是由于经理没有努力工作，也可能是由于不利的外部因素造成的。但如果其他处于类似环境的企业的利润也很低，该企业利润低就更可能是不利的外部因素造成的；相反，如果其他处于类似环境的企业的利润较高，该企业利润低就更可能是经理不努力的结果。通过将其他企业的利润指标引入对该企业经理的奖惩合同，可以剔除更多的外部不确定性的影响，使该经理的报酬与其个人努力的关系更为密切，调动其努力工作的积极性。因此，处于类似经营环境的企业经

理的报酬不应该只依赖于本企业的利润，而应该部分地依赖于其他企业的利润。这可以说是"标尺竞争"(*yardstick competition*)被广泛使用的主要原因之一。

以上讨论的是委托—代理理论的基本模型。80年代以来，委托—代理理论有几方面的重要发展。包括：(1) 重复博弈的委托—代理模型(*Radner*, 1981, *Rubbinstein*, 1979, *Fudenberg* 等 1990, *Holmstrom*, 1982*b*, *Meyer and Vickers*, 1994)；(2) 委托人道德风险和多代理人模型(*Lazear and Rosen*, 1981, *Malcomson*, 1984)；(3) 多任务委托—代理模型(*Holmstrom and Milgrom*, 1991)；(4) 多个委托人模型(*Bernheim and Whinston*, 1986, *Tirole*, 1994, *Martimort*, 1996)；(5) 最优委托权安排模型(张维迎，1994，1995)；等等。这些发展使委托—代理理论对现实制度的解释力越来越强，详细讨论参阅张维迎《博弈论与信息经济学》第6章。

4. 莫里斯教授对隐藏知识模型的贡献

莫里斯教授对"隐藏知识"理论的贡献主要包含在他1971年发表在《经济研究评论》(*Review of Economic Studies*)的"最优所得税探讨"(*An exploration in the theory of optimum income taxation*)和1974年的"关于福利经济学、信息和不确定性的笔记"两篇文章中。他1971年的文章是研究最优所得税的。[①] 我们知道，政府征税时如果了解纳税人的能力差别，就可以根据能力对不同

---

① 莫里斯1974年的论文既讨论了隐藏行动问题，又讨论了隐藏知识问题，其中的隐藏知识模型可以说是1971年模型的一般化。

的人征收不同的税，这样既保证了社会公平又保证了政府所需要的收入，也不损害效率。但在现实生活中，政府对谁有能力、谁没有能力是不太清楚的。当能力不可观察时，只能根据收入征税，但如果对高收入的人征高税，有能力的人就会假装能力很低，使政府征不到税。比如，甲乙两个人，甲工作1小时可以生产1个单位的产品，乙工作1小时可以生产2个单位的产品，如果政府这时正好要1个单位的收入，那么政府应该向乙征收1个单位的税来保证税收和公平。但政府并不知道甲和乙的能力高低，如果要在生产量多的人那里征税的话，比如向生产2单位的人征税的话，乙就会只工作半小时，这时他的产量就不会被征税，而且得到与工作1小时时相同的收入，但有了更多的闲暇时间，从而提高了自己的福利。因此，由于信息不完全，政府的税收行为就会受到很大制约。而莫里斯教授想探讨的就是政府在面临信息不完全的情况下，如何设计最优税收体制，这个体制必须诱使有能力的人说实话（这里是选择工作1小时）。

有意思的是，最初在研究最优所得税的时候，莫里斯教授想为累进所得税提供一个精美的数学证明。在完全信息下，累进税并不会带来效率损失。但在现实中，在不完全信息条件下，政府并不知道一个人能力的高低，有能力的人可以通过减少工作时间来逃税，所以政府就可能征不到它想征的一部分税。因此，莫里斯教授经过证明得到的结果与最初的设想恰恰相反。证明结果认为由于信息的不对称，最高收入的边际税率应该为0，也就是对最高能力的人的边际收入应该不征税。[①] 这个结果对后来信息经济学的研究有很大影响。以后的研究认为，有私人信息的人必须享有一定的信息租金。如果不让他享有信息租金，他就会逆向选择使整个

① 更为准确地讲，考虑到政府对收入公平的关心，最优所得税近似于线性税率。

社会的福利都会降低。就是说，让人说实话的办法是保证说实话时的收益不小于说假话时的收益，这就是激励相容约束。

如何让人说实话的问题可以用另一位诺贝尔经济学奖得主维克瑞的拍卖机制来说明(1961)。[①] 设想你有一件古董要卖，但不知道谁愿意出最高的价格(即古董对他的实际价值)。如果你去问每个人愿意出多少，他们一般会撒谎，比如说，实际愿意出的最高价格是10000，但只告诉你愿意出8000。但考虑如下的拍卖制度：让每个人把愿意出的价格写在纸上装入信封交给你，所有信封打开后，出价最高的人得到那件古董，但实际付的价格是第二位出价最高者的出价(故称为二级密封价格拍卖，*second - price sealed auction*)。在这个制度下，每个人都会如实地报告自己对古董的评价，因为出价多少只影响自己是否得到古董，而不影响在得到古董的情况下付多少钱。比如说，设想有一个人的实际评价是10000，如果他出价10000，第二个最高出价是9900，他得到100的净剩余；相反，如果他出价9800，他的净剩余是零；或者，如果他出价11000，如果有另一个人出价10100，他就要损失100。所以说实话比不说实话好。这里，真实评价与实际支付的价格之间的差额是对说实话的奖励。维克瑞证明，这样的拍卖机制不仅可以保证把被拍卖物卖给评价最高的人(因而是最有效率的)，而且是在所有拍卖机制中卖者能得到最高收入的拍卖机制。

现在让我们较为正式地讨论一下莫里斯教授的模型令 a 为(有效)工作时间，θ 为能力，x 为产出量。假定生产函数为 $x = a\theta$，即给定工作时间 a，能力越高，产出越大；效用函数为 $u(y, a)$

① 维克瑞(1961)关于拍卖机制的理论是拍卖理论的最经典的文献，是他获诺贝尔奖的主要原因之一。

$=y-a^2/2$,其中 y 为税后可支配收入,$C(a)=a^2/2$ 是工作的成本(负效用)(二次式成本函数意味着工作的边际成本是递增的)。帕累托最优的工作时间是最大化净剩余,即满足一阶条件(二阶条件是满足的):

$$\frac{\partial x}{\partial a}-\frac{\partial C}{\partial a}=\theta-a=0,$$

即 $a^*=\theta$:能力越高的人,工作时间应该越长。这就是所谓的"能者多劳"。

让我们考虑只有两个人的情况。假定一个人的能力为 $\theta=2$(高能力),另一个人的能力为 $\theta=1$(低能力)。那么,帕累托最优意味着高能力者应该工作 2 小时,产出为 $x=2\times2=4$ 单位,低能力者应该工作 1 小时,产出为 $x=1\times1=1$ 单位。如果政府不征税,帕累托最优可以通过每个人最优选择实现。高能力者的效用水平为 $u=4-2^2/2=2$,低能力者的效用水平为 $u=1-1^2/2=0.5$。

现在假定政府需要 1.5 单位的税收。如果政府关心收入分配,在政府知道每个人的能力的情况下,政府的最优选择是对高能力者征税 1.5,对低能力者不征收,使得两类人得到相同的税后效用水平(高能力者得到 $4-1.5-2^2/2=0.5$,与低能力者相同)。在这样的税收体制下,帕累托最优是可以达到的,因为税收是一种一次性支付(*lump-sum*),不影响当事人的积极性,高能力者的最优工作时间仍是 2 小时,低能力者的最优工作时间仍是 1 小时。就是说,在对称信息下,公平与效率是可以并行不悖的。

但这个结果在不完全信息下是得不到的。假定政府并不知道谁的能力高,谁的能力低。此时,税收只能依据产出 x 征收,而不能依据能力 θ 来征收。假定政府对生产 4 单位产出的人征收 1.5 单位,对生产 1 单位产出的人不征税。此时,高能力的人就将选择

工作 0.5 小时，而不是 2 小时，因为，工作 0.5 小时时产出为 1，成本为 0.125，无须纳税，净效用为 0.875。大于工作 2 小时的净效用 0.5。换言之，这样的税收体制不满足个人的激励相容约束，因而不是最优的。容易看出，不论税率如何规定，高能力者的效用水平一定严格高于低能力者的效用水平。这就是非对称信息情况下公平与效率的矛盾。

在这个例子中，只要对产出 1 单位的人不征税，高能力者的效用水平就不可能小于 0.875，这一点也意味着，政府的税收不可能大于 1.125（$=4-2-0.875$）。政府实现这个最大税收的唯一政策是规定最高收入的边际税率为零。让我们用几何图形来说明这一点。

因为 $x=\theta a$，我们可以将个人效用函数定义在税后收入 y 和税前产出 x 上。特别地，我们有：

$$u(y,x)=y-a^2/2=y-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\theta}\right)^2$$

其中$\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\theta}\right)^2$是产出 x 的成本。注意，x 的边际成本是递增的，并且是能力 θ 的递减函数（就是说，能力越高，生产同量产出的边际成本越低）。

图 1 给出了两个不同能力的人的无差异曲线。因为产出 x 对效用水平的贡献是负的，税后收入 y 对效用水平的贡献是正的，因而无差异曲线的斜率是正的（即为了保持相同的效用水平，当 x 增加时 y 也必须相应地增加）。较高的无差异曲线代表较高的效用水平，因为给定 x，y 越高，效用水平越高（注意，我们只画出一条无差异曲线）。特别地，无差异曲线的斜率（即边际替代率）为$\frac{\partial y}{\partial x}=\frac{x}{\theta^2}$：能力越高的人，无差异曲线越平坦，在机制设计理论文献里，这被称为斯宾塞—莫里斯条件（*Spence-Mirrlees condition*）；

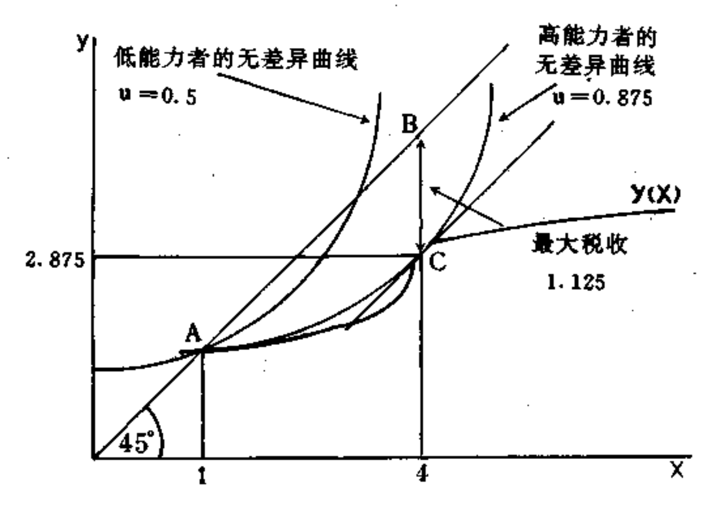


图 1　不同能力者的无差异曲线

在几何图形里，这个条件意味着高能力者的无差异曲线与低能力者的无差异曲线至多只有一个交叉点(图中的 A)，故又称为单交叉点条件(*single-crossing condition*)。我们将在后面解释这个条件的意义。

政府的税收政策是规定产出 x 和税后收入 y 之间的关系，即 $y(x)$(税额等于 $x-y(x)=T(x)$)。每个人在给定约束条件 $y(x)$下选择产出 x 以最大化自己的效用函数。这是政府的最优税收政策必须满足的"激励相容约束"。假定政府选择让低能力者得到效用水平 $u=0.5$，对应该效用水平的无差异曲线过 A 点。那么，高能力者的效用水平不可能低于过 A 点的无差异曲线所代表的水平，即不可能低于 $u=0.875$，因为高能力的人总可以通过选择工作半小时使自己处于 A 点。给定高能力的人的效用水平 $u=0.875$，无差异曲线与 45° 线的垂直距离是政府的税收。显然，当高能力的人选择生产 4 单位的产出(即工作 2 小时)时，政府的

税收达到最大(等于1.125)。为了得到这个最大税收，当 $x=4$ 时，边际税率一定为零，或者说，$\partial y/\partial x=1$。

当然，这并不是莫里斯最优所得税理论的完整描述，也不意味着对高收入的人不应该征税。当一个经济由众多的不同能力的人组成时，最优所得税率依赖于能力 θ 的分布函数(和政府的福利函数)。[①] 但这个简单的例子告诉我们的一个重要结论是，为了诱使有能力的人说实话(通过选择工作时间)，最高档次收入的边际税率应该为零，这个零边际税率也是政府获得最大收入的唯一办法，因而对低收入的人也是有利的。

现在我们回过头来解释一下斯宾塞—莫里斯条件，斯宾塞(1974)讨论了劳动力市场上的信号传递问题。斯宾塞—莫里斯条件要解释的是这样一个问题：在一个由很多人构成的社会中，不同的人能力(或其他特征)不一样，那么是否有相应的条件可以把不同的人区分开，也就是信息经济学中的分离均衡(*separating equilibrium*)是否存在?[②] 或者说，是否有办法让每个人说实话? 比如，当一个企业雇佣工人的时候，业主并不知道工人的能力。但业主可以看求职人员的学历，这是一个信号。而学历如何能显示能力呢? 根据斯宾塞—莫里斯条件，不同能力的人在收入和教育之间的边际替代率是不同的，因为不同能力的人在受教育的时候所付的成本不一样。[③] 一个聪明人上学时可能很快学会知识，也能经常得到老师同学的夸奖，所以上学对他可能很愉快。而一个智力偏下的人，学习起来就比较吃力，甚至很痛苦，成本很高。所以，有能力的人愿意接受教育，因为这能使他们被区分出来。也就是

---

① 参阅莫里斯教授的原文。

② 因而这个条件又被称为“分离条件”(*sorting condition*)。

③ 在斯宾塞模型中，无差异曲线定义在工资和教育水平空间上。

说，学历会显示你的能力，即使并不提高你的能力。像中国过去的科举制度，先不管学的东西是否有用，但也许是一种迫不得已的筛选人才的制度。比如一些智商不高的人可能不会花太多的时间去读书，聪明的人就愿意花这个时间去读哪怕是没用的书。在废除科举制的时候，慈禧就讲过，废了科举制，用什么办法来选人才呢？慈禧说的，就是在信息不对称情况下，如何把高能力的人与低能力的人区别开来的问题。当然，为了使有能力的人有积极性通过选择教育水平来显示自己的能力，必须把工资与教育水平挂钩，即教育水平越高，工资应该越高（在莫里斯模型里，产出越高，税后收入也应该越高）。这就是斯宾塞—莫里斯条件的实质。

莫里斯（1971）发展的分析方法，后来又由 *Mussa* 和 *Rosen*（1978），*Baron* 和 *Myerson*（1982），*Maskin* 和 *Riley*（1984），*Guesnerie* 和 *Laffont*（1984）等人进一步扩展应用于多个领域，已成为机制设计理论中的基本方法。这个方法的要义是，当委托人设计一个机制（合同）时，必须满足代理人的"激励相容约束"，即在该机制下，代理人说实话时得到的效用比说假话时得到的效用大，或者说，一个特定类型的代理人不会选择为其他代理人设计的合同。换言之，一个合同，只有当它满足代理人的激励相容约束时，才是可实施的（*implementable*）。比如，在图 1 中，如果政府希望高能力的人工作 4 小时，高能力的人效用水平不能低于选择 A 点时的效用水平。这一方法具有广泛的应用领域，包括保险合同。垄断企业的价格歧视政策（非线性定价），拍卖（招标），政府对自然垄断企业的规制，等等。

特别值得指出的是，我们前面的分析表明，一个通过满足激励相容约束的最优所得税政策能实现的分配（$x, y(x)$），同样可以通过如下的满足激励相容约束的"直接显示机制"实现：政府要求

每个人报告自己的能力 θ，然后给他们规定一个相应的产出量 $x(\theta)$和消费量 $y(\theta)$。比如说，在图 1 中：如果 $x(1)=y(1)=1$，$x(2)=4$，$y(2)=2.875$，则两类人都不会说谎。这个结果被 *Myerson* (1979)，*Dasgupta et al* (1979)等人一般化为如下"显示原理"：对每一个可行配置，存在一个每个人都说实话的直接显示机制。这一原理大大简化了机制设计的分析，使我们只需要集中于考虑"说实话"的机制。有兴趣的读者请参阅 *Fudenberg* 和 *Tirole* (1992)第 7 章，或张维迎(1996*a*)第 3 章第 4 节和第 7 章。

5. 信息经济学对理解中国经济改革的意义

对莫里斯教授来说，获得诺贝尔奖或许可以说是他几十年学术生涯的一个完美句号，但对中国经济学家来说，1996 年诺贝尔奖或许是引入信息经济学的最好推动力。中国正处于一个经济制度转变时期。制度为什么重要？就因为信息是不对称的。如果信息是对称的，那么很多制度都是等价的，包括计划和市场都将是等价的：市场制度下能达到的目标，在计划制度下也能达到。公有制和私有制也是等价的：私有制下能实现的效率公有制下同样可以实现。当然，解决不同的信息不对称问题所需要的制度可能是不一样的，有的情况靠价格能够解决，而有的情况则要靠企业、政府或其他的制度安排来解决。我的感觉是，分析我们现在制度问题最有效的一些方法应该来自博弈论和信息经济学。现在我们经常讨论的国有企业的委托—代理问题、激励机制问题、产权问题，都是信息经济学关注的问题。

我的《企业的企业家——契约理论》就是对信息经济学的应用和发展。在这本书里，我首先用一个隐藏行动模型证明，为什么经营者应该是剩余索取者，又用一个隐藏知识模型证明，为什么资本

可以成为传递企业家能力的信号(从而为资本雇佣劳动的现象提供了一个新的解释)。简单地说,让经营者拥有索取剩余权,是为了让经营者不偷懒,因为经营者的行为最难监督;让资本所有者拥有选择经营者的权力,是为了保证把具有最优企业家才能的人选拔在经营者岗位,因为当一个人要拿自己的财产从事冒险事业的时候,他最有积极性说实话(自己是否有能力)。

我对中国国有企业改革的许多看法都是建立在这两个模型的基础上的。到目前为止,国有企业改革的主导思路仍然是想模仿市场经济中股份公司的组织形式,进一步明确国家的股东地位。我曾说过,这是企图通过在马背上画白道道的办法制造出斑马的思路。这个思路至少存在以下问题。第一,明确国家的股东地位并不能解决谁当经营者的问题,而这个问题对保证企业的有效运行是至关重要的。国有控股公司的官员有选择经营者的权力,但并不对他们选择的后果承担经营责任,因此,他们不可能有真正的积极性把最有经营才能的人放在经营者岗位。我们知道,在市场经济下,企业经营者要把企业发展壮大,必须使两部分人满意,一是买东西的人,二是出资的人。其实,这个道理对任何体制都是适用的。不同的是,在我们这样的体制下,买东西的人和出资的人都是政府官员,他们是拿别人的钱买东西,拿别人的钱进行投资。他们真正关心的并不是价廉物美,不是资本的风险和收益,而是个人的直接利益。我们都知道经营者市场的重要性,但经营者市场的前提是资本市场,没有真正的资本市场就不可能有真正的经营者市场。经营者市场的本质是经营才能的买卖,问题是谁来买?当政府官员作为买主时,经营者就只能投政府官员所好,不可能有职业化的经营者队伍的出现。第二,明确国家的股东身份并不能真正解决政企分开的问题。一种观点认为,政企不分的原因是政资不分,因而只要政资分开就可以解决政企不分。这种观点只抓住

了问题的表面现象。政企不分的实质是代表所有者行使控制权的政府官员并不承担资产风险,因此他们不可能像真正的所有者那样对经营者实施最适度的干预。企业中股东、董事会和经营者之间的权力界定具有相当的模糊性。在市场经济中,经营者获得最大经营自主权的最好办法是为投资者多赚钱。你赚的钱越多,他就越满意,就越不干预。但在我们这样的体制下,这个道理不适用。国有企业的经营者获得最大自主权的最好办法是把企业搞得“不死不活”。你把企业搞好了,赚钱多了,别人就来摘桃子了。第三,明确国家的股东地位并不能解决国有资产的增值保值问题。股东与债权人不同,他拿的是剩余收入,而不是合同收入。经营者欠股东什么?法律上讲,什么也不欠。股东要拿到剩余,就得有办法监督经营者,知道剩余是多少。但国家对经理到底赚了多少钱根本无法弄清楚,而代表国家的政府官员事实上也没有积极性获得信息和有效地利用信息监督企业。在这种情况下,国家是很难收到剩余的,因为经营者有各种各样的办法隐瞒剩余。许多人认为国有企业是虚报利润,虚盈实亏。我的看法正好相反。我认为,目前比较典型的情况是隐瞒利润,赚了1000万,只报500万。为什么要隐瞒利润?因为报了是国家的,而不报留下来可以自己享受。当然,从调动经营者积极性的角度看,这并不一定是件坏事,因为当经营者可以从利润中得到更多的享受时,他们赚钱的积极性也提高了(张维迎 1995*b*)。[①]

由于以上原因,我认为国家当股东是不合适的。我主张把国有资产变成债权,而不是股权,让那些真正承担风险、有积极性说实话的资产所有者当股东(所有者)。国有资产变成债权后,国家享有的是合同收益权和破产权,而不是剩余索取权和控制权,而那

① 对上述观点的更详细讨论,参阅张维迎(1995a, 1996)。

些拥有剩余索取权和控制权的真正的所有者不仅有积极性选择最有企业家能力的经营者，也有积极性监督经营者的行为，以上几个问题就基本上得到了解决。

个人财产制度的主要功能是让每个人对自己说什么和干什么承担责任，从而让人们有积极性说实话，不偷懒（张维迎，1996*b*）。让我再用信用评级制度来说明这个问题。信用评级包括机构评级和证券评级两个方面。在美国，信用评级是由诸如 *Moody's* 这样一些私人公司进行的，这些评级公司的评价结果对投资者来说是一个可信的参考。80 年代后期开始，中国也引入了信用评价制度。据说，目前全国共有 50 多家评价机构，其中 20 多家是"独立法人"（王信，1996）。我们看到满大街都是"AAA 级信用社"，有谁信呢？或者说，有什么意义呢？为什么同样是信用评级，中国和美国不一样？因为产权制度不同。在美国，我是评级机构，你要我评，你得出钱给我。那么，为什么不是你出钱多我就说你好呢？因为你不好我说你好，投资者受骗了，下次就不再相信我了，你也不会再找我了，我就没饭吃了。所以，我必须说实话。但在中国就不同。投资者都是拿别人的钱玩，他们并不对自己的说谎承担责任。老百姓是拿自己的钱存入信用社，但他们也不承担风险，因为信用社是银行的，银行是国家的，信用社倒了，政府也得兜着，所以是 AAA 还是 BBB 对他们有什么关系呢？结果是，所有人都在说谎。信用评级机构并非特例。诸如会计事务所，律师事务所，都是如此。这样下去就会出现谁给企业作假账，谁就有饭吃，谁说实话就没饭吃，从而，也就会形成竞相贿赂，如何说假话，因为没有人要为说假话承担责任。

信息经济学不仅有助于我们理解制度变迁，也有助于我们理解政策设计。政府在征税上应该让有能力的人拿到高的收入，从

公平的角度看这是一种信息租金。否则有能力的人就没有积极性努力工作，能干的人也假装不能干。这些都需要用到激励理论。信息经济学的一个基本结论是，任何一种制度安排或政策，只有满足个人的“激励相容约束”（*incentive compatibility*）才是可行的。“激励相容约束”也就是我们中国人讲的“上有政策，下有对策”。上面制定政策时必须考虑下面的对策，不考虑下面对策的政策是没有可行性的。如 70 年代末，国家为了鼓励农民的生产积极性，以原计划额度为基数，规定额度内产量按计划价格收购，额度外产量按市场价格收购，结果是，原来种棉花的改种粮食了，而原来种粮食的改种棉花了，原因就在于这个政策没有考虑“激励相容问题”。这样的例子可以说是比比皆是，不胜枚举。

参考文献

Akerlof, G., 1971, "The Market for Lemons: Quality Uncertainty and Market Mechanism", *Quarterly Journal of Economics* 84:488-599.

Baron, D. and D. Myerson, 1982, "Regulating a monopolist with unknown costs", *Econometrica* 50:911-930

Dasgupta, P., P. Hammond and E. Maskin, 1979, "The implementation of social choice rule", *Review of Economic Studies* 46:185-216.

Fudenberg, D., B. Holmstrom and P. Milgrom, 1990, Short-term Contracts and Long-term Agency Relationship", *Journal of Economic Theory* 51:1-31.

Fudenberg, D. and J. Tirole, 1991, *Game Theory*, Chapter 7, MIT Press.

Grossman, S. and Hart, O., 183, "An Analysis of the Principal-agent Problem", *Econometrica* 51:7-45.

Guesnerie, R. and J. Laffont, 1984, "A complete solution to a class of principal-agent problems with an application to the control of a self-managed firm", *Journal of Public Economics* 25:329-69.

Hart, O. and Holmstrom, B., 1987, "Theory of Contracts", in *Advances*

in Economic Theory: fifth world congress, edited by T. Bewley, Cambridge University。

Holmstrom, B., 1979, "Moral Hazard and Observability", *Bell Journal of Economics* 10:74-91.

Holmstrom, B., 1982a, "Moral Hazard in Team", *Bell Journal of Economics* 13:324-40.

Holmstrom, B., 1982b, "Managerial Incentive Problem—A Dynamic Perspective", in *Essays in Economics and Management in Honor of Lars Wahlbeck*, Helsinki: Swedish School of Economics.

Holmstrom, B. and P. Milgrom, 1991, "Multi-task Principal-agent Analysis: Incentive Contracts, Asset Ownership and Job Design", *Journal of Law, Economics and Organization* 7:24-52.

Kreps, D., 1990, *A Course in Microeconomics*, Chapter 16, Princeton University.

Lazear, E. and S. Rosen, 1981, "Rank Order Tournaments as Optimum Labour Contracts", *Journal of Political Economy* 89:841-64.

Malcomson, J., 1984, "Work Incentive, Hierarchy and Internal Labour Markets", *Journal of Political Economy* 92:486-507.

Martimort, D., 1996, "Exclusive dealings, common agency and multiprincipal incentive theory", *Rand Journal of Economles* 27:1-31.

Maskin, E. and J. Riley, 1984, "Monopoly with incomplete information", *Rand Journal of Economics* 15:171-196.

Meyer, M. and J. Vickers, 1994, "Performance Comparison and Dynamic Incentive", Mimeo, Nuffield College, Oxford University.

Mirrlees, James, 1971, "An Exploration in the Theory of Optimum Income Taxation", *Review of Economic Studies* 38:334-368.

Mirrlees, James, 1974, "Notes on Welfare Economics, Information and Uncertainty", in *Essays on Economic Behavior under Uncertainty*, edited by Michael Balch, Daniel McFadden and Shif-yen Wu, Amsterdam: North-Holland.

Mirrlees, James, 1975, "The Theory of Moral Hazard and Unobservable Behaviour: Part I", Mimeo, Nuffield College, Oxford University.

Mirrlees, James, 1976, "The Optimal Structure of Authority and Incentive within an Organization", *Bell Journal of Economics* 7:105-31.

Mussa, M. and S. Rosen, 1978, "Monopoly and product quality", *Journal of Economic Theory* 18:301-317.

Myerson, R., 1979. "Incentive compatibility and the bargaining problem", *Econometrica* 47:61-73.

Myerson, R., 1991, Game Theory: Analysis of Conflict, Cambridge, Mass: Harvard University Press.

Radner, R., 1985, "Repeated Principal-Agent Game with Discounting", *Econometrica* 53:1173-98.

Riley, J., 1979, "Informational Equilibrium", *Econometrica* 47:331-59.

Rogerson, W., 1985, "The First-Order Approach to Principal-agent Problems", *Econometrica* 53:1357-68.

Ross, S., 1973, "The Economic Theory of Agency: The Principal's Problem", *American Economic Review* 63:134-9.

Rothschild, M. and J. Stiglitz, 1976, "Equilibrium in Competitive Insurance Market", *Quarterly Journal of Economics* 90:629-49.

Spence, M., 1974, Market Signaling, Cambridge, Mass: Harvard University Press.

Spence, M. and R. Zechhauser, 1971, "Insurance, Information and Individual Action", *American Economic Review* (*papers and proceedings*) 61:380-7.

Vickery, W., 1961, "Counterspeculation, auctions and competitve sealed tenders", *Journal of Finance* 16:8-37.

Wilson, R., 1969, "The Structure of Incentive for Decentralization under Uncertainty", *La Decision* 171.

Zhang, Weiying, 1994, "Entrepreneurial Ability, Personal Wealth and the Assignment of Principalship: An Entreprenerurial/Contractual Theory of the Firm", D.Phil Thesis, Oxford University. 中文版《企业的企业家——契约理论》, 1995年, 上海三联书店和上海人民出版社出版。

张维迎, 1994b, "从现代企业理论看国有企业改革", 载《经济学消息报》1994年11月17日。

张维迎, 1995a, "中国国有企业改革的理性思考", 载《中华工商时报》1995年1月23日。

张维迎, 1995b, "决策权、剩余索取权和绩效: 中国国有企业改革运作的一个理论分析", 载《中国社会科学季刊(香港)》1995年秋季号。

张维迎，1996a，《博弈论与信息经济学》，上海人民出版社和上海三联书店联合出版。

张维迎，1996b，"所有权，治理结构与委托—代理关系"，载《经济研究》1996年第9期。

王信，1996，硕士论文，中国人民银行总行研究生部。

税收、激励与信息

（中文版前言）

本书中收集的论文几乎都是讨论一个非常一般的问题：它是有关政府经济政策的问题，雇主与雇员之间的关系问题，契约问题。这些情况比初看起来要普遍得多，涉及到某些更为根本的东西。在多数场合，有关这一问题的理论是针对着资本主义经济而发展出来的，但它无疑对所有经济都是适用的。特别是当新的制度正在发展和新的经济关系正在形成的时候，这一理论就更能显示其价值所在。

这一理论可以用一个例子来说明，尽管本书中的任何一篇文章中都未曾讨论过这个例子。这个例子初看起来远不是对政府政策的分析，但它确实含有许多本质性的特征。考虑一个农民，使用着由另一个人或机构提供的土地。在市场经济中，农民通常为使用土地支付一个固定的租金。这或许是因为法律不允许土地的所有者与使用者之间有更为复杂的关系。当考虑这个问题时，你或许会觉得，固定租金看起来并不很好。一个规定地租随收成而变化的契约难道不更好么？这样一个契约减低农民的风险，当然也会在某种程度上减低努力工作的激励。但总的来说，在一定范围内，减低农民的风险是值得的，即使它会带来激励问题。

这就是我们所称之为的委托人—代理人情形的东西。农民，称作代理人，决定如何努力工作，种什么，什么时候收割，等等。这些决策是在知道合同条款之后作出的。在标准的经济模型中，代理人以最大化他的效用的方式作出决策。土地的所有者，称为委

托人，规定合同。委托人选择合同的形式以最大化自己的效用。合同必须满足的约束条件是，代理人在最大化他的效用，并且，为诱使代理人接受合同，他必须得到足够高的效用。这样，存在一个特征化的数学结构：委托人最大化，满足代理人最大化和自愿参与两个约束。

这个问题的解的特性依赖于委托人和代理人在做出他们的决策时所拥有的信息。一种可能是，代理人很清楚他的决策（努力等）如何影响观察的业绩，而委托人对这种影响并不确定。农民的技能可能高些或低些，他知道自己的技能如何，而地主对他与之打交道的农民的技能并不了解。在这样的情形下，我们说存在非对称信息。另一种有趣的情形是，合同双方都对努力如何影响业绩不确定。这就是道德风险的情形。

在所有两种情形中，都存在一个激励问题。委托人不能直接控制代理人的努力，必须通过设计一个"业绩高报酬高"的合同来间接影响它。本书中的大部分论文探讨这类问题的解。第一篇论文，关于所得税的理论，研究如何解决具有非对称信息的委托—代理问题。它处理的是一个多世纪以来一直令经济学家感兴趣的一个特定的应用性问题。在这篇论文中，委托人是一国的政府，代理人是该国的居民。我们假定人民不能移居国外，但政府关心全体居民的福利。人们在技能方面不同，以不同的方式对一个共同的制度作出反应，这个制度规定，净报酬是所做出的劳动量的函数。在一个有高度发达的税收体系的国家，净报酬是纳税后个人能享受的消费；劳动量由个人总工资的价值度量。

问题的解是相当复杂的。第一篇论文发展出的方法只在本书的最后一篇（"最优税收理论"）中才得到完全证明。在诺贝尔授奖仪式上的演讲（已收入本书）里，我对模型和解的基本要素作了描述，也提到了可以使用同样分析技术的其他一些问题，如保险，产

业规制，企业内的报酬制度等。当然，每一个应用都有其自身的特征。一般化方法已经在罗杰·梅耶森阐述的一般显示原理中得到很好表述，其基本思想是，应该设计一个合约，使人们愿意披露他们的内在能力，讲实话。

有许多其他的委托—代理问题，包括各种各样的道德风险问题。“关于福利经济学、信息和不确定性的笔记”一文稍微具体地描述了这些问题中的一部分，说明如何解决道德风险问题(至少在有些情况下)。道德风险问题有一些特殊的困难，第三篇论文(“道德风险理论和不可观测行为”)对此作了研究。在有些情况下，报酬应该相当敏感地依赖于业绩(如在第五篇有关生产性组织的两类模型)(有时这种依存关系只存在于一个狭小的业绩区间)，如果业绩过低，代理人应该受到严厉惩罚。在其他情况下，让代理人在不同选择之间无差异可能是最好的。在与彼得·戴蒙德合作的退休模型中，情况就如此。其他人，著名的是霍姆斯特姆和米尔格罗姆，已经发现了一个跨时行动的道德风险模型，其中，报酬简单地与业绩成比例。然而，到目前为此，我们并不知道如何以这类或那类解识别不同类型的模型。

本书中收集的论文大部分是由对政策问题的思考促成的，这些问题是一般政策的某些方面，如什么样的税收水平是合适的。我试图发展出一般的方法，这种方法使得我们可以从数值上解出特定的模型，如计算最优所得税，养老金的筹集，价格控制，等等。自然，人们希望对最优激励制度的一般特征有一个感觉，我在诺贝尔授奖仪式上的演讲中已谈了一些。在这方面，仍有许多工作有待去做。

我很高兴我的这些论文能在中国翻译出版。中国正在进行着一场举世瞩目的经济改革。无疑，中国经济面临许多特殊的问题需要特殊的分析才能解决。但如我已指出的，激励问题是所有经

济面临的一个核心问题，中国经济改革要解决的似乎也是个激励问题。这本书中发展的理论，对中国经济学家思考中国的问题应该是有帮助的。我的中国学生张维迎博士不仅花了大量时间和精力编辑了这本书，而且写了一篇介绍我对信息经济学的贡献的文章，我对他表示由衷的感谢。我相信，他的努力是值得的。

詹姆斯·莫里斯

英国剑桥大学

1997 年 2 月 4 日

（张 维 迎　译）

一　最优所得税理论探讨[①②]

1. 引言

你可能认为在任何一个重视平等的经济体制中，累进所得税都是一项重要的政策工具。即使在所有劳动者都被国家雇佣这样一个高度社会主义化的经济中，高熟练劳动的影子价格也一定会比其实际得到的可支配收入高得多。在西欧和美国，人们对高收入者和低收入者所纳税率的讨论广泛而又冗长[③]：尽管税收是重要的，但事实上人们却没有研究出政府可以诉诸实施的相关经济政策。

再分配性质的累进税通常是与个人的收入相关联的（或者，毋宁说是与其估计的收入相关联的）。你也许会从一个人显见的智商、学历、谈吐风度、年龄或肤色中获取其赚取收入潜力的信息：但是人们赚取收入潜力的当然和最可靠的指标是他的实际收入。把人的经济绩效作为其经济潜力的证据所带来的结果是，收入的社会边际效用的完全均等不再令人满意，其原因在于，导致这一结果

---

① 初稿收到日期1970年8月；定稿日期1970年10月（编辑）。

② 本文的写作及后续工作是在我访问麻省理工学院经济系期间开始的，这次访问令人愉快又兴奋。彼得·戴蒙德对我的影响特别大，他的评论使我受益匪浅。本文的早期版本曾在考尔斯基金会、伦敦经济学院讲述过；并曾提交给经济研究协会和 *CORE*。我要感谢参加过这些讨论会的成员，感谢 *A*. *B*.阿肯森（*Atkinson*）所提出的有益评论。我还要对完成本文计算工作的 *P*. *G*.海尔（*Hare*）和 *J*. *R*.布鲁莫（*Broome*）表示深切的谢意。

③ 站在（通常是）正统立场上的讨论可以在参考文献[7]、[1]、[5]的第5、7、8章和[6]的第11和12章中找到，这些讨论包括了本文所忽略掉的许多要点。参考文献[2]在精神上与本文所作尝试很接近。

的税收体制将会使人们完全不愿从事不愉快的工作。这样便产生了一些问题，即指导最优所得税的原理应该是什么；这样一个税收方案会像什么；一旦它被建立起来的话，还会存在多大程度的不平等。

即使是在最简单的情况中，这些问题似乎也是非常困难的。在本文中，我要作出如下简化的假设：

(1) 不考虑跨时问题。政府一般是对每年的收入征收所得税，把某一年收入转换成另一年收入以应付税收的可能性是极其有限的。在最优体制中，人们无疑希望把税收支付与整个一生的收入结构及其初始财富联系起来；[1] 并且，当人们安排支付时，他们将会关注不完全的个人资本市场和不完美预期。我们下面所讨论的经济是静态的。这样，我们就可以忽略税收对于储蓄的影响。有人可能会把本文给出的理论看作有关"劳动收入"(即，非财产收入)的税收理论。

(2) 偏好，家庭规模及构成，以及自愿性转移支付中的差异将忽略不计。这些内容会引出类型截然不同的问题，作出忽略它们的假设是很自然的。

(3) 我们假定个人通过理性计算来决定所提供劳动的数量和类型，这种计算与效用函数最大化相对应，社会福利被假定为个人效用水平的函数。我们还假定，个人所提供的劳动量可以在很大的范围内变动，且不会对其价格产生影响。第一个假设可能是严重脱离实际的，特别是在收入较高的情形下，有时会出现消费过多，有时，人们工作的原因几乎与提供给"劳动者"的收入没有联系。

(4) 我们假定移民是不可能发生的。由于对美国之外的任何

① 参阅参考文献[7]，第六章。

国家而言，移民威胁都是实际税收体制中影响累进程度的主要因素，因此，这是另一个人们所不愿作出的假设。[①]

(5) 我们假定国家对经济中个人的效用及其行动具有完美信息。在实践中，对于从自我雇佣中所获取的某种形式的收入，特别是工人从为自己或家庭工作所得到的收入而言，事实当然不同于假设；并且在某些国家中，关于收入的不确定程度是很高的。但忽略这种不确定性是否是一项意义重大的简化工作，似乎是有疑义的。

(6) 我们的许多简化工作的目的在于使数学更易处理：我们假定(在一种特殊的意义上，下面将对此进行解释)存在一种劳动；存在一种消费品；就经济中的不同个人而言，福利是可分的，它还是对称的——即，当适当地选择了个人效用函数(它对所有的人都是相同的)后，福利可表示为个人效用之和。

(7) 我们假定实施最优税收方案的成本可忽略不计。

从第 2 节到第 5 节，我们要讨论最优所得税方案较为一般的性质以及指导原则。这里的考察是不严格的。不过，希望避开数学细节的读者还是可以把第 3 节的最后一页或最后两页跳过不读，他可能还希望快速浏览一下第 4 节。在第 6 节，我开始讨论特殊例子。第 6 节至第 8 节中的数学论证常常比较复杂。如果读者直接去读第 9 节，他应该不会感到略过前面几节会给阅读造成什么障碍，我们在这一节给出并讨论了数值结果。不过，他也许会发现看一下第 7 节开始给出的结论与推测，以及第 8 节讨论过的两种情形的图示将是很有意思的。

主要定理的严格证明将在随后的论文[4]中给出。

---

① 我将在另一篇文章中对最优税收方案与移民倾向的关系进行讨论，这篇文章尚在准备中。

2. 模型与问题

个人具有相同的偏好。我们将假定消费与工作时间进入个人的效用函数。当消费为 x,工作时间为 y 时,效用为:

$$u(x, y).$$

x 与 y 都必须是非负的,并且对 y 而言,存在一个上极限,我们将它取作 1。实际上,我们假设,u 是定义在 $x>0$ 与 $0\leqslant y<1$ 上严格凹的连续可微函数,它在 x 上是(严格)递增的,在 y 上是(严格)递减的。当 x 从右趋于 0,或者 y 从左趋于 1 时,u 会趋于 $-\infty$。

从生产角度出发,我们假设时间价值是因人而异的。每个人都与他在单位时间所提供的劳动量 n 相对应。如果他工作的时间为 y,那么他所提供的劳动量就是 ny。总体中存在一个已知的技能分布,它由参数 n 来度量。劳动参数小于或等于 n 的人数是 $F(n)$。我们假设,F 是可微的,从而存在一个能力的密度函数 $f(n)=F'(n)$。我们将能力参数为 n 的个人称为 n - 人。

一个 n - 人的消费选择由 (x_n, y_n) 来表示。我们把他所提供的劳动定义为 $z_n=ny_n$。这样,经济中可用的生产性总劳动就是:

$$Z=\int_0^\infty z_n f(n)dn, \tag{1}$$

消费品的总需求是:

$$X=\int_0^\infty x_n f(n)dn. \tag{2}$$

为避免无限劳动供给这种可能性发生,我假设:

$$\int_0^\infty nf(n)dn<\infty. \tag{3}$$

每个个人都根据他的预算约束作出选择 (x_n, y_n)。政府可以运用一种所得税,使得一个劳动供给量为 z 的人税后消费不超过 $c(z)$;政府可以任意选择函数 c。就政府对 c 的选择而言,施加 c 上半连续这样一个约束是有意义的,这样,所有个人在预算约

束下[1]，都可以作出使效用最大化的消费选择：

$$(x_n, y_n)\ \max u(x, y)\ \text{s.t.}\ x \leqslant c(ny). \qquad (4)$$

请注意，(x_n, y_n)对于每个 n 可能不是唯一确定的。[2] 我写出

$$u_n = u(x_n, y_n). \qquad (5)$$

命题 1 存在数 $n_0 \geqslant 0$，使得

$$\begin{aligned} &y_n = 0\ (n \leqslant n_0), \\ &y_n > 0\ (n > n_0). \end{aligned} \qquad (6)$$

证明 如果 $m < n$，并且 $y_m > 0$，那么

$u[c(my_m), y_m] < u\left[c(n.\frac{m}{n}y_m), \frac{m}{n}y_m\right] \leqslant u_n$。所以，如果 $y_n = 0$，则 $y_m = 0$，这样 $y_m = 0$ 给出 n－人的效用为 u_n。因而，

$$n_0 = inf\ [n \mid y_n > 0]$$

具有我们想要的性质。‖

命题 2 任意一个 n 的函数[3]，(x_n, y_n)如果对某一上半连续函数 c，使(4)得到满足，则对某一不减的右连续函数 c'，也会使

---

① 说 c 是上半连续的意味着，
当 $\lim\limits_{i\to\infty} z_i = z$ 时，

$$\lim\sup c(z_i) = c(z).$$

如果

$$u_n = \sup \{u(x, y) \mid x \leqslant c(ny)\}，并且\ u(x_i, y_i) \to u_n,\ x_i \leqslant c(ny_i)$$

我们便可以假定，$x_i \to x$ 和 $y_i \to y$(由于$\{y_i\}$，从而$\{x_i\}$是有界的)。由 c 的上半连续性可知，

$$x \leqslant \lim\sup c(ny_i) = c(ny);$$

而由 u 的连续性，我们得到 $u(x, y) = \lim u(x_i, y_i) = u_n$.
因此，我们便得到了上确界。

② 换言之，我们得到了一个对应。它给 n－人提供了一个效用最大化的选择集。当消费函数 c 与无差异曲线部分重合时，我们便会得到对应。不过，使用正文中的符号还是方便的，尽管它暗示着我们是在考虑一个函数。

③ 我们可以很容易地看出，结论对于对应而言，也是正确的。

(4)得到满足。

证明 定义 $c'(z)=\sup\limits_{z'\leq z} c(z')$。如果 $x'_n \leqslant c'(ny'_n)$，那么，对任何 $\epsilon>0$，存在 $y''_n \leqslant y'_n$，使得 $x'_n-\epsilon \leqslant c(ny''_n)$。因而，$u(x'_n-\epsilon, y''_n) \leqq u_n$，由于 u 在 y 上是递减的，所以这就意味着 $u(x'_n-\epsilon, y'_n) \leqslant u_n$。令 $\epsilon \to 0$，则 $u(x'_n, y'_n) \leqslant u_n$。由此，$(x_n, y_n)$ 在 $x \leqslant c'(ny)$ 的约束下使 u 最大化。

c' 显然是 z 的一个不减函数。为了证明它是右连续的，我们取一个递减序列 $z^i \to z$。$c'(z^i)$ 是一个非递增序列，并因而趋于一个不小于 $c'(z)$ 的极限。如果它等于 $c'(z)$，我们就无须再证明什么了。假定它大于 $c'(z)$。那么，对于某个 $\epsilon>0$，都有 $c'(z^i)>c'(z)+\epsilon$。因此，存在一个序列 $(\bar{z}^i)$，使得 $\bar{z}^i \leqslant z^i$，并且 $c'(z^i) \geqslant c(\bar{z}^i)>c'(z)+\epsilon$。第二个不等式意味着，$\bar{z}^i>z$。从而 $\bar{z}^i \to z$。但 $\lim\sup c(\bar{z}^i)>c(z)$ 与上半连续性质矛盾。所以实际上，c 是右连续的。‖

这个命题告诉我们，边际税率最好不要大于 100%。我们将在下面考察边际税率是否应该为正。

政府选择函数 c 以最大化福利函数

$$W=\int_0^{\infty} G(u_n) f(n) dn. \tag{7}$$

这里，我用了函数 G，而不是只写出 u_n，原因在于我在下面想对 $u_{xy}=0$ 的情形（当 u 可写成一个只依赖于 x 的函数和一个只依赖于 y 的函数二者之和时）给予特别注意。在福利最大化之中，政府要受到生产可能性约束：在劳动投入不大于 Z 的条件下，生产出由选择 c 引致的消费需求 X 必须是可能的。生产约束被写成：

$$X \leqslant H(Z). \tag{8}$$

到目前为止，我们还没有完全描述出可供政府选择的可能性。这是由于，如果 (x_n, y_n) 不能唯一确定，政府或消费者能否选择特定的效用最大化点是不清楚的。也许，假定政府可以选择特定的

效用最大化点，并假定市场出清的需要会使政府实际作出这种选择，是合理的。但当我们作出下面这一假设时，这一问题也就不重要了。该假设为

(A) 除了对测度为 0 的集合之外，y_n 对所有的 n 都是唯一确定的。

这样，政府可以从中加以选择的函数类 c 就进一步受到下面条件的限制，即备选函数要引致消费者作出满足(A)的选择。在适当的时候，我们会看到在我们最关心的那些特定情形中，(A)对所有函数 c 都是满足的。

3. 最优解的必要条件

根据问题的最优解存在这一假设，我们现在来推导它必须满足的条件。数学论证是不严格的。为了作出恰当的分析，人们必须对若干十分需要技巧的地方加以注意。技术性细节有掩盖论证主线的倾向，因此，我们将在本文续篇中分别给出严格证明。我们将在下节简要地讨论一下被忽略掉的困难的本质。

为得到本问题合理而简洁的解，关键在于找到一种简便的方法，来表述每个人在强加的"消费函数"c 的约束下最大化其效用的条件。如果我们假定 c 是可微的，$u[c(ny), y]$对 y 的导数必须为0。我们用 u_1 和 u_2 分别表示 u 对第一个变量和第二个变量的导数。我们有

$$u_1 nc'(ny) + u_2 = 0. \tag{9}$$

回想一下，u_n 是 n - 人的效用。因而，运用一阶条件(9)直接计算，我们会得到

$$\frac{du_n}{dn} = u_1 yc' = -\frac{yu_2}{n}. \tag{10}$$

（当然，右边的表达式是u对n的偏导数在极大值点处取值的另一种表述。应用这一更为一般的方程，我们可以分析n以一种更加一般的方式进入u时的情形。我们在后面将会回头讨论这一点。）

我们的问题是在生产函数约束，$X \leqslant H(Z)$；微分方程(10)；以及定义$u_n = u(x_n, y_n)$这些限制条件下，最大化W。熟悉庞特里亚金最大值原理（*Pontriyagin Maximum Principle*）的读者会发现，用它来考察上述问题是非常合适的。我们必须引入X和Z的影子价格p和w。这样，我们就要在(10)的约束下，最大化

$$W - pX + wZ = \int [G(u_n) - px_n + wy_n n] f(n) dn \quad (11)$$

u_n被视为状态变量，y_n被视为控制变量，而x_n由方程$u_n = u(x_n, y_n)$确定为u_n和y_n的函数。汉密尔顿函数（*Hamiltonian*）为：

$$M = [G(u_n) - px_n + wy_n n] f(n) - \phi_n \frac{y_n u_2}{n},$$

这里ϕ_n是n的函数，满足微分方程

$$\frac{d\phi}{dn} = -\frac{\partial M}{\partial u}$$

$$= -\left[G'(u_n) - \frac{p}{u_1}\right] f(n) + \phi \frac{y_n u_{12}}{n u_1}. \quad (12)$$

这样，我们要选择y_n来最大化M：

$$\left[wn + \frac{pu_2}{u_1}\right] f(n) + \phi_n \frac{\psi_y}{n} = 0, \quad (13)$$

这里函数$\psi(x, y)$是由

$$\psi(u, y) = -yu_2(x, y), \quad u = u(x, y), \quad (14)$$

来定义的，并且ψ_y是它对y的偏导数。（注意，同时我们还有，

$$\psi_u = -yu_{12}/u_1.)$$

我们现在可以对方程(12)求积分，从而得到ϕ_n的一个表达式；我们把它代入(13)，便可得到我们所寻求的最优解必须满足的方程。但是，在运用这一方程之前，我们显然要用到变分法，这是推导这

个方程的另一种不同的方法。运用最大值原理存在许多缺陷。它不能向我们说明，如何得到有关最优解的某些重要的补充条件。它也没有向我们提供有关将分析严格化的任何线索。对于我们所分析的这类问题，它没有给出任何洞见。当我们作出更加明确的变分分析时，我们能更好地看出逻辑漏洞出在什么地方，并能更好地理解事情的来龙去脉。

为了这个目的，我更愿意把(10)写成被积形式：

$$u_n = -\int_0^n y_m u_2(x_m, y_m)\frac{dm}{m} + u(c(0), 0),$$

$$= \int_0^n \psi(u_m, y_m)\frac{dm}{m} + u_0, \tag{15}$$

这里用到了上面引入的符号 ψ，并把不做任何工作的人所得到的效用记为 u_0。假定，第一，ψ 独立于 u（与 $u_{12}=0$ 这种特殊的情形相对应）。如果我们考察对最优解的一个变分，它使函数 u_n 和 y_n 发生了“小小”的变差 δu_n 和 δy_n，那么，从(15)中我们推出，这些变差必须由

$$\delta u_n = \int_0^n \psi_y \delta y_m \frac{dm}{m} + \delta u_0 \tag{16}$$

联系起来。这一变分会使 W, X 和 Z 发生变动。与从前一样，我们（从福利的角度）引入 X 和 Z 的影子价格。因此，变分必须使(11)不变：

$$0 = \delta\int[G(u_n) - px_n + wy_n n]f(n)dn$$

$$= \int\left[G'(u_n)\delta u_n - p\left(\frac{1}{u_1}\delta u_n - \frac{u_2}{u_1}\delta y_n\right) + w\delta y_n n\right]$$

$$f(n)dn, \tag{17}$$

这里，x 的变分是这样来计算的：

$$\delta u_n = \delta u(x_n, y_n) = u_1\delta x_n + u_2\delta y_n. \tag{18}$$

我们还要把(16)代入(17)，这给出

$$0=\int_0^{\infty}\left\{\left[G'(u_n)-\frac{p}{u_1}\right]\left[\int_0^n \psi_y\delta y_m\frac{dm}{m}+\delta u_0\right]+\left[wn+p\frac{u_2}{u_1}\right]\delta y_n\right\}$$
$$f(n)dn$$
$$=\int_0^{\infty}\left\{\int_n^{\infty}\left[G'(u_m)-\frac{p}{u_1}\right]f(m)dm.\frac{\psi_y}{n}+\left(wn+p\frac{u_2}{u_1}\right)f(n)\right\}$$
$$\delta y_n dn+\int_0^{\infty}\left[G'(u_n)-\frac{p}{u_1}\right]f(n)dn.\delta u_0. \qquad (19)$$

交换二重积分的积分顺序，便可得到第二个方程。[①] 函数 y_n 所有可能的变分以及数 u_0 都将满足(19)。由于在最优解处，u_0 要么是递增的，要么是递减的(如果像通常所预料的那样，一些人在最优解处不会选择工作的话)，因此，在最优解处，

$$\int_0^{\infty}\left[G'(u_n)-\frac{p}{u_1}\right]f(n)dn=0 \qquad (20)$$

如果 y_n 的所有变分都是可能的——这是我们马上就要提出的一个问题——我们也可以断言大括号中的表达式必须为 0：

$$\left(wn+p\frac{u_2}{u_1}\right)f(n)=\frac{\psi_y}{n}\int_n^{\infty}\left[\frac{p}{u_1}-G'(u_m)\right]f(m)dm. \quad (21)$$

应该注意的是，只有在 $n\geqslant n_0$ 的条件下，这一方程才会成立：它对于 $y_n=0$ 时的 n(n_0 除外)是不成立的，这是由于 y_n 不能为负，因此，并不是所有的变分都是可行的。

最后，我们知道劳动的边际产品应该与影子工资相等：

$$pH'(Z)=w. \qquad (22)$$

---

① 二重积分是

$$\int_0^{\infty}\left[G'(u_n)-\frac{p}{u_1}\right]f(n)\int_0^n\psi_y\delta y_m\frac{dm}{m}.dn.$$

积分区域由 $0\leqslant m\leqslant n$ 定义。因而，当交换积分次序时，对于给定的 m，n 的取值范围为 m 和∞。这个积分因此可以写成

$$\int_0^{\infty}\int_m^{\infty}\left[G'-\frac{p}{u_1}\right]f(n)dn.\psi_y\delta y_m.\frac{dm}{m},$$

它在 m 和 n 符号交换的条件下，使(19)得到证实。

(20)和(21)这两个方程在 ψ 独立于 u 这一特殊假设之下是可以求解的。在更加一般的情形中，我们必须用

$$\delta u_n = \int_0^n T_{mn}\psi_y \delta y_m \frac{dm}{m} + \delta u_0, \tag{23}$$

来替代(16)，这里

$$T_{mn} = exp \int_m^n \psi_u \frac{dm'}{m'}. \tag{24}$$

为了说明这一点，我们可以回到微分方程(10)。应用变分，我们可以从中得出

$$\frac{d}{dn}\delta u_n = \frac{1}{n}\psi_u \delta u_n + \frac{1}{n}\psi_y \delta y_n. \tag{25}$$

这是一个一阶线性方程，因而可用标准方法求解，给出方程(23)。

我们用(23)代替(16)，就可以像以前那样，完成剩下的计算工作。我们发现(20)可由

$$\int_0^\infty [G'(u_n) - p/u_1] T_{0n} f(n) dn = 0 \tag{26}$$

来概括，同时(21)变成

$$(wn + pu_2/u_1) f(n) = \frac{\psi_y}{n} \int_n^\infty [p/u_1 - G'(u_m)] T_{nm} f(m) dm. \tag{27}$$

注意，虽然出现在(23)中的是 T_{mn}，但出现在这里的却是 T_{nm}。

如果这些方程是正确的，那么，在 u_0, w, 和 p 这三个参数给定的条件下，我们也许就可以用(15)和(27)这两个积分方程确定 u_n和 y_n 这两个函数。这些参数的值由(26)，(22)和(8)这三个方程固定下来。一旦我们知道了 u_n 和 y_n，函数 c 便可以确定，因此，我们具有足够的关系来确定最优税收方案。

4. 必要条件：一个完整表述

我们用来推导最优税收方案的条件的论据存在许多不足之

处。实际上，一般而言，上面导出的关系未必成立。在这些缺陷中，我们要注意以下几点：

(i) 我们假设了影子价格 p 和 w 的存在性，但没有给出证明；

(ii) 我们假设最优税收方案，以及它所引致出的函数 x_n，y_n 和 u_n 是可微的；

(iii) 变分的应用完全是启发式的；并且

(iv) 我们没有对函数 y_n(对于 $n > n_0$)可以任意变动这一假设提供任何证明。

我不打算对(i)和(iii)作出评论，尽管它们很重要，但只是技术性的问题：它们可以被证实。一般来讲，(ii)不能得到满足：我们没有理由假定它应该得到满足。当(ii)不被满足时，效用最大化一阶条件(9)就失去意义了。最后，(iv) 从不会被证实。函数 y_n 是从强加消费函数 c 这个条件中导出的，我们对于 c 没有任何实验的信息。我们必须料到，某些想象得到的函数 y_n 是绝不可能从所强加的消费函数中推导出来的。在有些情况下，可行的 y 函数类无疑是非常复杂的。幸运的是，在现实情况中，简单地对这类函数进行描述是可能的，这样，严格使用变分论证也成为可能。

在严格的分析中，我们要依靠方程(15)而不是微分一阶条件(9)来处理问题(ii)。当且仅当即使消费函数不可微，各种函数也能从消费约束下的效用最大化中得出时，这个条件才成立，这是一个值得注意的事实。读者会从[4]中看到对这一点的证明。

为了处理问题(iv)，我们必须限制所考虑的那类效用函数。我们假设

(B) $V(x, y) = -yu_2/u_1$，对每一 $x>0$，都是 y 的一个递增函数(并且对任意的 $\bar{x}<\infty$ 和 $\bar{y}<1$，它在 $0\leqslant x\leqslant\bar{x}$，$0\leqslant y\leqslant\bar{y}$ 上都是有界的)。

值得注意的是，这是一个关于偏好的假设，而不只是对用来表

示偏好的效用函数的形式所作的假设。我们可以很容易地接受假设的第二部分。当且仅当对于某一给定的消费水平 x，所作的工作量越大，为保持效用水平不变，再增加百分之一的工作量所要求的消费增幅也越大时，假设的第一部分，即主要部分才会成立。它与(无税收条件下的)商品消费需求(在任一给定的非负收入下)是真实工资率的增函数这一假设是等价的。[①] 极少有人表现出具有违背(B)的偏好，并且在直观上，它是十分有道理的。如果偏好能被表示成可加效用函数，那么(B)就成立。我们在下面要用到这个事实。(值得注意的是，当 $y \to 1$ 时，$V \to +\infty$，因此对 y 的某些取值范围而言，该假设必然成立。)如果假设不成立，最优税收理论就会更加复杂。

定理 1 指出了假设的要义

定理 1 在假设(B)，对于所有的n，在给定某个消费函数c的约束下，$z_n = ny_n$ 都使效用函数最大化，当且仅当下列条件成立：

(i) z_n是对 $n > 0$ 所定义的一个非递减函数；

---

① 从无差异曲线图中，我们可以很明显地看出这一等价关系。令 w 为工资率，m 为非劳动所得(二者都以商品来度量)，你会对(B)暗示出消费是工资率的增函数这一点给出正式证明。(B)所表述的是，作为 x 和 y 函数的 wy 是 y 的增函数。把 x 和 y 写成 w 和 m 的函数，标上 $x = x(w, m)$，$y = y(w, m)$，$x' = x(w', m)$，$y' = y(w', m)$，这里 $w' > w$。我要证明 $x' > x$。为此，我选择 w^* 和 m^*，使得 $x^* = x(w^*, m^*) = x$，以及

$$y^* = y(w^*, m^*) = \frac{w}{w'}y.$$

由于 $x^* - w^* y^* = m$，因此(x', y')优于(x^*, y^*)；这样就有

$$\begin{aligned} x' - x &> w^*(y' - y^*) \\ &= \frac{w^*}{w'}(w'y' - w'y^*) = \frac{w^*}{w'}(w'y' - wy) \\ &= \frac{w^*}{w'}(x' - x), \end{aligned}$$

原因在于 $x' - w'y' = m = x - wy$。根据我们的假设 $w^* < w'$，这意味着 $x' > x$。

逆转以上步骤，可以得到逆命题的证明。

(ii) 对于所有的 $n>0$，都有 $0\leqslant z_n<n$。
读者可从[4]中找到这一定理的严格证明。假定 z_n 可微，c 二次可微，你会得到它的启发式证明。一阶条件(9)可以写成

$$\frac{\partial}{\partial z}u(c(z),z/n)=\frac{u_1}{z}[zc'(z)-V(c(z),z/n)]=0. \tag{28}$$

而且我们还有二阶条件，即在 z_n 处，导数是非递增的。由于在这里，(28)等于零，当我们把正因子 u_1/z 略去时，这也成立。换言之，当 $z=z_n$ 时，

$$\frac{\partial}{\partial z}[zc'(z)-V(c(z),z/n)]\leqslant 0, \tag{29}$$

方程 $z_nc'(z_n)-V(c(z_n)z_n/n)=0$ 对 n 求微分得

$$\frac{\partial}{\partial z}[zc'-V]|_{z=z_n}\cdot\frac{dz_n}{dn}=-V_y(c(z_n),z_n/n)z/n^2. \tag{30}$$

由(29)和假设(B)可知，除非 $z_n=0$，否则

$$\frac{dz_n}{dn}>0. \tag{31}$$

其实，当 $n>n_0$，并且 c 可微时，z_n 是严格递增的；c 中的隅角使得 z_n 对于一定范围的 n 值而言保持不变(无差异曲线图会使我们弄清这一点)。效用最大化选择显然必须满足定理中的条件(ii)。

对于一个给定的满足两个条件的 z - 函数，存在一个适合的消费函数，为了证明这一点，我们用一阶条件(28)来定义 c。于是(30)(几乎)表明极大值的二阶条件得到了满足。但这没有证明效用的全局极大，但事实却是如此。

应该注意的是，作为定理 1 的推论，当条件(B)成立时，条件(A)即成立，原因在于，我们可以证明，即使 z_n 是个对应，它也是非递减的。因而，除了对 n 值的一个可数集之外，z 都是取单值的。不用说，在这种情形下，条件(A)会得到满足。

定理 1 同时还意味着，当政府实施最优税收方案时，z_n 以及

x_n 成为非递减函数。而且，它很直接地向我们表明，应用变分论证时，我们能够考虑的函数 y_n 发生了什么变动。变分论证说明了，可容许的微小变动只应使最大化目标函数产生二阶差别。严格的论证仍然很复杂，部分是由于人们必须允许 z_n 在某些区间上保持不变，而且在某些 n 值处不连续这种可能性发生。[4]中所证明的结论，可完整表述如下：

定理2 如果偏好满足假设(B)，并且(u_n, x_n, y_n)源于最优所得税，那么

(i) $z_n = n\,y_n$ 是 n 的非递减函数；

(ii) $u_n = u_0 - \int_0^n [y_m u_2(x_m, y_m)/m]dm \quad (n \geqslant 0)$；

$$\tag{32}$$

(iii) 在所有 z_n 的递增点(即，这里对于所有的 $n' < n$，有 $z_n > z_{n'}$，或者对于所有的 $n' > n$，有 $z_n < z_{n'}$)，

$$A_n \equiv [w + u_2^{(n)}/nu_1^{(n)}]\, f(n) - \frac{\psi_y}{n^2} \int_n^\infty \left[\frac{1}{u_1^{(m)}} - \lambda G'(u_m)\right] T_{nm} f(m)\, dm = 0, \tag{33}$$

这里上标"(n)"表示函数在 n - 人效用最大化选择点处的数值，并且

$$\psi_y = -u_2^{(n)} - y_n u_{22}^{(n)} + y_n u_2^{(n)} u_{12}^{(n)}/u_1^{(n)}, \tag{34}$$

$$T_{nm} = exp\left[-\int_n^m y_{m'} u_{12}(x_{m'}, y_{m'})/u_1(x_{m'}, y_{m'}).\, dm'\right]; \tag{35}$$

(iv) 如果 $n \in [n_1, n_2]$，这里 z 在 $[n_1, n_2]$ 上取值为常数，并且 $[n_1, n_2]$ 是 z 取值为常数的最大区间，那么就有

$$\int_{n_1}^n A_m dm \geqslant 0, \quad \int_n^{n_2} A_m dm \leqslant 0; \tag{36}$$

(v) 如果 z 在 n 处不连续，那么，$\bar{y}_n$ 就被定义为 $\lim\limits_{m \to n-} y_m$，$\bar{x}_n$ 则由

$$u(\bar{x}_n, \bar{y}_n) = u_n = u(x_n, y_n)$$

来定义，并且 $\bar{u}_1$ 等表示 u_1 在 $\bar{x}_n, \bar{y}_n$ 处所取的值，同时 u_1 等表示 u_1 在 x_n, y_n 处所取的值，

$$\frac{(wy_n - x_n/n) - (w\bar{y}_n - \bar{x}_n/n)}{\bar{y}_n\bar{u}_2 - y_n u_2} = \frac{w + u_2/nu_1}{\psi_y} = \frac{w + \bar{u}_2/n\bar{u}_1}{\bar{\psi}_y}. \tag{37}$$

如果当 u 保持不变时，ψ_y 是 y 的非递减函数，那么，z_n 对于所有的 n 都是连续的。

(vi) $$\int_0^\infty \left[\frac{1}{u_1} - \lambda G'(u_m)\right] T_{0m} f(m)\,dm = 0, \tag{38}$$

(vii) $$X = H(Z), \tag{39}$$

$$w = H'(Z). \tag{40}$$

应该注意的是，在这一陈述中，w 是以商品度量的影子工资率（在前面我们用的是 w/p 这个符号），而 λ（前面的符号为 $1/p$）是商品（国民收入）的边际社会效用的倒数。我们对（v）的第二部分应该特别注意，原因在于我们很可能想假设 ψ_y 是 y 的非递减函数，而不必担心在 z_n 处可能发生的不连续情形，对我们是很有利的。遗憾的是，画出你能够保证的在区间$[0, n_0]$上 z 取值为常数的一类情形，似乎是不可能的。应该说明的是，当 ψ_y 并不是非递减函数，而且方程(37)可能适用时，定理 1 的条件可能会确定出不只一个备选最优解，这样，只有对它们所定义的路径带来的福利进行直接比较，才能够解出这个问题。

5. 解释

如果 n 不处于 z 在其上取值为常数的区间中，而 $c(\cdot)$ 因此在 z_n 处成为可微函数的话，那么，一阶条件(9)就是适用的。我们可

以把它写作

$$-u_2/nu_1=c'(z). \quad (41)$$

如果我们把边际税率 $\frac{d}{d(wz)}[wz-c(z)]$，记为 θ，那么由(33)，我们就有

$$w\theta=\frac{d}{dz}[wz-c(z)]=w+u_2/nu_1$$

$$=\frac{\psi_y}{n^2f(n)}\int_n^{\infty}\frac{1-\lambda G'u_1}{u_1}T_{nm}f(m)dm. \quad (42)$$

(42) 指出了影响边际税率大小的因素。首先，它告诉了我们一些有关 θ 符号的东西：我们已经知道 θ 不会大于 1，但我们却不能判别它的符号。当然我们已经猜到它不会总为正数。运用(42)及定理 1 中的条件，我们可以对这一点给出严格证明。

第一，我们注意到由于 x_n 是 n 的非递减函数，并且$\frac{\partial}{\partial x}G=G'$ u_1是 x 的减函数，因此，$1-\lambda G'u_1$ 就是 n 的非递减函数。如果 $1-\lambda G'u_1$ 总为正或总为负，方程(38)是不会得到满足的。因此，当 n 小于某个 $\bar{n}$ 时，

$$\int_n^{\infty}\frac{1}{u_1}(1-\lambda G'u_1)T_{nm}f(m)dm$$

在 n 上是递增的；当 $n>\bar{n}$ 时，它在 n 上是递减的。但无论如何，当 $n>\bar{n}$ 时，它均为正(这里我们用到了 $u_1>0$, $T_{mn}>0$ 的性质)。由于 $n=0$ 时，积分为 0，因此它对所有的 n 都是非负的。结果，边际税率在所有 z 递增点处取值均是非负的。如果 n 不是 z 的递增点，那么，c 在 z_n 处就是不可微的。我们可以很容易地看出，如果$[n_1\ n_2]$是 z 在其上取值为常数的区间中最大的一个，那么 $-u_2/nu_1$ 就等于 c 在 n_1 点的左导数，也等于 c 在 n_2 点的右导数。因而在这种情形之中，“右”边际税率和“左”边际税率都是非负的。这可以总结如下：

命题 3[①] 如果假设(B) 得到满足，那么对所有实际出现的 z, $wz-c(z)$(“税收函数”)都是个非递减函数(因此，它可能就被视为 z 的非递减函数)。

证明了方程(42)中的积分对所有 n 都是非负之后，我们便可看出，如果只存在较少的 n - 人；或者如果工作的效用价值 $-yu_y$ 对所作出的工作比较敏感(效用保持不变)；或者，如果 n 与 $\bar{n}$ 很接近，这里 $\bar{n}$ 是使 $1=\lambda G'u_1$ 的 n 值(因而积分在这里取到一个极大值)，那么，边际税率就会较大。如果 f 是个单峰分布，第一个考虑向我们表明，应该对最富和最穷的人课以最高的边际税率；但最后一个考虑告诉我们的却是另一种结果。

无论如何，注意到 n_0 可能会很大这一点是很重要的，n_0 是使 $y_n=0$ 的最大 n 值：如果在最优状态中，很多人不去工作，那么收入为零时的边际税率不可能会很高。我们显然可以把方程(38)写成下面的形式

$$\left[\frac{1}{u_1(x_0,0)}-\lambda G'(u_0)\right]F(n_0)+\int_{n_0}^{\infty}\left[\frac{1}{u_1}-\lambda G'\right]T_{n_0 m}f(m)dm$$
$$=0 \tag{43}$$

当我们把它与($n=n_0$ 时的)方程(33)结合起来时，就有

$$w+\frac{u_2(x_0,0)}{n_0u_1(x_0,0)}=\psi_y(u_0,0)\frac{F(n_0)}{n_0^2f(n_0)}\left[\lambda G'(u_0-\frac{1}{u_1(x_0,0)}\right]. \tag{44}$$

遗憾的是，人们不能从这些“局部”条件中获得太多信息，至少在 n 较小时是这样。如果你想知道一些详情，特别是数值结论，你就必须考察整个方程组。对于一般问题的特例而言，这是很容易做到的，我们在下面几节就要完成这项工作。但你可能还注意到，方程

① 分析与结论可以一般化到效用函数 $u(x,z,n)$ 中去，这里的参数 n 既指示技能的差异，也指示口味的差异。这一扩展工作是极为程式化的，我们在这里不作讨论。

(44)确实为我们提供了有关 n_0 和 x_0 的某些信息。举例而言，当 n 趋于 0 时，只有 F/nf 也趋于 0，n_0 才会为 0。这一点是很清楚的。实际上，由于方程(44)左面是有界的，只有 $x_0=0$ 时，才会有 $n_0=0$，并因此有 $1/u_1=0$。由此，当 $n\to 0$ 时，只有在 $F/(n^2f)$ 有界的条件下才会有 $n_0=0$。这意味着 F 趋于 0 的速度比 $exp(-\frac{1}{n})$ 趋于 0 的速度快。这排除了经济学家通常所考虑的那些情况。在这一阶段，我们也许可以推断出，在最为有趣的那些情形中，鼓励总体中的一部分人不从事工作将是最优的。

我们可以得出许多结论，但它们都很弱：边际税率处在 0 和 1 之间；在一大类情形中，消费与劳动供给随个人技能的变动而连续变动；通常会有这样一群人，只有在他们喜欢工作时，才会去工作。结论的主要特点是，最优税收方案依总体技能的分布，总体的劳动—消费偏好而定。但其中的关系异常复杂，一般的我们不可能说出是否应该对高收入集团、低收入集团或者中等收入集团课以较高的边际税率。但刻画最优税收方案的两个积分方程却有适于处理的形式。你可能期待不花什么气力就可计算出特定情形中的最优税收方案。在本文的下一节，我们要说明在特殊情形下如何完成这项工作，并得出这些情况之中最优税收更为深刻的性质。

6. 可加效用

对所有 x 和 y，当

$$u_{12}=0 \tag{45}$$

时，会产生一种有趣的情况。这时，u_1 只依赖于 x，而 u_2 只依赖于 y。

命题 4 如果假设(45)得到满足，那么，$V(x,y)$就是 y 的增函数，对于较小的 x 和 y 而言，V 是有界的。

证明 $V=-yu_2(y)/u_1(x)$，而 $V_2=(-u_2-yu_{22})/u_1>0$. 有界性显然成立。

推论 根据假设(45)，定理 1 是适用的。

特别地，我们知道，定理 1 中的陈述(v)告诉我们，只要 ψ_y 是非递减的，则 y_n 就是连续的。在现在所考虑的情况之中，该条件等价于

$$-yu_2(y)\text{是凸的} \tag{46}$$

这个条件。我们没有理由认为这一假设总会成立，但对于任一特定情形而言，它却可以很容易地得到检验。现在，我们就把注意力放在(46)所成立的那些情形上面。[①]

如果我们也考察 $n>n_0$ 时 z 严格递增这种情形的话，那么，最优解就会是下述方程的解

$$\begin{cases} \left(w+\dfrac{u_2}{nu_1}\right)n^2f(n)=\psi_y\displaystyle\int_n^{\infty}\left(\frac{1}{u_1}-\lambda G'\right)f(m)dm, & (47)\\ u_n=u_0-\displaystyle\int_0^n y_m u_2\frac{dm}{m}. & (48)\end{cases}$$

我们还要进一步假设，f 是连续可微的。由于在这种情形中，x_n 和 y_n 是连续的，由此 u_n 和$\left(w+\dfrac{u_2}{nu_1}\right)/\psi_y$ 就是 n 的可微函数。写出

$$v=\frac{w+\dfrac{u_2}{nu_1}}{\psi_y}. \tag{49}$$

u 和 v 是 x 和 y 的连续可微函数。由于$\dfrac{\partial u}{\partial x}>0$, $\dfrac{\partial u}{\partial y}<0$, 并且我们

① 在[4]中，我们证明了一个定理，它表明定理 2 的条件实际上是现在所考虑情形中最优解的充分(同时也是必要)条件。

还可很容易地看出$\frac{\partial v}{\partial x}<0$，$\frac{\partial v}{\partial y}<0$，因此，雅可比行列式$\frac{\partial(u,v)}{\partial(x,y)}$总是负的。结果，$x$ 与 y 可以表示为 u 与 v 的连续可微函数，因而也就是 n 的连续可微函数。

我们现在可以把方程(47)和(48)写成微分方程：

$$\frac{dv}{dn}=-\frac{v}{n}\left(2+\frac{nf'}{f}\right)-\frac{1}{n^2u_1}+\frac{\lambda G'}{n^2},\tag{50}$$

$$\frac{du}{dn}=-\frac{yu_2}{n};\tag{51}$$

就像我们刚才说明的那样，它们可被视为关于 u 和 v 的方程。我们要找的特解，以及 λ 特定的值是由边界条件，即方程(39)，(40)确定的，

$$v_{n_0}=\frac{F(n_0)}{n_0^2f(n_0)}\left[\lambda G'(u_{n_0})-\frac{1}{u_1(x_{n_0})}\right],\tag{52}$$

这是(38)在这里所取的形式，并且

$$v_nn^2f(n)\to 0\quad(n\to\infty),\tag{53}$$

它明显来自方程(47)。只要当 $n\geqslant n_0$ 时，z_n 是严格递增的，那么根据[4]中的定理 2，满足所有这些条件的解就会是最优解。

方程(39)和(40)，即生产函数与边际生产力方程，在计算中可忽略不计。与计算中运用的 w 和 λ 特定的值相应，你会得到 X 和 Z 的值。因而，我们就知道了当边际产品为 w，平均产品为 X/Z 时的最优税收方案为何。通过这种途径，你会得到与不同的平均产品和边际产品相应的一系列税收方案——这正是你想要的。当然，选择 λ 使得平均产品与边际产品 w 以一种合理的方式联系起来，会更加令人满意。这不应给我们带来什么麻烦。

为确定$\frac{dz_n}{dn}=y_n+n\frac{dy_n}{dn}$的符号，我们从方程(49)开始计算，并把(51)代入可知，

$$\psi_y \frac{dv}{dn} = \left(\frac{u_{22}}{nu_1} - v\psi_{yy}\right)\frac{dy}{dn} - \frac{u_2}{n^2 u_1} - \frac{u_2 u_{11}}{nu_1^2}\frac{dx}{dn}$$

$$= \left(\frac{u_{22}}{nu_1} - v\psi_{yy}\right)\frac{dy}{dn} - \frac{u_2}{n^2 u_1} + \frac{u_2^2 u_{11}}{nu_1^3}\frac{dy}{dn} - \frac{u_2 u_{11}}{nu_1^3}\frac{du}{dn}$$

$$= \frac{1}{n}\left(\frac{u_{22}}{nu_1} - v\psi_{yy} + \frac{u_2^2 u_{11}}{nu_1^3}\right)\frac{dz}{dn} - \frac{y_n}{n}\left(\frac{u_{22}}{nu_1} - v\psi_{yy}\right) - \frac{u_2}{n^2 u_1}, \tag{54}$$

因而，运用(50)可知

$$\left[\frac{u_{22}}{nu_1} - v\psi_{yy} + \frac{u_2^2 u_{11}}{nu_1^3}\right]\frac{dz}{dn} = \frac{yu_{22}}{nu_1} - yv\psi_{yy} + \frac{u_2}{nu_1} - \left(2 + \frac{nf'}{f}\right)v\psi_y - \frac{\psi_y}{nu_1} + \frac{\lambda\psi_y G'}{n}$$

$$= -\psi_y\left\{\left(2 + \frac{nf'}{f} + \frac{y\psi_{yy}}{\psi_y}\right)v + \frac{2}{nu_1} - \frac{\lambda G'}{n}\right\}. \tag{55}$$

通过检查所得之解并确定

$$\left(2 + \frac{nf'}{f} + \frac{y\psi_{yy}}{\psi_y}\right)v + \frac{2}{nu_1} - \frac{\lambda G'}{n} \geqslant 0 \tag{56}$$

是否成立，我们便可以检验假设$\frac{dz}{dn} \geqslant 0$。方程(56)是与$\frac{dz}{dn} \geqslant 0$等价的，原因在于(55)方括号中的表达式为负，其中的每一项均为负。

你可以用下述步骤进行计算：——

[1] 选择一个 λ 值。你可以就消费和劳动的某个显著可行，并且先验合理的配置，计算 $\int_0^\infty u_1^{-1} f dn / \int_0^\infty G' f dn$（参看(38)），以得出量值的正确次序。

[2] 选择试算值 $n_0 > 0$（应该清楚，不等式 $v_{n_0} \geqslant 0$ 连同(52)可能会限制 n_0 的取值范围）。

[3] 注意 $y_{n_0} = 0$，v_{n_0}和 u_{n_0}是从(49)和(52)中得出的。

[4] 对于递增的 n 值，计算方程(50)和(51)的解，直到(56)不再满足，或者(53)明显将得不到满足时为止(见下面[6])。

[5] 如果(56)得不到满足，则 z_n 保持不变，当我们允许 z_n 递增，而且解是像[4]那样来计算时，u_n(和 v_n)便可由(49)加以计算，直到(56)再次得到满足时为止。

[6] 如果 u_n 或 v_n 开始下降，或者，v_n 或 y_n 降为 0，或者，x_n，y_n 不可计算(即 u_n 超过了 u 的上界，如果这一上界存在的话)，那么，试算过程就应停止。对于特定的例子，还会有其它停止规则，而这要视方程解的结构而定。

[7] 我们必须应用一系列试算值，以找出某个 n_0 值，使之最为近似地给出满足(53)式的解，在特定情形下，你可能会找到有效的迭代规则。

7. 解的特点

也许，解的特性是多种多样的；但对方程的考察会使我们想到许多评论意见。首先，我们注意到，由于

$$0\leqslant\frac{1+\dfrac{u_2}{nu_1}}{\psi_y}\leqslant\frac{1+\dfrac{u_2}{nu_1}}{\psi_y(0)}<\frac{1}{\psi_y(0)}. \tag{57}$$

这样，v_n 总是处于 0 与 $\frac{1}{\psi_y(0)}$ 之间。这使得我们预计当 $n\to\infty$ 时，v 会趋于一个极限(对某些特定形式的 f 而言，可能是循环的，但你可能不会应用这样的 f)。y 也是有界的，它处于 0 与 1 之间，因而，它也很可能趋于一个极限。于是，这会使你产生关于极限的某些推测，对充分规则的 f 与 u 而言，这些推测必然是成立的。

令

$$\frac{nf'}{f} \to \gamma + 2 \leqslant \infty. \tag{58}$$

（这是由于 $\int_0^\infty nfdn < \infty$，$\gamma \geqslant 0$；否则，当 n 较大时，$n^2 f$ 是递增的，因而它具有下界。）我们进一步假定，当 $x \to \infty$ 时，

$$u_1 \sim \alpha x^{-\mu} \quad (\mu > 0) \tag{59}$$

这样，就会出现三种情形；你会预料到下述结论分别在这三种情形中是成立的。

(i) $\mu < 1$。当 $n \to \infty$ 时，

$$y_n \to 1 \tag{60}$$

并且 $$v_n \to 0. \tag{61}$$

边际税率

$$\theta \to 1。 \tag{62}$$

(ii) $\mu = 1$。当 $n \to \infty$ 时

$$y_n \to \bar{y}, \tag{63}$$

这里 $\bar{y}$ 由

$$\bar{y} u_2(\bar{y}) = -\alpha \tag{64}$$

所（唯一）确定，并有

$$v_n \to [-(1+\gamma) u_2(\bar{y}) - \bar{y} u_{22}(\bar{y})]^{-1}. \tag{65}$$

而且

$$\theta \to \frac{1+v}{1+v+\gamma}, \tag{66}$$

这里

$$v = \frac{\bar{y} u_{22}(\bar{y})}{u_2(y)}. \tag{67}$$

(iii) $\mu > 1$。当 $n \to \infty$ 时，

$$y_n \to 0, \tag{68}$$

并且 $$v_n \to [-(1+\gamma) u_2(0)]^{-1} \tag{69}$$

$$\theta \to \frac{1}{1+\gamma}. \tag{70}$$

(也许你会注意到，从本质上说，(56)对于所有情形都是成立的。)

在指出之所以作出这些推测的理由之前，作几句说明可能是适当的。大体上说，从工作中所得收入的分布在上端呈现出了帕累托(*Paretian*)形式[①]；概言之，当 γ 处于1和2之间时，方程(58)成立。但是，每个工作年的边际生产力与实际收入分布不同也不是不可能的：对数正态分布是最合理的简易分布。就它来说，$\gamma=\infty$，并且当 n 较大时有

$$-\frac{nf'}{f}\sim\frac{\log n}{\sigma^2} \tag{71}$$

(σ^2 是对数收入分布的方差)。

通过计算消费者对线性预算约束，$x=wy+a$ 所作的反应，我们也许能对备择效用假设的现实性作出评价。我们可以很容易地看出，(由于 $u_{12}\equiv 0$)效用最大化要求

$$-\frac{u_1(x)}{u_2(y)}=\frac{1}{w},\quad x=wy+a. \tag{72}$$

如果 $u_1=\alpha x^{-\mu}$，我们必须去解

$$\alpha w=-(a+wy)^{\mu}u_2(y). \tag{73}$$

(如果 $\alpha w\leqslant -a^{\mu}u_2(0)$，则 $y=0$。)解明显具有如下性质：

$$\left.\begin{array}{l}\text{如果 }\mu<1,\text{ 当 }w\to\infty\text{ 时},\ y\to 1,\\ \text{如果 }\mu>1,\text{ 当 }w\to\infty\text{ 时},\ y\to 0.\end{array}\right\} \tag{74}$$

(参看(61)和(68)。)还有

$$\left.\begin{array}{ll}x\sim a+w & (\mu<1),\\ x\sim\left(\dfrac{\alpha w}{u_2(0)}\right)^{\frac{1}{\mu}} & (\mu>1).\end{array}\right\} \tag{75}$$

这些渐近性质表明，$\mu=1$ 时的情形是特别有趣的。

当 $\mu=1$ 时，由于从(73)可知

---

① 林达尔(*Lydall*)[3]对此作出了一般评价。

$$\frac{a}{w} = -\frac{\alpha}{u_2} - y,$$

因而有

当 $w \to \infty$ 时，$-yu_2 \to \alpha$；

即

$$y \to \bar{y}, \tag{76}$$

这里，$\bar{y}$ 由(64)来定义。(参看(63)。)如果还有

$$u_2(y) = -(1-y)^{-\delta} \quad (\delta > 0), \tag{77}$$

那么，我们就会有

$$\bar{y}(1-\bar{y})^{-\delta} = \alpha$$

$$\bar{y}(1-\bar{y})^{-1} = v$$

α 的选择也许会受到当 $w/a \leqslant 1/\alpha$ 时，会有 $y=0$ 这种考虑的影响。注意下面的情形是很有趣的，如果

$$\alpha = 2, \ \delta = 1, \ \gamma = 2,$$

则

$$\bar{y} = 2/3, \quad v = 2,$$

而且，如果我们的推测是正确的，那么

$$\theta \to 60\% 。$$

这个情形也许并不是完全不现实的，但应该记住的是，u 的齐次形式意味着，不参加工作的决策只是依劳动所得与非劳动所得的比率而定的，这并不是一个很现实的假设。

我们将会注意到，在这种情况下，渐近的边际税率对(1 的邻域中的)μ 值是很敏感的。

对于方程(60)－(70)所作推测的理由如下(实际上，我可以给出(iii)的证明，下面我就会这样做)。你会预料到，当 $n \to \infty$ 时，微分方程相关的解将会趋于方程的奇点：不仅 y 和 v 会趋于极限，而且 $n \cdot \frac{dy}{dn}$ 和 $n \cdot \frac{dv}{dn}$ 也会趋于 0。我们把所假设的 y_n 的极限记为

$\bar{y}$. 首先来考察 $u_1=\alpha x^{-\mu}(\mu<1)$时的情形。

在这种情况下，效用是无界的。我将表明，$\bar{y}=1$。如果不是这样，则 u_2 与 ψ_y 会趋于有限极限，由(51)，我们有

$$nu_1\frac{dx}{dn}=-u_2\left(y+n\frac{dy}{dn}\right)\to\bar{y}u_2(\bar{y}). \tag{78}$$

这样，由于 $u_1\frac{dx}{dn}=\alpha\frac{d}{dn}\left[\frac{1}{1-\mu}x^{1-\mu}\right]$，我们就得到

$$\frac{\alpha}{1-\mu}x^{1-\mu}=-\bar{y}u_2(\bar{y})\log n[1+o(1)]. \tag{79}$$

这意味着

$$nu_1=0\left[n(\log\ n)^{-\frac{\mu}{1-\mu}}\right] \tag{80}$$

$$\to\infty. \tag{81}$$

因此，

$$\frac{1}{n^2f(n)}\int_0^\infty\left[\frac{1}{u_1}-\lambda\right]f(m)dm=\frac{1}{\psi_y}\left[1+\frac{u_2}{nu_1}\right]\to\frac{1}{\psi_y(\bar{y})}>0, \tag{82}$$

我们可以很容易地看出，如果分布是帕累托分布或是对数正态分布，则(82)就是与(80)不相容的。

所以，我们必然会预料到 $\bar{y}=1$。现在假定，边际税率 $1+\frac{u_2}{nu_1}$ 趋于极限 $\bar{t}<1$。这样

$$\frac{dx}{dn}=-\frac{u_2}{nu_1}\left(y+n\frac{dy}{dn}\right)\to1+\bar{t}, \tag{83}$$

结果，

$$\frac{x}{n}\to1-\bar{t}. \tag{84}$$

这意味着

$$\frac{1}{u_1}=\frac{1}{\alpha}(1-\bar{t})^{\mu}n^{\mu}[1+o(1)], \tag{85}$$

从中我们可以推出，当 $n\to\infty$时，

$$I=\frac{u_1}{nf}\int_n^{\infty}\left(\frac{1}{u_1}-\lambda\right)f(m)\,dm \tag{86}$$

的特性。在帕累托分布情形下，$f \sim n^{-2-\gamma}$，我们可以很容易地看出

$$I \to (2+\gamma-\mu)^{-1}>0. \tag{87}$$

由于 $1-\bar{t}=\lim\frac{\psi_y}{u_2}\cdot\frac{u_2}{nu_1}\cdot I$，并且（如果 y' 本来就趋于一个极限的话），当 $y\to 1$ 时，$\frac{\psi_y}{u_2}=-1-\frac{d}{dy}\log|u_2|$ 趋于 $-\infty$，因此，我们必然得出 $\frac{u_2}{nu_1}\to 0$，这与 $\bar{t}<1$ 时的假设不相容。在对数正态分布情况下，你会得出

$$1-\bar{t}=\lim\frac{\psi_y}{u_2}\cdot\frac{u_2}{nu_1}\,\frac{C}{\log\ n}. \tag{88}$$

（C 为一常数）。如果 $\frac{\psi_y}{u_2}\,\frac{1}{\log\ n}$ 趋于一有限极限，则由于

$$\log|u_2|\sim\log(1-\bar{t})+\log(nu_1)\sim(1-\mu)\log\ n,$$

因此，当 $y\to 1$ 时，$\frac{1}{\log|u_2|}\,\frac{d}{dy}\log|u_2|$ 也将趋于有限极限；而这明显是不可能的。这样，在对数正态分布情况下，我们会预计到 $\bar{t}=1$。这解释了 $\mu<1$ 时所作的推测。

如果 $\mu=1$，

$$\alpha\,\frac{d(\log\ x)}{d(\log\ n)}=nu_1\,\frac{dx}{dn}=-u_2\left(y+n\,\frac{dy}{dn}\right), \tag{89}$$

它不可能趋于∞，原因在于在该种情形下，对任意有限的 M，最终都会有 $u_1^{-1}=\frac{x}{\alpha}>n^M$，因此，当 $n\to\infty$ 时，$\frac{1}{n^2 f(n)}\int_n^{\infty}\frac{1}{u_1}f(m)\,dm$ 会是无界的。

这样，我们就会想到，$y\to\bar{y}<1$，并且

$$\alpha\,\frac{\log\ x}{\log\ n}\to\bar{y}u_2(\bar{y}). \tag{90}$$

我们可以很容易地看出，唯一合理的 $\bar{y}$ 值是使 $\log x/\log n \to 1$ 得到满足的那个值，即

$$\bar{y}u_2(\bar{y}) = -\alpha \tag{91}$$

这样，如果 $1+\frac{u_2}{nu_1}\to\bar{t}$，我们就会有

$$n\alpha x^{-1}\to\frac{-u_2(\bar{y})}{1-\bar{t}},$$

以及

$$\frac{\psi_y}{n^2f(n)}\int\left(\frac{1}{u_1}-\lambda\right)f(m)dm\to\frac{(1-\bar{t})\psi_y(\bar{y})1}{-u_2(\bar{y})}\frac{1}{\gamma};$$

而这表明

$$\bar{t}=(1-\bar{t})\frac{\psi_y(\bar{y})}{-u_2(\bar{y})}\frac{1}{\gamma}$$

$$=(1-\bar{t})(1+v)/\gamma, \tag{92}$$

上式是用(57)的符号表示的。它与(56)等价。特别地，我们会想到，在对数正态分布情况下，$\bar{t}=0$。

当 $\mu>1$ 时，效用函数有上界，我们容易作出更为一般而且严格的考察。u_n 是一增函数，趋于上界 $\bar{u}$。

我们可以写出，

$$u(x,y)=\chi(x)+\rho(y) \tag{93}$$

由于 x 是一增函数，因此 $\chi(x)$也趋于一有限极限 $\bar{\chi}$。因而 $\rho(y)$ 和 y 也会趋于一极限。y 的极限必然为 0，如果不是这样，(32)就会暗示出 $u\to\infty$，而在目前情况下，这是不可能的。

在现在所考虑的情况当中(考虑到 $\frac{1}{nu_1}$ 有界，它小于等于 $\frac{1}{-u_2}$)，我们有

$$v+\frac{1}{nu_1}=\frac{1}{\psi_y}+\left(1+\frac{u_2}{\psi_y}\right)\frac{1}{nu_1}$$

$$\to \frac{1}{-u_2(0)} \tag{94}$$

这样，方程(50)在帕累托分布情况下就会变为

$$n\frac{dv}{dn}=(\gamma+1+o(1))v+\frac{1}{u_2(0)}+o(1) \tag{95}$$

由(95)，你运用求解一阶线性微分方程的常用方法会推出

$$v\to\frac{1}{-u_2(0)(\gamma+1)}, \tag{96}$$

你从中立刻会看出边际税率趋于$(\gamma+1)^{-1}$。在对数正态分布情形下，容易检验边际税率趋于0。

在下一节，我们将详细考察一种特殊情形，进一步确证我们的某些推测。

8. 一个例子

情形1 作为说明，让我们来分析下述情形：

$$\left.\begin{aligned}
&u=\alpha\ \log\ x+\log(1-y)\\
&G(u)=-\frac{1}{\beta}e^{-\beta u}\quad(\beta\geqslant 0)^{①}\\
&f(n)=\frac{1}{n}exp\left[-\frac{(\log\ n+1)^2}{2}\right].
\end{aligned}\right\} \tag{97}$$

(最后一个式子假设，技能遵从对数化正态分布：n 的平均数为$\frac{1}{\sqrt{e}}=0.607\cdots$)我们取$w=1$。根据这些假设，方程(50)和(51)变成

$$\frac{dv}{dn}=v\ \frac{\log\ n}{n}-\frac{x}{\alpha n^2}+\frac{\lambda}{n^2}e^{-\beta u},$$

$$\frac{du}{dn}=\frac{y}{n(1-y)},$$

---

① 在 $\beta=0$ 的情况下，我们定义 $G=u$。

这里

$$v=\left[1+\frac{u_2}{nu_1}\right]/\psi_y=\frac{1-\dfrac{x}{\alpha n(1-y)}}{1/(1-y)^2}=(1-y)\left(1-y-\frac{x}{\alpha n}\right),$$

而

$$e^u=x^\alpha(1-y).$$

为简单起见，我们首先来考察 $\beta=0$ 的情形，并取

$$s=1-y,$$

$$t=\log n.$$

由于 $u=\alpha\log(\alpha n)+\alpha\log\left(s-\frac{v}{s}\right)+\log s$，因此方程会变成

$$\frac{dv}{dt}=v\left(t+\frac{1}{s}\right)-s+\lambda e^{-t},\tag{98}$$

$$\frac{ds}{dt}=\frac{[1-\alpha-(1+\alpha)s](s^2-v)+\alpha s(vt+\lambda e^{-t})}{(1+\alpha)s^2-(1-\alpha)v}\tag{99}$$

这些方程的解在图 1 中刻画出来。我们现在来确定它们的性质。我们记得，在最优解中，有 $0<v<s^2$（原因在于边际税率 v/s^2 处在 0 与 1 之间）。运用这一事实，我们可以从第一个方程中推出

$$v\to 0\quad(t\to\infty)$$

假定对某个 t，有 $vt\geqslant 1$。那么，由于 $v>0$，并且 $s\leqslant 1$，因此，就有

$$\frac{d}{dt}v\geqslant vt+\frac{v-s^2}{s}>vt-1\geqslant 0,$$

这样，v 是以递增的速度递增的，这与 $v<s^2\leqq 1$ 矛盾。这表明，实际上

$$0<v<1/t\tag{100}$$

两个方程合起来意味着，

$$\frac{d}{dt}\left[s^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}(s^2-v)\right]=\frac{1-(1+\alpha)s}{s}s^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}(s^2-v),\tag{101}$$

如果你用 αs 乘以第一个方程，用$[(1+\alpha)s^2-(1-\alpha)v]$乘以第二个方程，并把二者相减，那你就会得到这一结果。写出

$$r = s^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}(s^2 - v). \tag{102}$$

使得

$$\alpha \frac{dr}{dt} = \frac{1-(1+\alpha)s}{s} r. \tag{103}$$

当 $s < \frac{1}{1+\alpha}$ 时，r 是递增的，当 $s > \frac{1}{1+\alpha}$ 时，r 是递减的。由此，s 不可能趋于 $1/(1+\alpha)$ 以外的任何一个极限：我们将表明，$s \to 1/(1+\alpha)$（参看图 1）。

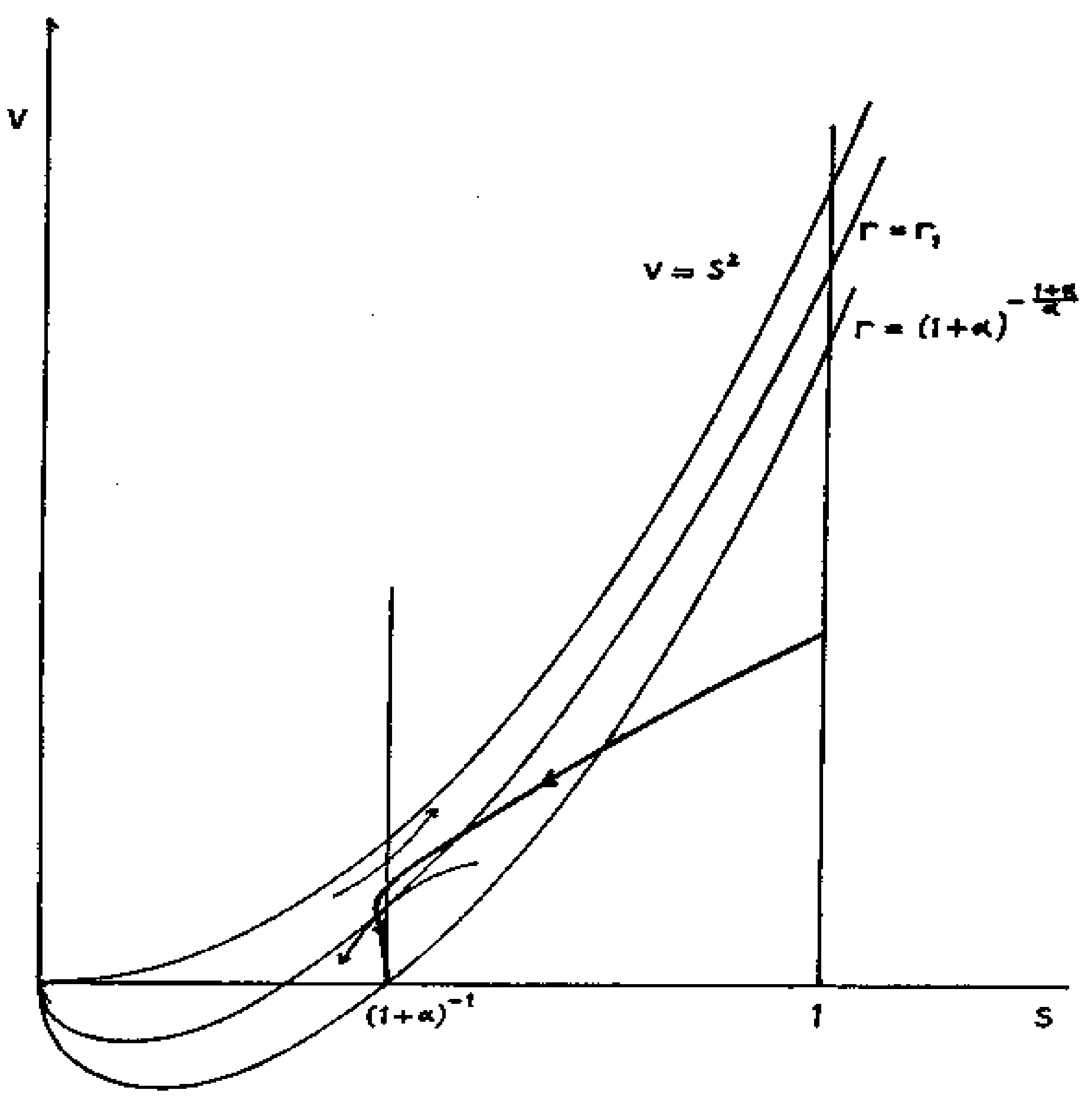


图 1

由于 $v\to 0$，那么给定 $\epsilon>0$，就存在 t_0，使得对所有的 $t\geqslant t_0$，有 $0<v_t<\epsilon$。这样

$$s^{\frac{1+\alpha}{\alpha}}-\epsilon s^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}<r<s^{\frac{1+\alpha}{\alpha}}\quad(t\geqslant t_0).\tag{104}$$

如果 $r_t>(1+\alpha)^{-\frac{1+\alpha}{\alpha}}$，右面的不等式就意味着

$$s_t>\frac{1}{1+\alpha}.\tag{105}$$

因此，r 是递减的。如果

$$r_t<(1+\alpha)^{-\frac{1+\alpha}{\alpha}}-\epsilon\max[1,(1+\alpha)^{-\frac{1-\alpha}{\alpha}}],\tag{106}$$

那么我们从(104)左面的不等式可知，若 $\alpha\leqslant 1$（由于 $s\leqslant 1$，因此在这种情形下$\{\cdots\}\geqslant 0$)，或者 $\alpha>1$，且 $s_t\geqslant\frac{1}{1+\alpha}$，则有

$$\begin{aligned}s_t^{\frac{1+\alpha}{\alpha}}&<(1+\alpha)^{-\frac{1+\alpha}{\alpha}}-\epsilon\left\{\max[1,(1+\alpha)^{-\frac{1-\alpha}{\alpha}}]-s_t^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}\right\}\\&\leqslant(1+\alpha)^{-\frac{1+\alpha}{\alpha}}\end{aligned}\tag{107}$$

这样，实际上

$$s_t<\frac{1}{1+\alpha},\tag{108}$$

而且，由(98)可知，r_t 是递增的。把这两个结论结合起来，我们推出

$$r_t\to(1+\alpha)^{-\frac{1+\alpha}{\alpha}}.$$

由于 $v>0$，因而这又意味着

$$s_t\to\frac{1}{1+\alpha}.\tag{109}$$

我们对 v 与 s 趋于极限 0 与$\frac{1}{1+\alpha}$的说明，证实了我们对所考虑的特殊情形所作的推测。同样的论证恰好也适用于 $\beta>0$ 的情形，这一点是容易得到检验的。像我们以前所注意到的那样，边际税率是 v/s^2。这样，当 $t\to\infty$时，

$$\theta\to 0。\tag{110}$$

这是一个惊人的结论；但我们应该马上注意到，即使对 t 较大的情

形而言，0 也不是对 v/s^2 的好的近似。当我们表明 $vt \to \frac{1}{1+\alpha}$ 时，这就会很清楚了。

假定反命题成立，即对于t 值的一个无界集，有 $\left| vt - \frac{1}{1+\alpha} \right| > \epsilon > 0$。如果 $vt > \frac{1}{1+\alpha} + \epsilon$，并且 t 足够大以含有 $s_t < \frac{1}{1+\alpha} + \frac{1}{2}\epsilon$，那么

$$\frac{dv}{dt} > \frac{1}{2}\epsilon. \tag{111}$$

这样，对于所有更大的t 来说，vt 仍然大于 $\frac{1}{1+\alpha} + \epsilon$，并且还有 $\frac{dv}{dt} > \frac{1}{2}\epsilon$：但这隐含着 $v \to \infty$，而我们已经表明，这是个错误的结论。在另一方面，如果$vt < \frac{1}{1+\alpha} - \epsilon$，并且 t 不仅大于 $\frac{2}{\epsilon}$，而且大到足以含有

$$v_t < \frac{1+\alpha}{4}, \quad \lambda t e^{-t} < \frac{1+\alpha}{4}, \quad s_t > \frac{1}{1+\alpha} - \frac{1}{2}\epsilon,$$

那么，我们就有，

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}(vt) &= v + t(vt - s) + \frac{vt}{s} + \lambda t e^{-t} \\ &< \frac{1+\alpha}{2} + \frac{\frac{1}{1+\alpha} - \epsilon}{\frac{1}{1+\alpha} - \frac{1}{2}\epsilon} - \frac{1}{2}\epsilon t \\ &< 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}.\end{aligned} \tag{112}$$

这意味着 vt 变为负数，而这是不可能的。因此，对所有足够大的 t 而言，有 $\left| vt - \frac{1}{1+\alpha} \right| < \epsilon$：

$$vt \to \frac{1}{1+\alpha}. \tag{113}$$

这样我们就得出

$$\theta = v/s^2 \sim \frac{1+\alpha}{t}. \tag{114}$$

我们的总体中只有1%能使$t \geqslant 1.7$(千分之一能使 $t \geqslant 2.4$)。由于你可能想使 α 像1那样小，所以即使 $t=2$ 时，上面的近似也明显是相当差的。[①][②] 在下一节，我们就会清楚，它究竟有多么差。

情形2 考察具有帕累托尾端技能分布的情形：

$$\frac{nf'}{f} \to \gamma+2,\ \ \gamma>0 \tag{115}$$

也是很有意义的。关于最优解的方程变为(假定 $\beta=0$)，

$$\frac{dv}{dt} = v\gamma(t) + \frac{v}{s} - s + \lambda e^{-t}, \tag{116}$$

$$\frac{ds}{dt} = \frac{[1-\alpha-(1+\alpha)s](s^2-v) + \alpha s(v\gamma(t)+\lambda e^{-t})}{(1+\alpha)s^2-(1-\alpha)v} \tag{117}$$

并且，恰好与从前一样，你会得到方程

$$\frac{dr}{dt} = \frac{1-(1+\alpha)s}{s} r \tag{118}$$

这里 $r = s^{\frac{1+\alpha}{\alpha}}(s^2-v)$。图2中描绘出了这种情况，虚线表示出方程

$$s^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}(s^2-v) = r_i \quad (i=1,2,3) \tag{119}$$

这里 $0<r_1<r_2<r_3$。我们将会注意到，关于方程

$$v_1 = s^2 - rs^{\frac{1-\alpha}{\alpha}} \quad (r\ \text{为常数}) \tag{120}$$

的曲线总是从下方与经过同一点的曲线

---

① 在这个例子中，$\sigma^2=1$：也就是 $\log n$ 的标准差为1。这只是为了操作方便。一个完全相似的理论对于一般的对数正态分布而言也是成立的。

继续应用正文中的方法，可以表明 $vt \sim \frac{1}{1+\alpha} - \frac{1}{t}$，而 $s = \frac{1}{1+\alpha} + o(\frac{1}{t^2})$。最优路径在 $(s,v) = (\frac{1}{1+\alpha}, 0)$ 处与纵轴相切这一事实暗示出，t 较大时，有 $s<\frac{1}{1+\alpha}$，这是由于如果不是这样的话，r 就会是递减的，而这又是与 $\frac{dv}{ds}\to 0$ 不一致的，从图中我们就可以看出这一点。这样，我们就得出了图1所描绘的情况。

② 我们可以以一种完全相似的方式考察 $\beta>0$ 的情形，并得出相同的定性结论。

$$v_2=\frac{s^2}{\gamma s+1}+p \quad (p\text{ 为常数}) \tag{121}$$

相交。这是由计算

$$\frac{dv_1}{ds}-\frac{dv_2}{ds}=\frac{d}{ds}\left(\frac{\gamma s^3}{\gamma s+1}-\gamma s^{\frac{1-\alpha}{\alpha}}\right)>0 \tag{122}$$

得来的。

这一发现将是非常有用的;但我们还是首先想证实。对于 t 较大的情形而言,$\frac{dv}{dt}$的符号与 $v-\frac{s^2}{\gamma s+1}$的符号是近乎相同的。

令 ϵ'为一个正数,并令 t_1 足够大以使得当 $t\geqslant t_1$ 时,有 $|v\gamma(t)+\lambda e^{-t}-v\gamma|>\epsilon'$。由于 $t_0=\log n_0$ 时,$s\doteq 1$,因而只有对于前面的

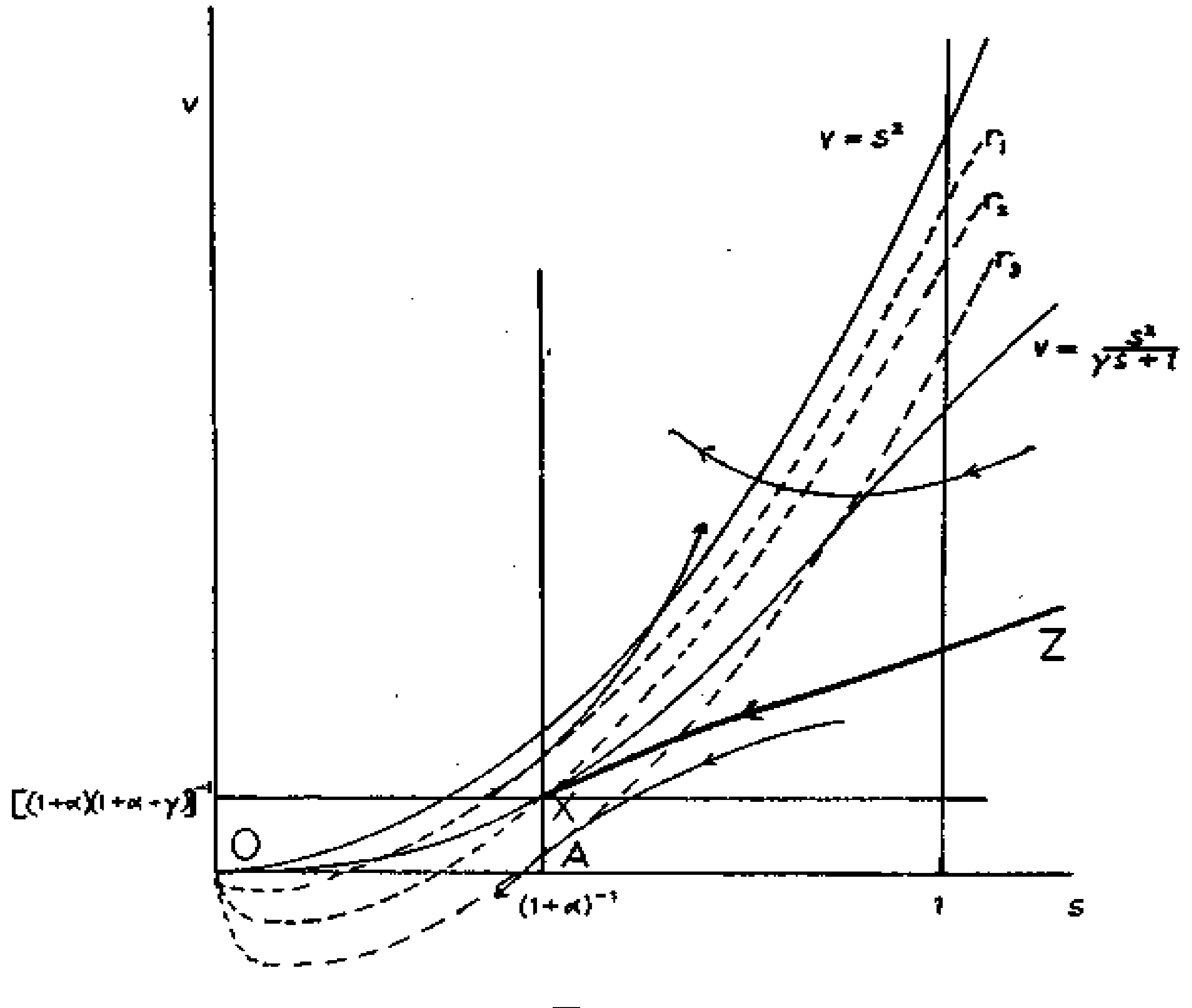


图 2

某个 t_1 有 $s=\frac{1}{1+\alpha}$的时候，对于 t 才会有 $s<\frac{1}{1+\alpha}$；（对给定的 t）如果 t_1 是满足条件的最大 t 值，那么，我们从方程(118)中会得到

$$\begin{aligned} r_t > r_{t_1} &= (1+\alpha)^{-\frac{1-\alpha}{\alpha}}\left(\frac{1}{(1+\alpha)^2}-v_{t_1}\right) \\ &\geqslant (1-\alpha)^{-\frac{1-\alpha}{\alpha}} inf\left\{\frac{1}{(1+\alpha)^2}-v_t \middle| s_t=\frac{1}{1+\alpha}, \frac{dv_t}{dt}<0\right\} \\ &= \Delta > 0, \end{aligned} \tag{123}$$

这是由于，当 $t\to\infty$时，$0>\frac{dv}{dt}$意味着

$$\begin{aligned} v_t &< \frac{s_t^2}{\gamma s_t+1}+o(1) \\ &< s_t^2-\gamma s_t^3+o(1). \end{aligned} \tag{124}$$

因此，s_t 就具有正的下界，这表示为

$$s_t \geqslant \Delta' > 0. \tag{125}$$

这样，当 $t\geqslant t_1$ 时，如果

$$v > \frac{s^2}{\gamma s+1}+\frac{2\epsilon'}{\gamma+\frac{1}{\Delta'}} \tag{126}$$

的话，就有

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= v\gamma(t)+\frac{v}{s}-s+\lambda e^{-t} \\ &> \left(v-\frac{s^2}{\gamma s+1}\right)\left(\gamma+\frac{1}{s}\right)-\epsilon' \\ &> \epsilon'. \end{aligned} \tag{127}$$

同样，我们可以证明，如果

$$v < \frac{s^2}{\gamma s+1}-\frac{2\epsilon'}{\gamma+\frac{1}{\Delta'}} \tag{128}$$

的话，就有

$$\frac{dv}{dt} < -\epsilon'. \tag{129}$$

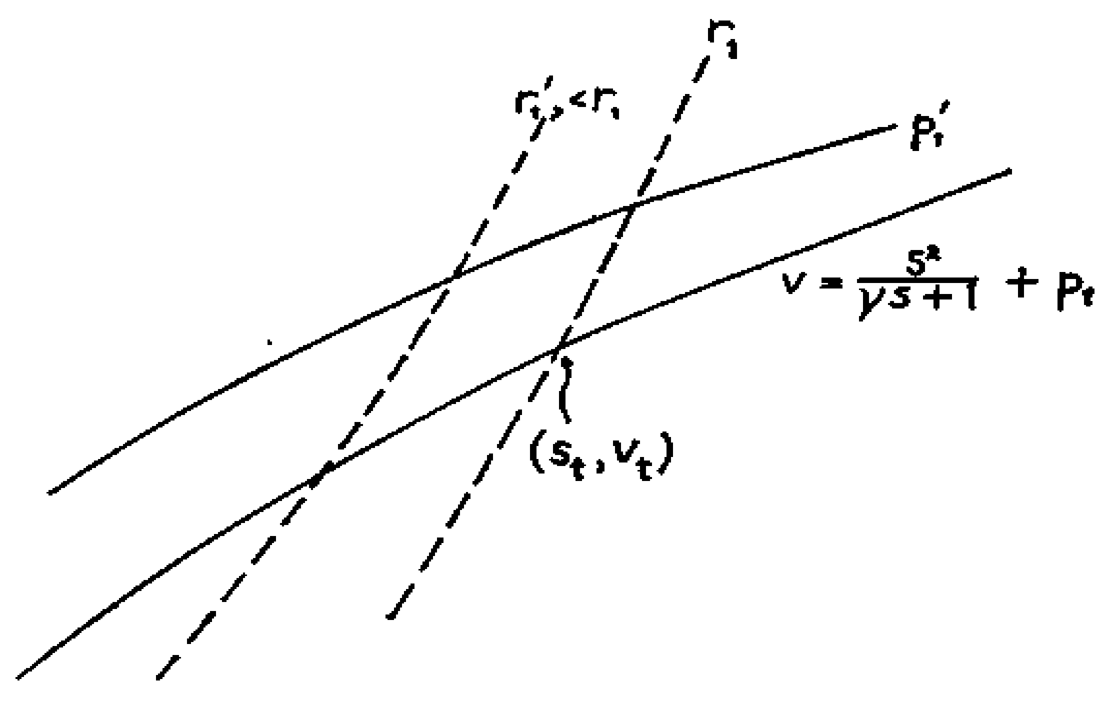


图 3

现在，我们写出 $\varepsilon = \varepsilon' / \left(\gamma + \frac{1}{\alpha}\right)$。对某个 $t \geqslant t_1$，如果

$$v > \frac{s^2}{\gamma s + 1} + \varepsilon, \text{并且 } s \geqslant \frac{1}{1+\alpha},$$

那么就会有 $\frac{dv}{dt} > 0$，还有 $\frac{dr}{dt} < 0$。这一点是很清楚的。因此，由两个曲线集的性质可知（参照图 3），$v - \frac{s^2}{\gamma s + 1}$ 是递增的。这样对所有后续的 t，有 $\frac{dv}{dt} > \varepsilon'$，并且 $v \to \infty$。这样一条路径不会是最优的。那么在最优路径上，如果 $t \geqslant t_1$，那么

$$\text{或者有 } s < \frac{1}{1+\alpha}, \text{或者有 } v \leqslant \frac{s^2}{\gamma s + 1} + \varepsilon. \tag{130}$$

与此相似，对 $t \geqslant t_1$ ①的情形而言，

$$\text{或者有 } s > \frac{1}{1+\alpha}, \text{或者有 } v \geqslant \frac{s^2}{\gamma s + 1} - \varepsilon. \tag{131}$$

---

① 原文如此。——译者

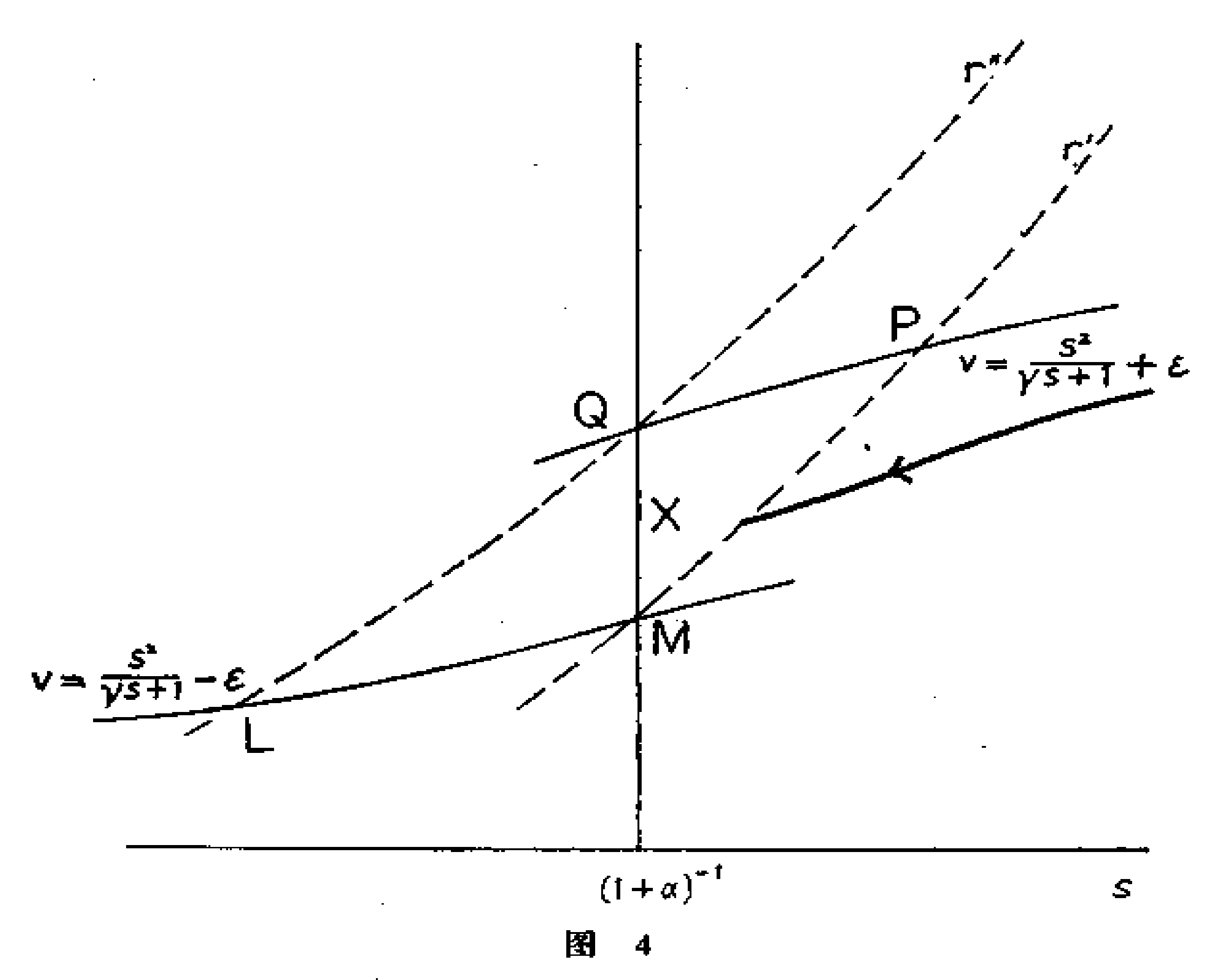


图 4

假定在 t_1 处，$s>\frac{1}{1+\alpha}$（一个完全相似的论证对于 $s<\frac{1}{1+\alpha}$ 这种情况也是适用的）。于是，r 是递减的，并且，直到

$$r=r'=(1+\alpha)^{-\frac{1-\alpha}{\alpha}}\left(\frac{1}{(1+\alpha)^2}\ \frac{\gamma}{(1+\alpha+\gamma)}+\epsilon\right)$$

为止，它都是递减的。只有这样，s 才会小于 $\frac{1}{1+\alpha}$（参看图 4）。一旦 $s<\frac{1}{1+\alpha}$，r 就又会是递增的。因此，决不会有

$$r<r''=(1+\alpha)^{-\frac{1-\alpha}{\alpha}}\left(\frac{\gamma}{(1+\alpha)^2(1+\alpha+\gamma)}-\epsilon\right).$$

我们以后也不会有 $r>r'$。这样，我们就找到 t_2，使得当 $t\geqslant t_2$ 时，(s_t,v_t) 位于图 4 中的曲线平行四边形 LMPQ 之中，LMPQ 含有 X，而且只要适当地选择 ϵ'，我们就可以使之像我们所希望的

那样小。因此，当 $t\to\infty$ 时，

$$s_t\to\frac{1}{1+\alpha},\quad v_t\to\frac{1}{(1+\alpha)(1+\alpha+\gamma)}.\qquad(132)$$

在图 2 中，最优路径由 XZ 指示出来。在最优路径上，边际税率

$$\theta=\frac{v_t}{s_t^2}\to\frac{1+\alpha}{1+\alpha+\gamma};\qquad(133)$$

这证实了我们就这一特殊情形所作的猜想。[①②]

应予注意的是，在这些情况中，我们都没有说明 s 沿着路径一直是递减的(我们甚至也没有说明 $z=ny=e^t(1-s)$ 是递增的)：在最优状态之中，z 对于 n 的某个取值范围保持不变这种可能性，在我们所讨论的两个例子中都是存在的。为解决这个问题，需要对特殊情形予以计算。当我们具有有关现在所拥有的解的信息时，这样的计算是不难的。

9. 数值说明

对于上面所考察过的第一种情形，取 $\alpha=1$，并取比较现实的 σ^2 值加以计算，其结果列于下面表中。我们也对 $\sigma^2=1$ 的情况作了计算，它与我们的主要计算工作形成了有趣的对照。在所有情况下，我们都取 $w=1$；并且，为计算方便，$\log n$ 的平均数取为 -1。这意味着整日工作的平均边际产品为 $e^{\frac{1}{2}\sigma^2-1}$，但它只是相当于一种对于消费品单位的选择。对于劳动的平均产品 X/Z 的特定值来说，表中结果说明了最优税收方案为何，还说明了消费以及人

---

① 我们可以以一种完全相似的方式考察 $\beta>0$ 的情形，并得到相同的定性结论。

② 对于均匀(矩形)技能分布，明确计算出最优税收方案是可能的，但由于在现在的场合下，该分布没有多大意义，因此分析从略。

口中的劳动力分布为何。

为了比较的目的，你自然想知道如果一次总付税收（或者，等价地，指令劳动）是可行的话，最优状态为何。让我们首先就 $\beta=0$ 的情形进行考察。我们假设生产函数是线性的

$$X=Z+a \tag{134}$$

（你可以把它设想为只是对 Z 值的某一范围，包括所有那些被考虑的 Z，才是适用的）。在完全最优之中，我们最大化

$$\int[\log x+\log(1-y)]f(n)dn \tag{135}$$

约束条件是

$$\int xf(n)dn=\int nyf(n)dn+a.$$

x 对每个人而言都相同，这是很明显的：

$$x=x^0, \tag{136}$$

并且，y_n 必然最大化

$$\log(1-y)+ny/x^0, \tag{137}$$

否则，我们就可以相应改变 y_n（当然，这是对 n 的正测度集而言的）以及常数 x，使情况得到改进。(137)式的最大化给出

$$y_n^0=[1-x^0/n]_+, \tag{138}$$

这里符号$[\cdots]_+$的含义是 $\max(0,\cdots)$。

值得注意的是，在完全最优之中，只有 $n>x^0$ 的人才会去工作。而且，在(135)所刻画的特定福利函数条件下，高技能者的效用较小。这也值得引发我们的好奇心。像我们已经看到的那样，在课征所得税条件下，这是不可能发生的。x^0 的值是由生产约束

$$x^0=\int_{x^0}^{\infty}(n-x^0)f(n)dn+a, \tag{139}$$

所确定的，为计算方便，我们取 $\int_0^{\infty}f(n)dn=1$。就这里所运用的特殊的对数正态分布来说，我们可以表明这一方程会简化为

$$2x^0-x^0F(x^0)-e^{\frac{1}{2}\sigma^2-1}[1-F(e^{-\sigma^2}x^0)]=a. \tag{140}$$

表Ⅰ （情形1）

$\alpha=1, \beta=0, \sigma=0.39$，均值 $n=0.40, X/Z=0.93$。对于 $X=Z-0.013$ 的完全最优为：$x^0=0.19, F(x^0)=0.045$。局部最优（所得税）为：$x_0=0.03, n_0=0.04, F(n_0)=0.000$。

$F(n)$	x	y	$x(1-y)$	z	完全最优 x
0	0.03	0	0.03	0	0.19
0.10	0.10	0.42	0.05	0.09	0.19
0.50	0.16	0.45	0.08	0.17	0.19
0.90	0.25	0.48	0.13	0.29	0.19
0.99	0.38	0.49	0.19	0.45	0.19
总体平均	0.17			0.18	0.19

表Ⅱ 情形与表Ⅰ相同

z	x	平均税率（百分率）	边际税率（百分率）
0	0.03		23
0.05	0.07	-34	26
0.10	0.10	-5	24
0.20	0.18	9	21
0.30	0.26	13	19
0.40	0.34	14	18
0.50	0.43	15	16

表Ⅲ （情形2）

$\alpha=1, \beta=0, \sigma=0.39$，均值 $n=0.40, X/Z=1.10$。对于 $X=Z+0.017$ 的完全最优为：$x^0=0.21, F(x^0)=0.075$。局部最优（所得税）为：$x_0=0.05, n_0=0.06, F(n_0)=0.000$。

$F(n)$	x	y	$x(1-y)$	z	完全最优 x
0	0.05	0	0.05	0	0.21
0.10	0.11	0.36	0.07	0.08	0.21
0.50	0.17	0.42	0.10	0.15	0.21
0.90	0.27	0.45	0.15	0.28	0.21
0.99	0.40	0.47	0.21	0.43	0.21
总体平均	0.18			0.17	0.21

表Ⅳ　情形与表Ⅲ相同

z	x	平均税率（百分率）	边际税率（百分率）
0	0.05		
0.05	0.09	-80	21
0.10	0.13	-30	20
0.20	0.21	-5	19
0.30	0.29	3	17
0.40	0.37	6	16
0.50	0.46	8	15

表Ⅴ　（情形3）

$\alpha=1,\beta=1,\sigma=0.39$，均值 $n=0.40$，$X/Z=1.20$。对于 $X=Z+0.030$ 的完全最优为：$x^{0}=0.16$，$F(x^{0})=0.016$。局部最优（所得税）为：$x_0=0.07$，$n_0=0.09$，$F(n_0)=0.000$。

$F(n)$	x	y	$x(1-y)$	z	完全最优 x
0	0.07	0	0.07	0	0.16
0.10	0.12	0.28	0.08	0.07	0.18
0.50	0.17	0.37	0.11	0.14	0.21
0.90	0.26	0.43	0.15	0.26	0.25
0.99	0.39	0.46	0.21	0.42	0.29
总体平均	0.18			0.15	0.21

表Ⅵ　情形与表Ⅴ相同

z	x	平均税率（百分率）	边际税率（百分率）
0	0.07		23
0.05	0.11	-113	28
0.10	0.14	-42	27
0.20	0.22	-8	25
0.30	0.29	2	23
0.40	0.37	7	21
0.50	0.45	10	19

表Ⅶ (情形4)

$\alpha=1,\beta=1,\sigma=0.39$，均值 $n=0.40, X/Z=0.98$。对于 $X=Z-0.003$ 的完全最优为：$x^*=0.14, F(x^*)=0.007$。局部最优(所得税)为：$x_0=0.05, n_0=0.07, F(n_0)=0.000$。

$F(n)$	x	y	$x(1-y)$	z	完全最优 x
0	0.05	0	0.05	0	0.14
0.10	0.10	0.33	0.07	0.08	0.17
0.50	0.15	0.41	0.09	0.15	0.20
0.90	0.24	0.46	0.13	0.28	0.23
0.99	0.37	0.48	0.19	0.44	0.26
总体平均	0.16			0.17	0.19

表Ⅷ 情形与表Ⅶ相同

z	x	平均税率（百分率）	边际税率（百分率）
0	0.05		30
0.05	0.08	−66	34
0.10	0.12	−34	32
0.20	0.19	7	28
0.30	0.26	13	25
0.40	0.34	16	22
0.50	0.41	17	20

表Ⅸ (情形5)

$\alpha=1,\beta=1,\sigma=0.39$，均值 $n=0.40, X/Z=0.88$。对于 $X=Z-0.021$ 的完全最优为：$x^*=0.13, F(x^*)=0.004$。局部最优(所得税)为：$x_0=0.04, n_0=0.06, F(n_0)=0.000$。

$F(n)$	x	y	$x(1-y)$	z	完全最优 x
0	0.04	0	0.04	0	0.13
0.10	0.09	0.36	0.06	0.08	0.15
0.50	0.14	0.43	0.08	0.16	0.18
0.90	0.23	0.48	0.12	0.29	0.22
0.99	0.36	0.50	0.18	0.45	0.25
总体平均	0.15			0.17	0.19

表Ⅹ　情形与表Ⅸ相同

z	x	平均税率（百分率）	边际税率（百分率）
0	0.04		35
0.05	0.07	−43	39
0.10	0.10	−3	36
0.20	0.17	15	31
0.30	0.24	20	27
0.40	0.31	22	24
0.50	0.39	21	21

表Ⅺ　（情形 6）

$\alpha=1,\beta=1,\sigma=1$，均值 $n=0.61$，$X/Z=0.93$。对于 $X=Z-0.013$ 的完全最优为：$x^0=0.25$，$F(x^0)=0.35$。局部最优（所得税）为：$x_0=0.10$，$n_0=0.20$，$F(n_0)=0.27$。

$F(n)$	x	y	$x(1-y)$	z	完全最优 x
0	0.10	0	0.10	0	0.25
0.10	0.10	0	0.10	0	0.25
0.50	0.14	0.15	0.11	0.06	0.28
0.90	0.32	0.41	0.19	0.54	0.44
0.99	0.90	0.49	0.46	1.84	0.62
总体平均	0.18			0.20	0.32

表Ⅻ　情形与表Ⅺ相同

z	x	平均税率（百分率）	边际税率（百分率）
0	0.10		50
0.10	0.15	−50	58
0.25	0.20	20	60
0.50	0.30	40	59
1.00	0.52	48	57
1.50	0.73	51	54
2.00	0.97	51	52
3.00	1.47	51	49

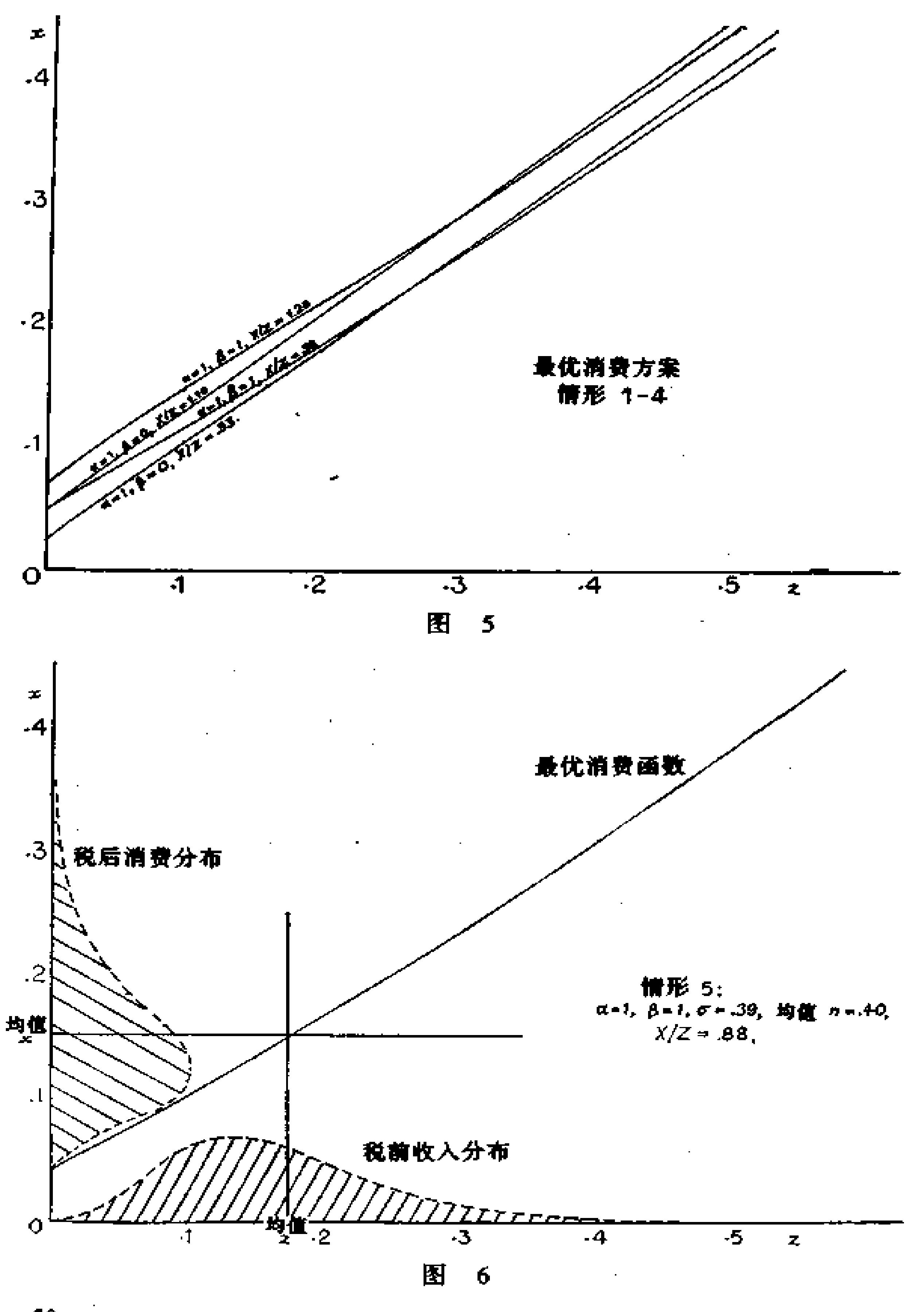

x
·4
·3
·2
·1
0
·1
·2
·3
·4
·5
z
最优消费方案
情形 1-4

图 5

x
·4
·3
·2
·1
0
均值
最优消费函数
税后消费分布
情形 5:
α=1, β=1, σ=.39, 均值 n=.40,
X/Z=.88,
税前收入分布
·1
·2
·3
·4
·5
z

图 6

这一方程的解给出了完全最优中的消费水平和技能水平，在这一技能水平上，整日劳动会使人得到与消费水平相等的工资，低于这一技能水平的人不会选择工作。

当 $\beta>0$ 时，一个相似的理论是成立的。在这一情况下，对 $n>x^0$的人而言，有 $x>x^0$，但这些人的效用水平低于低技能者的效用水平这种情况仍会发生。与(140)相对应的方程也一样复杂，我们不再写出。对于 $n>x^0$ 来说，消费与劳动是

$$x_n=(x^0)^{1+\beta/(1+2\beta)}n^{\beta/(1+2\beta)},$$

$$y_n=1-(x^0/n)^{(1+\beta)/(1+2\beta)}. \tag{141}$$

在表中，除了对相同线性生产函数条件下的完全最优而言的 x^0 以外，还给出了所得税条件下最优状态的某些特点。在表 I－X 中，对数正态分布的参数是$\sigma=0.39$。这个数是从不同国家工

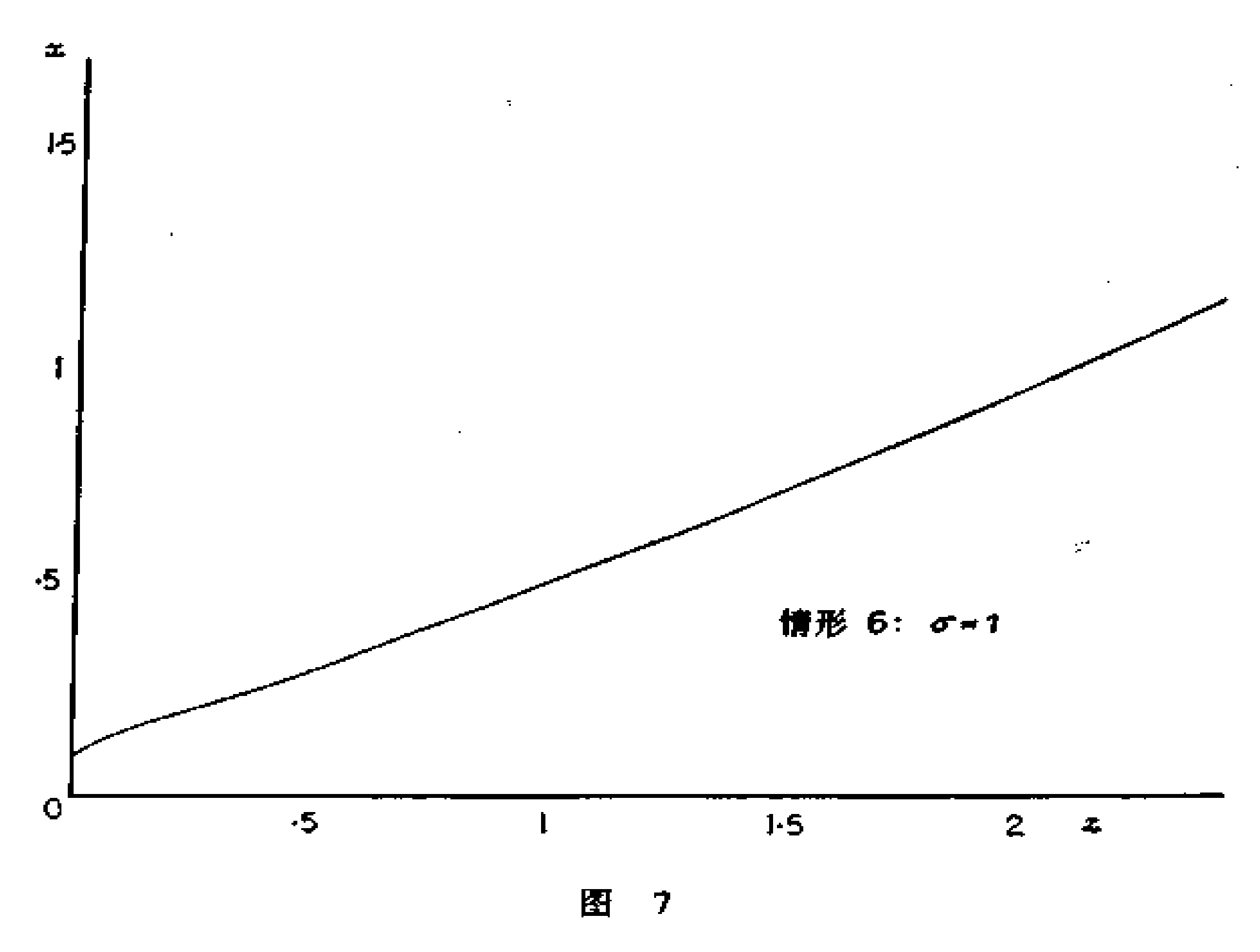


图 7

作收入分布的林达尔数中导出的([3],p.153)。我们的意图在于给出总体内部现实的技能分布。在每种情况下,我们都给出了 x_0 和 n_0,以及技能分布 10%,50%,90% 和 99% 点处的 x, y 和 $x(1-y)$(它用以度量效用)的值。在各个表中,对于有代表性的 Z 值范围,都给出了平均税率及边际税率。最优消费方案的图示($x=c(z)$)在图 5 和图 6 中给出。在图 6 中,x_n 和 y_n 的分布在情形 5 中表示出来。

我们马上就会注意到,当处于最优状态时,事实上整个总体在每一种情况下都会选择工作:在一些情况下,这与完全最优相对照,在完全最优中,有时总体中的相当部分是不参加工作的。在大多数情况下,相当部分人口工作时间不到三分之一。同样有些令人惊奇的是,税率非常低。实际上,这意味着在我们所作的假设之下,所得税对于收入再分配而言并不是一种有效的武器。你可能也预料到了这一点。$\beta=1$ 时,税率较高是一点也不令人奇怪的。如果目标带有较为平等主义的色彩,那么为了贫困集团的利益,就可能牺牲更多的产出。不过,只有一种所得税可供利用时的最优与完全最优之间的差别仍然相当大。

我们所选取的例子都是针对 X/Z 较大的情形来说的:这是与政府支出需要主要是由公营生产的利润,或者对私人利润及产品交易所课税收所满足的那种经济相对应的。就像你可能设想的那样,税率对 X/Z 的变化是非常敏感的(即它对于经济中的生产可能性,对于所得税用于政府支出融资,用于“再分配”目的的程度是非常敏感的)。税率对于 β 选择的敏感性是适度的(当 $\alpha=\frac{1}{2}$ 时,主要特点不会发生改变)。

也许,这一结论最令人震惊之处在于它与线性税收方案非常接近。线性税收方案可被视作与人头补贴联系在一起的比例所得

税，它特别易于管理。除了管理方面的理由会使最优化政府选择完全线性税收以外，我们不能说在分析中把管理成本忽略不计具有什么重要性。但是，最优税收方案当然不是完全线性的，而且，我们并没有探讨限定于实行线性所得税方案会造成的福利损失：不过，你可以推测出这一损失会相当小。我们计算出最优税收方案的那些情形之中，边际税率在收入水平相当低时就达到了最大值，以后就稳定地下降，这一点是很有趣的。

如果总体中的技能分布方差非常大，那么这一结论并不必然是成立的，我们所给出的第六种情形方差为 1，$\sigma=1$。目前来看，已知劳动能力离中趋势很大并不是完全现实的，但如果雇主对总体中个体成员的能力所知较多的话，它就是可能的。最优解几乎在所有方面差别都很大。税率较高：总体中的较大部分能够不参予生产性劳动。这个结论似乎在说，在一个经济技能内在不平等程度较大的经济之中，所得税是一种主要的实行公共控制的武器；而对内在技能离中趋势较小的经济而言，它就不那么重要了。其理由大概在于，后一种情形中，税收的妨碍劳动效应相对于其利益再分配效应而言，是更为重要的。

10. 结论

就像人们所预料的那样，上面所讨论的例子进一步证实了，最优劳动所得税方案的形式对于总体中的技能分布，以及所假设的收入—闲暇偏好极为敏感这一结论。对现实经济来说，技能分布与收入—闲暇偏好都是不易估计的。简单的收入—闲暇效用函数是对极其复杂情形的大胆抽象，因此，很难想象一个令人满意的估计方法该是什么样子。如果运用可观测收入作为估计技能分布的手段，那将会招来诸多异议。但是，我们在数值描述中用到的假设

似乎与观测结果拟合得非常好，而它本身也并非是不合理的。在长期中，工作决策不可能完全或主要地取决于社会传统，心理需要，或者合作行为的规则：因此，我们所进行的这类分析很可能与现实所得税的构造与改革相关。

支持对富人应课征低边际税率这一结论的许多论据，充其量不过是以这样一个古怪的假设为前提的，即任何增加国民收入的手段都是好的，即使它把部分收入从穷人手中转到了富人手中。在知道这一点的同时，我必须承认，我原本期望对所得税的严格功利主义式的分析会为高税率提供一个佐证。但我却没有做到这一点。我还期望能够证明，当政府形成负所得税提案时，没有必要力求对低收入者课以低边际税率。这个直感在某种程度上得到了证实。但我关于最低消费水平会很高的预测都未被证实。相反，每个人在事实上都成了劳动大军中的一员。由于在我们所分析的经济中，每个想找工作的人都能够找到工作，而我们的结论就建立在这样的分析基础之上，因此，我不应当希望这一结论对现实中的经济是适用的。只要存在就业机会小于可获得的劳动力这样的时期，那么，人们可能就会看到在政府所定的为不工作者提供保障的最低收入水平上，不选择工作的人数与过剩劳动力的数目相等。对这种情况作出严格的分析有待我们去尝试。上述结论至少表明，我们应该让劳动技能最差的人的工作时间大大短于劳动技能较高的人的工作时间。

把结论用到具有较高劳动技能的人身上，对此我还有些犹豫：对于他们中的许多人而言，他们的工作在某种程度上是颇具吸引力的，同时他们的劳动供给可能是相当缺乏弹性的（我们排除了移民的可能性）。这也为对该问题作出更加深入的理论研究提供了余地。我现在作出以下结论：

（1）一个具有行政管理方面优点的近似线性所得税方案是合

意的(除非高技能劳动的供给比我们在效用函数中所假设的还要缺乏弹性);特别是,我们坚决支持(最优的!)负所得税提案。①

(2) 所得税并不像我们通常所想象的那样,是一项缩小不平等程度的有效工具;因此

(3) 我们要设计与所得税互补的税收,从而避免所得税所面临的困难。在我们所研究的模型中,这一点可以通过引入一种既依赖于工作时间(y)又依赖于劳动所得(z)的税收方案来达到:通过这种方案,人们可以得到完全最优,原因在于,在事实上,人们可以对每一个 n 构造一种不同的 z - 方案。② 这样的一种税收不会完全可行,但我们还有其它估计人的技能水平的方法——例如名声不佳的 I.Q. 测试,对于任何一种这类征税方式,逃税的风险当然都是相当大的:但像我们的结论所表明的那样,如果所得税真的不是一个令人满意的替代选择的话,那么,我们必须权衡,是否应该找到某种更有效的方法以抵销我们中的某些人从基因和家庭背景中得到的先天优势。

参考文献

[1] Blum, W.J. and Kalven, H.Jr. *The Uneasy Case for Progressive Taxation* (University of Chicago Press, 1953).

[2] Diamond, P.A. "Negative Income Taxes and the Poverty Problem -

---

① 这些提案的本质在于边际税率(由关于社会保险津贴的扣除法则来表示)应该显著地低于 100%。这类提案有时是基于这样的想法提出的,即貌似合理的负所得税提案要比全部的收入都从社会保险津贴中扣除的体制好——这当然是非常错误的。本项研究的一个主要意图在于,为估计最低收入水平上的合意的税率提供方法,但令人惊讶的是,这些税率在某种意义上是最难以确定的。如果不同时确定整体的最优所得税方案,这些税率就无法得以确定。换言之,没有一种这样的提案能够脱离所得税方案的其他内容而奏效。

② 我非常感谢弗兰克·哈恩(*Frank Hahn*)指出了这一点。在任何一个没有明确引入不确定性的正式模型中,一次总付税收似乎都真是可行的。

a Review Article", *National Tax Journal* (September 1968).

[3] Lydall, H.F. *The Structure of Earnings* (Oxford, 1968).

[4] Mirrlees, J.A. "Characterization of the Optimum Income Tax" (unpublished).

[5] Musgrave, R. A. *The Theory of Public Finance* (McGraw-Hill, 1959).

[6] Shoup, C.S. *Public Finance* (Weidenfeld and Nicolson, 1969).

[7] Vickrey, W. *Agenda for Progressive Taxation* (Ronald Press, N. Y., 1947).

(马 捷 译)

原载于 The Review of Economic Studies,
Vol, XXXVIII(2), April, 1971。

二　关于福利经济学、信息和不确定性的笔记

1. 引言

这篇笔记虽然并非完全是尝试性的，但也不像我所希望的那样系统。它的目的在于说明，为什么在一个信息不完美、不可靠的世界里，阿罗—德布鲁福利经济学模型① 不能令人满意，而与目前应用于公共财政理论的模型相似的模型却可能更为合适。我不想讨论促使人们拓展或避开标准模型的所有理由。正如阿罗②和其他人已经指出的那样，信息的生产——例如在医疗、发明，或许还有教育系统中那样——需要特别处理；但是关于这一点我不想多说什么。

我要考虑的是政府可能拥有的关于消费者的信息，或者消费者可能拥有的关于政府的信息。我将把福利经济学当作一个讨论可选择的政府政策的模型，并把它当作讨论关于可选择的政府体制的一个组成部分。政府能够采取，及应该采取的政策，取决于有关消费者的信息，他们做什么以及他们是什么。因此福利经济学基本定理要求政府根据家庭是什么(但不根据家庭选择做什么)来向家庭分配一定数量的资源，并希望这样就能使恰当的竞争均衡自行确立。在阿罗—德布鲁理论中，这种资源分配是在尚不知道自然状态，但是对家庭特征却具有完全信息的情况下进行的。要

---

① 参见参考文献[1]，第4章。

② 参考文献[1]，第6和第8章。

使最优结果是一个竞争均衡，就需要有众多个保险和期货市场，但我并不打算直接来考虑这一众所周知的难题。我要问的是——理由后述——(1)如果分配取决于自然状态，而且(2)如果有关家庭特征的信息是不完美的，那我们应该怎么做。我还想就有关不确定性的偏好作几点评论。

2. 再分配和风险承担

阿罗—德布鲁的福利经济学模型认可每个家庭的口味(*tastes*)，并且以同样的方式认可每个家庭的推断(*beliefs*)——这些推断也许可以用主观概率来表示。如果有人执拗但却错误地认为世界末日就要来临，那么，他现在就应该得到他的财富，并被允许立即将它花费掉。如果他所相信的情况并未发生，他就要挨饿，但是阿罗—德布鲁福利函数并不关心这种情况。我们则希望能够为一个确实关心这类结果，并且在某些方面比它所负责的某些家庭更了解可能的自然状态的政府探讨某些政策。取决于自然状态的收入分配便是这类政策中的一种。[①]

研究这种分配的另一个原因是，要想"客观地"认定所有自然状态是不可能的——这里面存在着道德风险的现象。这种现象在文献中已经有大量的论述。一个农民不可能为他的收成进行完全的保险，以应付各种不利的情况，因为在现实中，灾害的严重程度只能通过观察收成的多少来确切地评价，而收成的多少又是受农民控制的行动影响的。如果完全保险是可能的，则政府的分配(抛开我们刚刚提到的困难不谈)与自然状态无关也没有什么不好。但是由于完全保险是不可能的，政府也许就应该将分配与收成的

① 事前最优和事后最优的区别是广为人知的。参见参考文献[2]。

实际结果，也就是自然状态的一个替代变量联系起来。

在这一情形中，我们显然有一个现已被称作"次优"问题的问题——也就是说，在更简单的问题中常见的简单竞争均衡将不能作为它的解。"次优"这一词可能有一点误导性，因为在有风险承担的农民——或助理教授——这类情形中，第一优（*the first best*）是一个甚至比"次优"更不可达到的理论构造。

第一类情形，即"阿莱最优"（*Allais optimality*）情形，似乎有较简单的正式解，至少在一种极端情形中是这样。这种极端情形就是：与家庭的概率推断不相关、同时关于政策的讨论又是根据以每个家庭在每种自然状态下的效用为自变量的福利函数（例如，根据政府的概率，或你我的概率计算的期望福利）来进行。和通常一样，我们希望有每种商品在每种自然状态下的影子价格。生产者将最大化利润（以自然状态为条件解释影子价格）；家庭则根据这些价格和政府的财富分配计划——它取决于自然状态——来独立地制定他们在每种自然状态下的计划。正式地说，如果 x_s^h 是家庭 h 在自然状态 s 下的消费向量，$u_s^h = u^h(x_s^h)$ 是家庭 h 的效用[①]，我们希望在每一分配预算 b_s^h 均满足竞争均衡的条件下，最大化

$$W(u) = W(u_1^1, u_2^1, \cdots, u_1^2, u_2^2, \cdots) \qquad \text{(单调递增)}$$

这样，把各种可能的自然状态下的超额需求 $\sum_h x_s^h$ 加总起来，生产计划 $(y_1, y_2 \cdots)$（等于各种自然状态下的过度需求之和）将最大化 $\sum p_s \cdot y_s$，而每个 x_s^h 则在 $p_s \cdot x_s^h$ 不大于 b_s^h 的条件下最大化 u_s^h，其中 p_s 为状态 s 的竞争价格向量。这是一种标准的论点。

与"阿莱最优"相关的问题是消费者不能进行保险交易：交易依从于不同状态的一定数量的商品必须是不可能的。如果在消费者之间存在完全的状态依从市场，那么一般来说，允许生产者在这

① 效用函数本身可能随自然状态 s 的变化而变化。

些相同市场上交易将是不可取的；因此，有人可能会提出诸如征收商品税之类的措施。此时阿罗—德布鲁均衡将不是最优的。在后面的讨论中，我们还会再一次碰到这类需要禁止市场交易的情形。

当经济中道德风险的方面被考虑进来之后，即使是这一不稳定的竞争性结果也不是最优的。我虽然还未得出什么有趣的一般结果，但是下面这个特例似乎抓住了问题的本质。[①]

考虑一个由相互独立的农民构成的经济，这些农民在自己的农场上用自己的劳动和企业家才能来生产小麦。当劳动投入为 z 时，小麦产量 y 的概率密度为 $f(y, z)$。政府通过函数

$$x = c(y) \tag{1}$$

来使农民的消费 x 同他的产量联系起来。这一函数代表了产出在农民之间的再分配。所有的农民都是同质的，而且每个人都只关心自己的效用，他们将在(1)式的约束下通过选择 z 来最大化期望效用

$$\int u(x, y, z) f(y, z) dy, \tag{2}$$

我们假定 u 是一个随 x 的递增而递增，随 y 和 z 递减而递减的凹函数。我还要假定当 x 趋近于零时，u 将趋近于 $-\infty$，从而使农民把避免零消费当作头等重要的事。政府将(2)式作为它自己的福利函数，以使所有农民都会发现它的政策是有吸引力的。所有这一切都必须受总量生产的约束，根据存在大量农民，每个人对消费的微小变动不敏感及生产可能性随机不相关的假定，总量生产约束可以写成

$$\int y f(y, z) dy - \int c(y) f(y, z) dy = 0 \tag{3}$$

我们不妨假定所有函数都是适当可微的，而且必要的拉格朗日乘数是存在的。我令约束条件(3)的乘数为 r，并用 s 代表下面这个

---

① 我最早碰到的这类问题是与人口政策有关的。有关分析参见参考文献[5]。

约束条件的乘数：

$$\int u_z f dy + \int u f_z dy = 0, \quad (4)$$

这个约束条件是由农民的效用最大化导出的。请注意，从最大化中我们还得到一个二阶条件，即

$$A \equiv \int u_{zz} f dy + 2\int u_z f_z dy + \int u f_{zz} dy \leqslant 0 \quad (5)$$

政府最大化的一阶条件为：对于任何一个 y，由 c 的变分得：

$$u_x f - rf + s u_x f_z + s u_{xz} f = 0, \quad (6)$$

由 z 的变分得：

$$r\int (y - c(y)) f_z dy + sA = 0, \quad (7)$$

请注意，这最后一个条件利用(4)式进行了简化。将(6)式写成下述形式将更有启发性：

$$(r - s u_{xz})/u_x = 1 + s(f_z/f). \quad (8)$$

一个“第一优”的最优化过程显然会使 u_x 对所有的 y 都是一样的。但是在我这里所考虑的这个例子中，可以预料的是，如果要想激发出更大的 z，c 的选择应是使 u_x 随着 y 的递增而递减。为了证明这一点，首先我们可以很方便地引入下面这一假定，即对于所有的 z，有

$$\int y f(y, z) dy = z, \quad (9)$$

而且我们还可很自然地假定：

f_z/f 是 y 的增函数，y 值小时为负，

y 值大时为正。 (10)

我还必须假定 $u_{xz} = 0$。

从(10)可以得出，r 必须为正数，因为 u_x 总是为正的，(8)式的右边有时也为正。我们必须证明 s 也是正数。当 z 取最优值时，令 $h(y) = f_z/f$，则(8)式变成 $r/u_x = 1 + sh(y)$，它告诉我们 x 是 $sh(y)$ 和 y 的函数，即 $x = g(sh(y), y)$，其中 g 的导数为

$$g_1 = -\frac{1}{r}\cdot\frac{u_x^2}{u_{xx}}, \quad g_2 = -\frac{u_{xy}}{u_{xx}}. \tag{11}$$

假定 u 为凹函数，则 $g_1>0$。利用这一符号，我们可以把(7)式写成

$$r = -sA + r\int g(sh(y), y)h(y)fdy。 \tag{12}$$

这里我们用到了 $\int yf_z dy = 1$ 这一事实，它是通过对(9)式进行微分得到的。

假定

$$u_{xy} \leqslant 0. \tag{13}$$

我将证明这一假定意味着 s 为正数。若 $s\leqslant 0$，$g(sh(y), y)$将为 y 的非递减函数，根据(10)、(11)式和(13)式，并令 y_1 恰使 $h(y_1)=0$，则有

$$\int g(sh(y), y)h(y)fdy = \int [g(sh(y), y) - g(0, y_1)]h(y)fdy \leqslant 0.$$

该式的第一步据 $\int hfdy = \int f_z dy = 0$ 原因在于 $\int fdy = 1$；第二步则是据(10)式得出。同时，我们还从(6)式知道，$A\leqslant 0$。因此，在(13)式的假定下，若 s 不为正数，则(12)式的右边即不为正数；但这是不可能的，因为 $r>0$。这样我就证明：当 x 和 y 为弱互补关系，即(13)式成立，且 x 和 z 不相关时，$s>0$；因此，根据(8)式，就可知 u_x 为 y 的减函数。在 $u_{xy}=0$ 的特例中(例如当农民不关心产量本身，且不需任何劳动去收割产品时，就可能出现这种情形)，我们可以进一步推出 x 是 y 的增函数。①

用于得到这一结果的假定是非常充分的，但是从分析中也可以清楚地看到，x 随 y 递减的反例也不是完全不可能的。

从(8)式可以看出，政府的最优政策 c 一般不是线性的，甚至也不是特别简单的。将这一论点拓展开去，在不考虑管理及政治

① 有人也许还会想到，在最优状态下，会有 $c'(y)<1$；或者至少当 y 增大时，$y-c(y)$仅改变一次符号，由负变为正。我还未曾发现任何不错的、可以被证明暗含着这些结果的假设。而且我也怀疑，这些结果是不容易保证的。

因素的条件下，有人也许可望为医疗、警察保护、汽车保险及教育支出等提出一套较为复杂的分配法则。规则(8)有一个较为奇怪的特征，这个特征通过它对一个看似合理的假定作出的反应而凸显出来。这个假定就是，农业产量遵从对数正态分布，即

$$f(y,z)=\frac{C}{y}exp\left[-\left(\log\frac{y}{z}+1/2\sigma^2\right)^2\Big/(2\sigma^2)\right],\quad (14)$$

(C 为一个常数)。(14)式意味着

$$f_z/f=\left(\log\frac{y}{z}+1/2\sigma^2\right)\Big/(\sigma^2 z).\qquad (15)$$

根据(15)式，当 y 趋于 0 时，f_z/f 趋于 $-\infty$。但是根据(8)式，这与任何取值不为 0 的 s 都是相矛盾的。而 $s=0$ 又不能给出一个最优的政策。这一点是显而易见的。因为(视效用函数而定)一个使所有人都具有相同的 u_x 的分配法则将使农民没有任何生产积极性！从技术的观点看，对于这个显然设置合理的问题，最优解不存在。

实际上，在这个例子中，对那些产量非常低的人惩罚得越厉害，情形将会越好。这一点可以被严格地证明。试想，如果所有产量低于一个很小的 η 值的农民都只得到消费 ε(另一个很小的值)，而其他农民都得到他们在第一优的最优状态时所能得到的消费——记为 $c^*(y)$，情形会怎么样呢？如果与此同时，能够诱使农民选择 z 的第一优最优水平——记为 z^*，这样的分配就是可能的。为此，我们要求

$$\int_0^\eta u(\varepsilon,y,z^*)f_z(y,z^*)dy+\int_\eta^\infty u(c^*(y),y,z^*)f_z(y,z^*)dy$$
$$+\int_0^\eta u_z(\varepsilon,y,z^*)f(y,z^*)dy+\int_\eta^\infty u_z(c^*(y),y,z^*)f(y,z^*)dy=0.$$

回忆一下，我们前面曾假定过 u_z 和 x 是无关的，因此第三、四项可以合并成 $\int_0^\infty u_z(y,z^*)f(y,z^*)dy$. 因此我们必须选择 ε 和 η，使得

$$\int_0^{\eta}\{u(c^*(y),y,z^*)-u(\varepsilon,y,z^*)\}f_z(y,z^*)dy$$
$$=\int_0^{\infty}\{u(c^*(y),y,z^*)f_z(y,z^*)+u_z(y,z^*)f(y,z^*)\}dy.$$

根据第一优的最优性，该等式的右边等于

$$r^*\int_0^{\infty}\{c^*(y)-y\}f_z(y,z^*)dy,$$

式中 $r^*=u_x(c^*(y),y,z^*)$；并且该式正常情况下为负数，因为根据假设(10)有，

若 $c^{*\prime}(y)<1$，则 $\int_0^{\infty}(c^*-y)f_z dy=\int_0^{\infty}(c^*-y)h(y)f dy<0$，

而该条件只要一个弱假设 $u_{xy}\leqslant -u_{xx}$ 即可满足。

因此，对于任意 $\eta>0$，我们都能选择一个 ε，从而使农民选择 z^*。而且，任给数 M，我们都能选择一个足够小的 η，使得 $f_z<-Mf(y<\eta)$，从而使

当 $M\to\infty$ 时，

$$\int_0^{\eta}u(c^*(y),y,z^*)f(y,z^*)dy-\int_0^{\eta}u(\varepsilon,y,z^*)f(y,z^*)dy<$$
$$-\frac{1}{M}\int_0^{\eta}\{u(c^*(y),y,z^*)-u(\varepsilon,y,z^*)\}f_z(y,z^*)dy=$$
$$-\frac{1}{M}\int_0^{\infty}\{u(c^*(y),y,z^*)f_z(y,z^*)+u_z(y,z^*)f(y,z^*)\}$$
$$dy\to 0.$$

因此，通过对人口的很小一部分实施惩罚（也许是非常严厉的惩罚），我们可以无限逼近第一优的最优状态。

虽然这些受惩罚的农民要忍受巨大的痛苦，但是他们的人数很少，因而他们的命运，或者仅仅是这种命运的可能，对于农民在生产决策上的激励，将超出他们本身的痛苦。看起来这类模型在某些情况下为对极少数人的极端惩罚提供了一定的理由。

这个问题是以一种政府政策的形式提出来的，但是由于模型

所假定的私人和政府目标的一致性，其结果也可以被解释为关于本文所考察的社会将出现何种类型的保险制度的预言。进一步考察当政府从平等主义或功利主义出发，采用与农民的事前标准不同的标准来制定政策时的解，将是很有趣而且很重要的，但是我在这篇笔记中并不打算这样做。

3．家庭的特征

我们可以以下面的形式来思考福利经济学的标准问题。h 类家庭的效用函数为 $u(x,h)$，其中 x 为它与经济中其他部分的交易(即过度需求)。生产约束使得 $y=\sum_h x(h)$ 位于生产集合 Y 内。$W(u)$ 则是需要最大化的目标函数。福利经济学的“基本定理”指出，如果有一个用函数 $b(h)$ 定义的适当的、预算分配，最优结果便是一个竞争均衡。虽然十分显然，但我仍想强调的一点是，标准模型实际上假定，消费者将从自己的利益出发，理性地选择进行什么交易；同时他们又会不考虑自己的利益，而显示出必要的信息，这些信息体现在符号 h 中。在一般的符号中，这一点不易看清，但下面这个与现有一些对应关系的例子，将清楚地表明这是很难做到的。[①]

考虑一个经济，只有一种消费品，这种消费品用劳动生产。当 n 类家庭的工作时间为 y 时，它提供的劳动数量为 ny。每个家庭都有一个关于消费 x 和劳动时间 y 的效用函数 $u(x,y)$。就个人消费而言，福利函数是完全可分的，因此可以选择效用函数，使得福利函数为 $W=\int u(x(n),y(n))f(n)dn$，其中 f 为能力 n 的分布的密度函数。由于 u 是凹函数，所以福利函数在个人消费上

---

① 它是参考文献[4]提到的特例的一般化。

是拟凹的。最优政策是把消费和时间作为 n 的函数来分配，使得利用劳动投入 $\int ny(n)f(n)dn$，可以生产出产量 $\int x(n)f(n)dn$。用 $x^*(n)$，$y^*(n)$来代表最优值。

命题 当(且仅当)时间为严格的正常品时，$u^*(n)=u(x^*(n),y^*(n))$是 n 的减函数。

回想一下，当我们说时间对消费者来说是一种严格的正常品时，根据定义，这就意味着在一个市场经济中，非劳动收入的增加将使消费者减少他的劳动供给。这是一个非常合理的假定。

这个命题的证明仅仅是一种常规操作，它将在附录中给出。它的要点在于，我们可以很自然地假定，个人对于他们传递给政府的，有关他们能力的信息拥有某些控制权；也许假装得比实际能力低要比假装得比实际能力高容易一些。无论如何，个人没有动力去提供政府为达到最优状态所需要的信息；相反，个人反而有动力去不提供这些信息。模型中有某些不现实的特征，从而夸大了这种困难，但是一个试图实现基本福利经济学所描述的最优状态的政府因为面临这些困难而无法达到目的，却是完全可能的。

为了抓住福利经济学的这一特征，我建议以两级最优化的形式重新表述基本问题，即家庭在政府施加的约束下进行最大化，而政府则通过选择约束来使福利最大化。这样，让我们将向量 x 不仅仅理解为交易，而且更一般地把它理解为行为。因此，如果某些工作，例如花费的时间或精力，既可以直接被观测，也可以通过生产效果反映出来，则这两个方面都可出现在 x 表列中。用 k 来代表那些不必通过行为便可为大众所知的个人特征(如年龄、性别、出生地，……)，用 h 来代表那些虽然会通过消费者的选择来影响行为，但是至少对政府来说是不“可见”的方面。个人将选择 x，以最大化 $U(x,h,k)$，但是他首先要受消费集合 $X(h,k)$的约束，

其次还要受经济中政府和市场施加的约束，即 $A(k)$的约束。

证明 $x(h,k)$在 $x \in X(h,k) \cap A(k)$的约束条件下最大化 $U(x,h,k)$. (16)

生产约束为

$$\sum x(h,k) \in Y. \tag{17a}$$

($\sum x$ 中某些与非交易行为相对应的部分是多余的。)将 $u(\cdot)$写成由 $u(h,k)=U(x(h,k),h,k)$所定义的 h 和 k 的函数。则政府在(16)和(17)的约束下通过选择 $A(\cdot)$来最大化 $W(u(\cdot))$。

假定政府知道人口的特征、每一类 h 和 k 的人数。特别地，假定 h 和 k 遵从密度函数为 $f(h,k)$的连续分布，因而生产约束可以写成

$$\int x(h,k)f(h,k)dhdk \in Y. \tag{17b}$$

政府的最大化目标函数既取决于效用结果 $u(\cdot)$，又取决于分布 $f(\cdot)$。例如，它可能采取完全可分的形式——这是最容易处理的——

$$W=\int u(h,k)f(h,k)dhdk.$$

对于福利经济学的这一表述，有两种反对意见是读者非常容易想到的，所以我现在就必须对它们作出回答。第一，政府对于 $f(\cdot)$的了解与它不知道任何特定个人的 h 是难以一致的。关于这一点，我的回答是，$f(\cdot)$体现的是统计信息，而不是个人信息，这种信息能够通过调查和抽样过程中常见的保密的方式获得。由于信息是以这种非个人的方式加以利用的，所以个人不存在隐藏信息的动力。当然通过调查或者抽样的方式得到的信息也许是非常有限的，但即便它们是不准确的，$f(\cdot)$也代表了政府的推断。应用这一理论所要求的 $f(\cdot)$和现实之间的唯一的对应关系是，从结

果看，市场是出清的：如果市场不出清，政府就必须修正它的推断。最后，我要指出的是，(给定模型中的消费者用 $U(x,h,k)$来描述时，)一般来说，通过观察过度需求 x 的分布来推导 h 和 k 的分布是可能的。

本问题易于引起的第二个反对意见是，它不容易得出有用的答案。这个问题只能通过复杂的分析才能回答，但此处显然不是地方。在参考文献[4]，以及未出版的论文中，我曾分析过一个特例；而且我能够从中推导出以相当简单的形式表示的达到最优状态的条件。这个理论的力量可以从3.2.3节中引述的一个结果中得到证明。在某些情形中，这个问题可能有简单的解。

3.1 举例

考虑一个上述命题适用的特例。用 z 代表劳动供给。因而行为为(x,y,z)，并且受 $z \leqslant ny$ 的约束。这意味着非生产性的工作是可能的。政府不知道 n。就模型而言，最大化(受通常的凸性消费约束)可以以这样的方式实现，即根据每个人被观察到的能力 z/y 来分配收入，使得每个人都获得相同的效用；特别地，可以给每个人都分配相同的收入，而不管他的 z/y 是多少。但是这暗含着下述假定，即当 z 对个人毫无影响时，可以通过某种方式诱使个人在 y 给定的情况下让 z 尽可能地大。否则，如果没有这种引诱的话，严格说来，就没有最优状态；政府总是可以通过使效用分配更为平等而得到改善。在上述假定成立的情况下，我们就得到一个最优状态虽不是第一优的最优，但却是一个竞争均衡的例子。

一般来说，当 u 取决于 h 时，上述问题的最优解不会是一个竞争均衡(它将把 A 描述为 $p \cdot x \leqslant b(h',k)$，其中 h' 为借助于消费集合 $X(\cdot,k)$而从 x 中推导出来的 h 的估计值，p 则为正确的生产者价格)，因为 A 可能是非线性的。(在参考文献[4]中，我曾

经讨论过上述例子，其中的 y 是不可见的。）一个真正一般的结果是生产效率的合意性[3]。在非常一般的假定下，上述问题的最优生产均处于生产集合的边界上，因而生产决策的分散化是可能的。支持这一结论的理由很简单：如果生产处在生产集合的内部，一个充分小的补贴（对所有人都一样的一次性总额支付）将使所有人都得到改善，并可能使总需求发生一个微小的变动，该变动可以足够小到使总需求仍处于生产集合中。

3.2 几点说明

3.2.1 不确定性，上述模型考虑到了误导性的信息，但未考虑不完美信息。一般来说，我们预期政府将拥有有关消费者行为及用 k 表示的消费者特征的不完美信息。首先假定所有的消费者特征都是可见的，因而变量 h 不出现在模型中。政府观察到 k'。k 和 k' 有一个联合概率密度函数 $f(k,k')$。（这代表了观察值 k'，提供的关于 k 的不完美信息。）政府以 $x \in A(k')$ 的形式向消费者施加一个预算约束，但是个人知道 k，因而在 $x \in X(k) \cap A(k')$ 的条件下最大化 $U(x,k)$。

我想指出的是，这一问题在本质上具有和前面(16)和(17)式设置的问题相同的特征。除了在生产方面外，最优解（一般来说）不是一个竞争均衡。最优预算约束将是非线性的。要理解这一点，请考虑一下最优解必须是什么。最优生产 y^* 等于 $\int y_{k'}^* f(k, k')dk$，其中 $y_{k'}^*$ 为所有显示出 k' 特征的消费者可能得到的生产总量。考虑一个特定值 k'。那么，在对所有其他人的最优分配给定的情况下，$A(k')$ 的选择必须是在 $y_{k'}^*$ 给定的条件下解到如(16)和(17)式的问题。

一个特例将使这一点看得更清楚。考虑前面讨论过的那个例子，再加上一个假定，即政府不能观察到 y，只能不准确地把 n 看

成n'。n 和n'的联合密度函数为$f(n,n')$。政府试图最大化

$$\int u(x(n,n'),y(n,n')f(n,n')dndn', \qquad (18)$$

其中预算约束可能采取下述形式，即对一个(n,n')型的个人，$x\leqslant c(ny,n')$，因为 ny 是他的劳动供给，n'是政府拥有的关于他的信息。这样，对于每一个(或者，我猜想，对于绝大多数的)n'，政府都要在分配给标记为 n'的那些人的生产给定的条件下选择最优的所得税方案(它将导致约束性的消费函数)，来最大化$\int ufdn$。自然地，在所得税理论中，最优方案是和商品的影子价格相联系的——在这个例子中，就是和劳动的边际生产力相联系——而且对于所有的 n'，它们都必须相等。但是这并不能保证各种预算约束都有类似的形式，因为最优形式不仅取决于技能在人口中的分布，即每一个 n'所对应的$f(\cdot,n')$，而且取决于所考察的那一类人可能进行的生产。

因此不完美信息将导致与误导信息本质上相同的经济考虑。根据同样的理由，一个让人满意的关于问题(16)式和(17)式的理论可以非常容易地拓展到不完美信息的情形中去。

3.2.2 配给和价格制度。参考文献[3]研究了上述一般福利经济学问题的一种特殊形式，即预算约束在 x 上是线性的(也就是说，A 是一个凸锥)的情形。(该文中没有明确地考虑变量 k)该文认为，当最优商品税普遍存在时——即当 A 达到线性约束下的最优状态时——对某些商品引入配给制，从而代替市场实际上可能是可取的。在这里，配给应被理解为这样一种约束，它限定了最大“交易”水平，该水平仅为 k 的函数，但其余的预算约束却不受配给商品实际交易数量的影响。(这里可能有一个问题，即如何确保配给数量能让消费计划位于消费集合内。例如在我们讨论的特例中，如果所有的直到为 0 的能力都包括在内，就不可能为 z 规定

一个配额。)许多社会服务都具有配给的特征。

配给方案到底在多大的程度上是可取的? 这是一个有趣的问题。这个问题不易受一般理论的影响,但是考虑到我们对真实世界的了解,它却是一个合理的问题。某些配给的主要原因被我们所考虑的福利经济学问题所忽略了。在本模型的框架内,容易看出,普遍配给通常远不是最优的。普遍配给意味着对所有消费者提供相同的数量,同时从市场上获得相同的数量。在凸性总量生产集合的情形中,如果个人面临的预算约束集合为$(1/H)Y$,其中H为消费者人数,而且相应的需求是可行的,则几乎每个人都会得到改善。这通常不是最优的A,但它将好于,而且通常是远远好于配给制的方案。也许有人还可以类似地构造出一个相当广泛的,优于单一商品配给的约束集合,但我还不知道如何做到这一点。

在此必须注意,有些政府无法做到的"配给"可能可以通过社会规范来达到。行为的许多方面——其中最重要的是工作中的用心程度和效率——对政府来说不是直接可见的,但是从某种程度上说,对其他个人却是可见的。社会规范可能使行为的这些方面比起没有这些规范时更接近于统一化,并可能使它们从社会角度看更有用。在一个完美分配的世界里,工作小组的统一行为可能被认为是令人遗憾的,但是在一个不完美信息的世界里,它可能实际上是可取的,虽然它可能违反了个人的偏好。

3.2.3 统一价格和累进税及歧视。作为与配给制相对应的另一个极端,我们可以考虑一下具有统一非歧视消费者价格的税收制度。如果最优状态具有这一特征,家庭之间将不会发生任何不可取的交易。一般而言,没有理由认为统一价格就是最优的:因此,如果可能的话,阻止家庭之间的交易或者是可取的,因为这种交易

会改变实际发生作用的约束集合。(当然,它也许会使不同集团的约束集合发生不同的改变。在这种情况下,它可能是可取的。)我提出两个有趣的问题:第一,在什么情况下统一补贴加上商品税的政策是接近于最优的?第二,在什么情况下统一商品税是最优制度的一部分?

与第二个问题相关,下面这个特殊的例子可能是让人感兴趣的。(我相信斯蒂格里兹已经得出了相同的结果。)将前面的例子推广到具有多种消费品的情形,并假定典型家庭具有下述效用函数:

$$u(v(x), z/h), \tag{19}$$

式中 x 现在为一个消费品向量。我们可以认为,最优预算约束,即 A,将具有 $b(x)\leqslant z$ 的形式。

我可以证明:事实上,最优状态可以通过下述形式的预算约束达到:

$$\beta(p\cdot x)\leqslant z, \tag{20}$$

式中 p 为生产者价格向量(就该价格而言,最优总量 $\int x(h)f(h)dh$ 将在生产集合内最大化利润)。实际上,这将使经济能够以最小的成本提供希望达到的某一水平的 v。通过对劳动收入征税(这个税一般是非线性的),而不对其他收入征税,经济达到了最优状态。这一结果有可能得到相当程度的推广。

4. 消费者信息

有人也许会猜测,就前面提出的问题而言,消费者尽可能多地了解他们自己的,由变量 h 来衡量的特征通常将是有益的。拿一种极端的情形来说,如果没有一个人知道能够将自己和他人区分开来的任何特征,我们将得到"配给"解,而我们已经看到,这种状

态是可以被进一步改善的。但是这种猜测肯定是误导性的。许多人看来都从对自己的相对智力、体力、容貌、魅力及判断力的自信中获得满足。即使不考虑经济方面的要求，有关这些问题的信息过于准确也可能是一件遗憾的事。也许我们中的某些人会因为对自己的缺点和能力有准确了解而得到好处，但是我认为，一个每个人都确定无疑地了解自己能力的贤能统治社会并不是一种诱人的前景。

因此，我认为，即使有可能准确地确认每个人的能力和其他特征，这样做也并不可取——虽然从小样本中获得这类统计信息可能是很有帮助的。如果有人相信他之所以获得很低的劳动收入是因为他选择不太努力工作，而不是因为他缺乏所需的能力，那么就有理由让他那么认为，而不必试图评价他的能力，然后相应地给他以补偿。这是我们欢迎不确定性的一个理由，也是在不确定性条件下我们需要超越阿罗一德布鲁福利经济学模型的一个理由。

参考文献

[1] Arrow, K.J. *Essays in the Theory of Risk - Bearing*. North - Holland: Amsterdam (1971).

[2] Diamond. P.A. Cardinal welfare. individualistic ethics and interpersonal comparisons of utility: comment. *Journal of Public Economics* (October 1967).

[3] Diamond. P. A. and Mirrlees, J. A. Optimum taxation and public production. *American Economic Review* (March and June 1971).

[4] Mirrlees, J.A. An exploration in the theory of income taxation. *Review of Economic Studies* (April 1971).

[5] Mirrlees. A. Population policy and the taxation of family size. *Journal of Public Economics*. 1 (1972), 169.198.

附　录

第67页的命题证明如下。在最优状态下，由于影子价格 p,q 独立于 n，所以我们必然有

$$u_x = p, \quad u_y = -qn.$$

对 n 微分，得

$$u_{xx}x' + u_{xy}y' = 0, \quad u_{xy}x' + u_{yy}y' = -q,$$

式中 x'和 y'为 x 和 y 对 n 的导数。因此

$$\frac{du}{dn} = u_x x' + u_y y' = \frac{(u_x u_{xy} - u_y u_{xx})q}{u_{xx}u_{yy} - u_{xy}^2},$$

上式与 $u_{xx} - (u_x/u_y)u_{xy}$同号。当且仅当 y 为正常品时后者为负数。

（吴有昌译）

原载于 M. Balch, D. Mcfadden and S. Wu eds., Essays in Equilibrium Behaviour Under Uncertehty, p. 243－258。

三　道德风险理论与不可观测行为

第一部分*

致谢

本篇论文的某些方法与结论的早期形式，曾经在牛津、伦敦经济学院、剑桥、爱丁堡和沃里克的讨论会上提出过。我要感谢在这些讨论会上我所受到的众多评论。我还要对国家科学基金会所提供的资助致以衷心的谢意。

1. 道德风险情形

投保人以及介入状态依存合同中的其他人的不可观测行为，对经济学家来讲，是一个有趣而又重要的论题，这一评价来自于阿罗[2]和鲍利(*Pauly*)[9]。但是，这两位经济学家既没有指出怎样正式地建立这些情形的模型，也没有提出任何有价值的命题。他们一致认为，如果合同的条款是以可观测行为的形式表述的，那么充分利用合同的投保人将会降低经济效率。鲍利采纳了一个令人吃惊的观点，认为，这种“理性的经济行为”在道德上并非是背信弃义的；阿罗则比较理智地强调了这种行为的不可取之处。然而，他们俩都错了：有大量的案例表明，自利的不可观测行为并没有导致显著的效率损失。这将在下面的第3节中予以阐述。

我所知道的第一个道德风险的正式模型是泽克豪森(*Zeck-*

---

* 作者只完成了本文第一部分的写作，且参考文献尚缺。——译者

hauser)[18]所提出的，他讨论了一种保单的选择，按这种保单，个人选择切合自己的医疗支出，保险赔付额与医疗支出成比例。模型的解是运用一阶条件计算出来的。斯宾塞(*Spence*)和泽克豪森[13]将这样的问题置于不确定情形下的行为背景之中，这种行为要受到人们慎重选择的状态依存合同的约束。他们的论文大体上是分类性的，并只是就一般(非线性)情形导出了一阶条件。这些条件没有被严格地证明，而且无论如何也是不完整的。在莫里斯[5]中，正是运用了这种模型讨论了税收与家庭规模的关系：在那篇文章中，得到了一些最优状态依存"合同"(在这种情况下，就是税收体制)的定性结果。论证还是基于一阶条件；并且，从能够完全决定最优解的意义来说，该文运用了一套完整的一阶条件。这些文章中没有一篇试图对一阶条件加以严格的证明。

在斯宾塞—泽克豪森的形式化表述中，我们已经清楚，最早就保险中的道德风险问题所考虑的情况，实际上是非常普遍的，只要行为不可观测，而其结果却可以观测，这种情况就会产生。同样的问题出现于分成租佃的分析(张五常[4]和斯蒂格里兹(*Stiglitz*)[16])，资本市场、信贷、借贷的充分分析，代理理论(罗斯 *Ross*)[10]、[11])；以及激励体制和支付结构的理论(斯蒂格里兹[1]和莫里斯[8])之中。因此，在对不确定性下合乎要求的一般均衡理论作出形式化表述中，这一问题已成为了一块严重的绊脚石(伦德纳(*Radner*)[12])。

在我们将要研究的模型中，人们行动的结果是不确定的，尽管这个结果是可观测的，但其行动本身却是不可观测的。人们能够签订的是以结果形式表述的合同。这些合同可能是两个行为人之间的合同，但最令人感兴趣的则是涉及众多行为人的多边合同。这种多边合同通常是以保险形式出现的，即私人保险或公营保险。一个主要问题在于最优保险方案的甄别，这个最优是与人们既不

作出有关不可观测行为的保证，又不从道德上的考虑来支配自己的行为这一假设相关的。（因此，如约翰·弗来明（*John Flemming*）所指出的那样，自利的不可观测行为所带来的问题被称之为"道德风险"，令人感到莫名其妙。）估计从道德行为中，即个人按照社会利益而不是私人利益来选择不可观察行动，所获取的社会收益，也是一个有趣的问题。

本文的若干主要结论在过去，特别是在莫里斯[7]中已经被概略地叙述过。那篇文章的论证仅仅是启发式的；没有讨论结论具有多大的一般性这一问题；而且，结论和方法的显著性与有效性也只是稍作提及。在本节中，我们多次提到证实从启发式论证中所得到的一阶条件这一问题。结果表明，这是一个既不简单又非次要的问题。在[7]和更早的文章中所用到的一阶条件，在某些情况下可能使我们找不到最优解，而且，这些情况并不仅仅是（像拉格朗日乘数法或库恩—塔克条件不适用的那些情况一样）的例外情况。我们所指出的困难与其它最大化问题中所发生的困难大不相同，而且似乎更难以对付。所有这些将在本文第4节予以说明。

本文致力于以非常一般的形式，对不可观测行为进行严格分析。尽管如此，人们也不应发现它的技术性很强：数学证明虽然有时过于冗长，但却绝不是很难，而且它仍是与直觉本质相接近的。基本模型在第2节中予以系统表述。接下来，我们要考虑两种主要情形，即效用无界的情形与效用有界的情形。关于第一种情形的定理在第3节中得到证明：这可能是本篇论文中最为惊人的结论。效用有界情形下解的计算问题在第5节中进行讨论，并附以例子，第6节将详细分析一个有趣的特例。第7节和第8节把分析扩展到必须考虑个人之间差异的情形中去。第8节考察了某些更为深入的扩展工作，包括更加复杂的福利函数。第9节简略地提出了模型的若干含义与应用。

2. 具有等价信息的同质行为人

尽管如上节所强调的那样，现实中存在很多种情况，其中行为往往因报酬不确定而受到影响，但是在分析抽象问题的时候，在头脑中选取一种特殊的情况，仍然是富于启发的。由于道德风险最初是在保险情况下被予以考察的，因此，让我们集中讨论在一项易受意外事故所招致的风险损失的活动中，个人采取纵容态度时的情形。我们要问，什么样的保险安排对于一大批具有独立意外事故预期的个人而言是最优的。在我们所考虑的第一个模型中，这些个人的偏好和机遇是完全相同的，他们能够准确地估计事件发生的概率，并作出选择来最大化期望效用；因而，寻求使期望效用最大化的保险安排并不是不合理的。这样的一种安排将被称为是最优的。

对于一个代表性的个人，我们要用到下述符号：

x = 净赔付额，最好被视作考虑了保险费和赔付之后的收入

y = 意外事故所招致的损失

z = 防范措施，即为减少意外损失所作出的努力

w = 自然状态，我们将之标准化为[0,1]区间上的均匀分布。

x, y, z 是某一时期结束后的总额，这一时期必须是参预这一活动的整段时期。在本阶段，我们不考虑防范措施随时间的改变而改变的情形，也不把重点放在损失和赔付的时间顺序上面。

个人希望最大化

$$Eu(x, y, z) = \int_0^1 u(x, y, z) dw \quad (1)$$

约束条件由

$$x = a(y) \quad (2)$$

描述的保险安排，和由

$$y=b(z,w) \tag{3}$$

描述的损失可能性给出，其中 x, y, z 为非负数，用斯宾塞和泽克豪森的术语来讲，z 以及函数 a 是在 w 已知前所加以选择的。

u 是(x, y, z)的二次连续可微的严格凹函数，它是 x 的增函数，y 的减函数 (4)

b 是 z 的二次连续可微减函数 (5)

a 可以是任何一个从非负实线到其自身的可积函数 (6)

赔付安排的选择要受到可行性的约束，可行性由

$$Ex \leqslant g(Ey) \tag{7}$$

来表示。在没有补贴的互助保险计划情形中，$g \equiv 0$。我们假设 g 是一个减函数。(7)作出了大数假设，即，尽管存在着不确定性，但是对于个人而言，全部收入与全部损失就是期望收入与损失(的倍数)。我们将在下面探讨这一假设的重要性。

用正式术语来说，该问题是选择函数 a，(如果可能的话)最大化 Eu，这要满足两个条件的约束，也就是

$$\underset{z}{\max}\ Eu(a(y), y, z)=\int_0^1 u(a(b(z,w)), b(z,w), z)dw \tag{8}$$

和 z 值的可行性约束(7)。这是一个形如

$$\underset{a}{\text{Max}}\{\underset{z}{\text{Max}}U(a, z):(a, z)\epsilon S, z\max U\} \tag{9}$$

的双重最大化问题，这里的 S 是可行集。我们再来看下面这个问题

$$\underset{a}{\text{Max}}\{\underset{z}{\text{Max}}[U(a, z):(a, z)\epsilon S]\} \tag{10}$$

尽管(9)和(10)的极大值都能达到的话，(9)的极大值不会大于(10)的极大值，但是在一般意义上讲，(9)与(10)也是不同的，对此，我们应予以认真注意。这里的要点在于，当 $\bar{a}, \bar{z}$ 在 S 上使 U

最大化时，如果 z 是无约束的，那么没有理由认为 z 应该最大化 $U(a, z)$。图 1 中给出了例证。在此图中，a 和 z 被取作标量（或许是赔付方程中的一个参数）。

第二个问题(10)描述了当个人行为可以独立于 a 的选择而被确定的情况下，如何选择保险安排这个问题。举例来说，行为独立于 a 的原因可能在于可以信赖，或者无代价地保证实施保险各方就保险方案所达成的事前协定。而保险方案是关于他们所应采取的防范措施的。按照定义，道德风险问题就是这样一个问题，其中我们必须假设代理人是在 a 被选择之后才选择适合自己的 z 的。尽管如此，比较一下问题(9)的结果和问题(10)的结果仍是十分有趣的，问题(9)是以独立的个人行动为基础的，而在问题(10)中，行为必须是由“中央”所决定的。如果(9)有解，这个解将被称为最优解，而(10)的解将被称为完全控制最优解。

言归正传，我们注意到问题的另外一种系统表述法是更为有效的。我们想考察以 z 为条件的 y 的分布，来消去 w。给定 z，y 的分布函数定义为 $F(y, z)$，我们有 $w = F(y, z)$，因此 F 可由(3)给出：

$$y = b(z, F(y, z)). \tag{11}$$

从(11)可以导出密度函数 $f(y, z) = F_y$

$$f(y, z) = 1/b_w(z, F(y, z)). \tag{12}$$

从这一观点出发，问题就变为

$$\left.\begin{aligned} &\max_a \int u(a(y), y, z) f(y, z)\, dy \\ &\quad \text{s.t. } z \max \int u(a(y), y, z) f(y, z)\, dy \\ &\quad \text{和} \int a(y) f(y, z)\, dy \leqslant g\left(\int y f(y, z)\, dy\right). \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

应该指出，我们关于 b 是 z 的减函数的假设意味着

$$F_z > 0. \tag{14}$$

为证明这一点，对(11)求 y 和 z 的微分得：

$$1 = b_w F_y = b_w f,\ 0 = b_z + b_w \cdot F_z.$$

因此

$$F_z = -b_z f,$$

由(5)知 F_z 是正的，这与上面所讲的一致。而且由于对于所有正的 z，有

$$F(0, z) = 0 \quad 和 \ \mathrm{Lim}_{y \to \infty} F(y, z) = 1,$$

$$所以当\ y = 0\ 和\ y \to \infty 时，\ F_z = 0, \tag{15}$$

这种形式化在数学上多少有些简化，我们将在下面两节中运用它来发展出道德风险问题的理论。但它也许不适合用以讨论可得信息的增加如何影响结果这一问题。在第 6 节中，当我们考察这一问题时，我们会发现，问题的原始表述更为适用。

3. 一个令人不快的定理

关于 u 和 f 的许多不同假设都值得我们予以注意。在本节中，我们假定，可以修改并执行那些在某些自然状态下，给个人带来任意不好后果的合同。我们还假定，尽管任意损失程度都可能发生，并显著地受到防范措施的影响，但当损失程度较大时，损失的概率却迅速下降。为了更加准确，我们作出以下假设：

对所有 $y>0$ 和 $z>0$，我们有

$$u(x, y, z) \to -\infty \quad (x \to 0) \tag{16}$$

对所有的 $z>0$，我们有

$$f_z(y, z)/f(y, z) \to -\infty \quad (y \to \infty) \tag{17}$$

目前，对第一个假设无须作进一步探讨：与第二个假设不一样，它常常是不适用的。也许它从来就不是严格适用的，但它却可以使我们把一个要点明确地表达出来。第二个假设常常是适用

的，原因在于它可由下述特殊情形来满足，这些情形包括指数分布和对数正态分布：

$$f=ze^{-zy};\ f=(2\pi)^{-\frac{1}{2}}\frac{z}{y}exp\left[-\frac{1}{2}(\log\ y+\log\ z)^2\right].$$

更为一般地讲，我们拥有下面的标准，它证实了最初我们所给出的语言描述：

引理 假定

(i) 对所有的 $z>0$

$$\underset{y}{Inf}\ \frac{z}{y}\left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_w>0 \tag{18}$$

(ii) 对所有的 $z>0$

$$\frac{1-F}{yf}=\frac{1}{yf(y,z)}\int_y^{\infty}f(y',z)dy'\to 0\ (y\to\infty) \tag{19}$$

(iii) $\underset{y\to\infty}{\text{Lim}}(f_z/f)$ 存在

那么

$$fz/f\to-\infty\quad(y\to\infty).$$

证明 由于 $w=F(y,z)$，因此$\frac{\partial y}{\partial z_w}=-\frac{F_z}{F_y}$ 于是，由(18)和(19)可知

$$\frac{z}{y}\frac{F_z}{F_y}\frac{yf}{1-F}\to-\infty\quad(y\to\infty).$$

因为 $Fy=f$，这可以写成

$$z\int_y^{\infty}f_z(y',z)dy'\int_y^{\infty}f(y',z)dy'\to-\infty$$

可见，由于 f_z/f 趋于一个极限，这样，该极限即是 $-\infty$，而这正是我们所要证明的。证毕。

举例来说，如果生产函数为 $y=b(z,w)=b_1(z)b_2(w)$，也就是，如果防范措施与损失成比例，那么，弹性条件(18)便可得以满足。如果对于所有的 y，有 $f>0$，并且 f 至少以指数速度递减，那么条件(19)便得以满足。

这些假设所具有的特殊意义来自于下述结论：

定理 1　如果

(i)　对于所有的 $y>0$ 和 $z>0$

$$\lim_{x\to 0} u(x,y,z) = -\infty \tag{16}$$

(ii)　对于所有的 $z>0$

$$\lim_{y\to\infty} f_z/f = -\infty \tag{17}$$

(iii)　对于所有的 x, y, z，存在某数 Q，使得

$$u_{xz} \leqslant QU_x \tag{20}$$

(iv)　$u_{xy} \geqslant 0$ (21)

那么

$$\sup_{a} \left\{ \int_0^\infty u(a(y), y, z) f(y, z) dy:\ z \max \int_0^\infty ufdy,\ \int_0^\infty afdy \leqslant g\left(\int_0^\infty yfdy\right) \right\}$$

$$= \operatorname*{Max}_{a,z} \left\{ \int_0^\infty u(a(y), y, z) f(y, z) dy:\ \int_0^\infty afdy \leqslant g\left(\int_0^\infty yfdy\right) \right\} \tag{22}$$

条件是当 a 为正时，后者达到极大值。任给正函数 a，上确界都不可达到。

用语言来说，完全控制最优可以任意近似逼近，但却不可能达到。

评论　在证明的过程中，我们会看到，只有在一种非常特殊的情况下，完全控制最优才能真正达到。在证明之后，我们将讨论定理所介绍的近似最优保单的本质。

假设(20)是相当弱的，但仍比实际要求的要强：它的优点是其简单性。对于保险情形来讲，假设(21)是很有道理的：举例来说，如果 u 采取 $u(x-y,z)$ 的形式，从而允许完全赔付，那么假设(21)就会被满足。当(21)不成立时，我们将会看到，一个与上述定

理同类的定理会得到证明。还应当再次申明的是，u 是凹函数，$u_x>0$ 并且 $F_z>0$。

证明 由于在收入为正的条件下，完全控制最优是存在的，我们把它记为 a_0, z_0，因此，对某一常数 λ，它满足，

$$u_a(a_0(y), y, z_0)=\lambda \tag{23}$$

及

$$\frac{\partial}{\partial z}\left[\int_0^\infty u(a_0(y), y, z)f(y, z)dy-\lambda\int_0^\infty a_0(y)f(y, z)dy\right.$$
$$\left.+\lambda g\left(\int_0^\infty yfdy\right)\right]=0, \qquad z=z_0. \tag{24}$$

在不影响可行性约束的情况下，把收入从一种自然状态（产量水平）转换到另一种状态中去是可能的，(23)就是由这种可能性得出的；在收入变化足以保持可行性约束的同时，考察 z 的变分，我们便可得到(24)。

定义 $U_0(z)=\int_0^\infty u(a_0(y), y, z)f(y, z)dy.$

(24)意味着

$$U_0^1(z_0)=\lambda\int_0^\infty\{a_0(y)-g'(\int yfdy)y\}f_z(y, z_0)dy$$
$$=-\lambda\int_0^\infty\{a'_0(y)-g'\}F_z(y, z_0)dy, \tag{25}$$

上式由分部积分而得。由(14)得 $Fz>0$；由假设知 $g'<0$；并且由(23)，有 $\lambda>0$。因此，如果 $a'_0(y)\geqslant0$，则 $U_0^1(z_0)<0$。对(23)求微分，我们由假设(iv)和凹性可知

$$a'_0(y)=-u_{xy}/u_{xx}\geqslant0$$

因此，(25)确实意味着

$$U'_0(z_0)<0. \tag{26}$$

就是说，z_0 并没有使 U_0 最大化。所以不存在共同可行的收入函数和防范措施水平，使得 z 在只受到可行性约束的条件下能够使 U 最大化：完全控制最优是不能达到的。

为证明这一定理，我们构造收入函数 a_M，它具有如下性质

$$\int_0^\infty a_M(y)f(y,z_M)dy \leqslant g(\int_0^\infty yf(y,z_M)dy), \quad (27)$$

这里

$$z_M \max U_M(z) = \int_0^\infty u(a_M(y),y,z)f(y,z)dy; \quad (28)$$

而且还有

当 $M \to \infty$ 时

$$\int_0^\infty u(a_M(y),y,z_M)f(y,z_M)dy \to$$

$$\int_0^\infty u(a_0(y),y,z_0)f(y,z_0)dy. \quad (29)$$

运用(28)的一阶条件，我们很想选择 a_M，使得 $z_M = z_0$(就像[2]中给出的启发式论证所作的那样)；但是这样会使得证明期望效用的全局最大化变得困难。这里，我们让 $z_M \geqslant z_0$，这对我们的目的而言就足够了。

定义

$$\left.\begin{aligned} a_M(y) &= a_0(y) \qquad (y \leqslant M) \\ \delta &= a_0(y) \qquad (y > M) \end{aligned}\right\} \quad (30)$$

这里 δ 是介于 0 和 1 之间的一个有待选择的数，但它无论如何都是独立于 y 的。由于 u 是 x 的增函数，因此，对于所有的 z 都有

$$\int_0^\infty u(a_M(y),y,z)fdy < \int_0^\infty u(a_0(y),y,z)fdy, \quad (31)$$

或者更简洁地说就是，

$$U_m(z) < U_0(z).$$

通过直接计算，由(20)和(30)我们有

$$\frac{d}{dz}\{U_0(z)-U_M(z)\} = \int_0^\infty \int_{a_M}^{a_0} U_{xz}(x,y,z)dxfdy$$

$$\int_0^\infty \{u(a_0,y,z)-u(a_M,y,z)\}fzdy$$

$$\leqslant Q\int_0^\infty \{u(a_0,y,z)-u(a_M,y,z)\}fdy + \int_M^\infty \{u(a_0,y,z)$$

$$-u(a_M,y,z)\}f_z dy. \quad (32)$$

由假设(ii)，给定任意数 K，存在 M 使得

$$f_z < -(K+Q)f \quad (y \geqslant M). \quad (33)$$

由(32)可知，对这个 M 值，我们有

$$\frac{d}{dz}\{U_0(z)-U_M(z)\}<-\int_M^\infty\{u(a_0,y,z)-u(a_M,y,z)\}fdy$$
$$=-K\{U_0(z)-U_m(z)\}. \qquad (34)$$

特别地，U_0-U_M 是 z 的(正的)递减函数。(如果可能的话)现在让我们选择 δ，使得

$$K\{U_0(z_0)-U_M(z_0)\}=-\operatorname*{Inf}_{z\leqslant z_0}U'(z)=A. \qquad (35)$$

由于 U'_0 是连续的，由(26)可知，(35)右面的常数 A 是有限的，且大于 0。$U_0(z_0)-U_m(z_0)=\int_M^\infty\{u(a_0,y,z_0)-u(\delta a_0,y,z_0)\}fdy,z_0)dy$ 是 δ 的连续函数，当 $\delta=1$ 时，它等于 0，并且由假设(i)可知，当 $\delta\to0$ 时，它趋向无穷。因此，确实存在(唯一的)δ 值满足(35)。

这样，由于 U_0-U_M 是正的减函数，(34)
便意味着，

$$U'_M(z)>U'_0(z)-\operatorname*{Inf}_{z\leqslant z_0}U'_0(z) \quad (z\leqslant z_0)$$

因此，z_M 便可由(28)来确定，

$$z_M>z_0. \qquad (36)$$

(运用上面已用于另外一个目的的论证)现在有，

$$\frac{\partial}{\partial z}\left[\int_0^\infty a_0(y)f(y,z)dy-g\left(\int_0^\infty yf(y,z)dy\right)\right]$$
$$=-\int_0^\infty\{a'_0(y)-g'\}F_z dy<0. \qquad (37)$$

从(37)和 a_M 的定义可知

$$\int_0^\infty a_M(y,z_M)dy-g\left(\int_0^\infty yf(y,z_M)dy\right)$$
$$\leqslant\int_0^\infty a_0(y)f(y,z_M)dy-g\left(\int_0^\infty yf(y,z_M)dy\right.$$
$$<\int_0^\infty a_0(y)f(y,z_0)dy-g\left(\int_0^\infty yf(y,z_0)dy\right)$$
$$\leqslant 0,$$

这是由于完全控制最优是可行的。因而(27)得以满足。

最后，我们还必须证明，当 $M\to\infty$ 时，$U_M(z_M)\to U_0(z_0)$。运用(35)，我们有

$$U_M(z_M)>U_M(z_0)=U_0(z_0)-\frac{A}{K}. \tag{38}$$

同样，由于收入函数是 a_0 时，z_M 是可行的防范措施水平(就像我们刚刚看到的那样)，因此，

$$U_M(z_M)<U_0(z_M)\leqslant U_0(z_0). \tag{39}$$

把(38)和(39)结合起来，并令 $K\to\infty$，我们便能得到我们所希望得到的结论

$$U_M(z_M)\to U_0(z_0). \tag{40}$$

这样我们就证明了(22)。由于前面我们证实了完全控制最优不能达到的结论，现在我们便得到了上确界不可达到的结论；证毕。

由于我们采取了稍显笨拙的证明形式，以保证 z_M 确实使期望效用最大化，这样证明的关键步骤就可能被掩盖了。实际上，假设(i)和(ii)使得引入强边际工作激励成为可能，这个激励之于总效用的影响任意小。引出(34)的假设(ii)意味着，高损失带来的边际惩罚效应远大于其之于期望效用的效应。这样，假设(i)(它使(35)可解)便保证了边际效应会像我们所希望的那样大。假设(iv)只是判别出了惩罚所适用的损失水平的端点。如果相反的假设 $U_{xy}\leqslant 0$ 成立，那么，不可控制的个人所采取的防范措施就不是过少，而是过多了。如果 $\lim\limits_{y\to 0}(fz/f)=\infty$，那么，就像证明中所显示的那样，对于小损失所处以的严厉惩罚便可以取代对于大损失的严厉惩罚。假设(iii)是技术性的；但是，完全违背这一假设可能会推翻我们的结论。

虽然这个定理本身可能有些不可思议，但它却并不像人们所说的那样令人困惑。使我们感到困惑的是导出这一定理的那些论

证;即,实际上,通过对高损失者加大处罚(从而相应地提高了临界损失水平,超过这一水平,便要受到惩罚),使得保险安排得到进一步的改善总是可能的。由于 K 和 M 可以无限增加,(35)式隐含的 δ 值趋于 0。从定理的证明来看,这一点并不明显。但是,如果让我们重新推导一下(35),我们就会看到,δ 的选择要满足

$$\lim_{M\to\infty}\int_{M}^{\infty}\{u(a_0,y,z_0)-(\delta a_0,y,z_0)\}f_z(y,z_0)dy\leqslant A. \qquad (41)$$

只有当 $\delta\to 0$ 时,(41)式才可能成立。实际上,就像定理所表述的那样,任何一个对所有 y 而言都为正的可行收入函数所提供的期望效用,都严格小于完全控制最优下的期望效用。换言之,无限严厉惩罚在本质上是最优的。应该强调的是,只是在一定的假设条件下,这才是正确的,而在其它的假设下它就将是错误的。特别是,无界效用的假设很重要。当然,你可以说,定理 1 是圣·彼得堡悖论的一种形式,众所周知,这个悖论只有在效用无界的条件下才会发生。(由于这个原因,阿罗已经指出效用必须是有界的;这似乎是一条排除困难的捷径;但是对于解释圣·彼得堡合同为何不存在的原因而言,这一途径又是毫无必要的。)定理成立的那些情形并不是内在不合理的。相反,对于很多现实情况而言,它们似乎是非常适用的。在本文的后几节中,我们将讨论,对于模型的某些重要扩展来说,这一结论有多大的说服力,以及我们应当如何认真地对待它。

在第 5 节中,我们要讨论最优解存在,并且不可观测行为隐含有限损失的一类情形。我们要得出一阶条件,证实其有效性,并解释其含义。我们还要说明,这两种情形是如何相互转化的,以及第一种情形的显著特点,这种情形也许可以称作惩罚情形,是如何部分地表现在第二种情形中的。但在讨论这些之前,我们必须面对一个新的难题。

4. 最优解的必要条件

求解约束最大化问题的主要方法是拉格朗日待定乘数法，库恩和塔克将它拓展到求解不等式约束的问题中去，它还可用于变分法中的泛函问题，以及有限维空间中的问题。我们的问题像(13)中所表述的那样，是从未被探讨过的一种问题。本节的目的在于提纲挈领地给出对这一问题的论述，并侧重于阐述它所独具的困难之处。

问题(13)是下述一般情况的一个特例：

$$\left.\begin{array}{l} a \max U(a, z),\ \text{s.t.} \\ z \max V(a, z) \text{和} H(a, z)=0. \end{array}\right\} \tag{42}$$

在本文中，我们对 a 是一个函数时的情形特别感兴趣；但我们首先要考虑(42)中 a 和 z 是有限维向量，而 U、V 和 H 是至少二次连续可微函数时的情况。最大化赖以发生的集合可能具有相当棘手的形状。这可以由下面的例子加以说明。

例 1 a 和 z 是标量。

找到 a，使之最大化 $-(a-2)-(z-1)^2$

满足约束条件：z 最大化

$$V(a, z)=ae^{-(z+1)^2}+e^{-(z-1)^2}$$

我们从找出约束集开始我们的讨论。对 z 求最大化所得的一阶条件是

$$a(z+1)e^{-(z+1)^2}+(z-1)e^{-(z-1)^2}=0$$

即

$$a=\frac{1-z}{1+z}e^{4z}. \tag{43}$$

图 2 给出了这条曲线：若 a 处于 0.344 和 2.903 之间，则存在

三个满足(43)的 z 值，我们还要决定究竟是哪一个 z 值使目标函数真正达到最大化。

为解决这个问题，我们注意到

$$V(a,z)-V(a,-z)=(a-1)(e^{-(z+1)^2}-e^{-(z-1)^2}$$
$$=-(a-1)(e^{4z}-1)e^{-(z+1)^2},$$

因此，如果我们固定 $a>1$ 那么，z 为正时的 V 值要小于 z 为负时的 V 值；而如果 $a<1$，则 z 为正时的 V 值要大于 z 为负时的 V 值。所以，如果 $a<1$，则 z 取正值时 V 达到极大值，如果 $a>1$，则 z 取负值时 V 达到极大值。在任何一种情况下(这可以很容易地得到证明)，这都可以识别出我们想要的(43)式的唯一解。(43)式轨迹上使 V 达到最大化的 z 点在图中用粗线描出；其余的点用细线表示。当 $a=1$ 时，V 在 $z=\pm.957$ 处达到极大值。

通过在图中画出等值线 $(a-2)^2+(z-1)^2=$ 某常数，我们可以清楚地看到，最大化问题的解为

$$a=1,\quad z=.957.$$

如果把这个问题当作以一阶条件(43)为约束的传统约束最大化问题来对待的话，我们就得不到这个解。拉格朗日函数为

$$-(a-2)^2-(z-1)^2+\lambda\left(a-\frac{1-z}{1+z}e^{4z}\right),$$

当

$$2(a-2)=\lambda,\ 2(z-1)=\frac{4z^2-2}{(1+z)^2}e^{4z}\lambda,\ a=\frac{1-z}{1+z}e^{4z}$$

也即，当

$$a=\frac{1-z}{1+z}e^{4z},\ 2a(2-a)=\frac{(1-z^2)^2}{(1+z)(2z^2-1)}\text{时},$$

其导数为 0.

这里有三个解：

(Ⅰ) $a=1.99,\ z=.895$

(Ⅱ) $a=2.19$, $z=.420$

(Ⅲ) $a=1.98$, $z=-.980$

很明显,第一个解给出了目标函数 $-(a-2)^2-(z-1)^2$ 在这三者中的最大值,但是我们前面的分析已经证明,对于这个 a 值而言,z 并没有使 $V(a,z)$ 达到最大化。实际上,z 是一个局部极大值点,而非一个全局极大值点。第二个解无论如何都是不可取的:z 是 $V(a,z)$ 的一个局部极小值点。另一方面,第三个解具有 z 是 $V(a,z)$ 的全局极大值点这样一个性质,因此,它确实满足原问题的约束条件。但它不是这一问题的解,而且,实际上,它所给出的目标函数值要远远低于目标函数实际可能达到的值。

上述例子表明,试图用一阶条件代替最大化约束来求解问题,是不合理的。并且,值得强调的是,上面的这个例子虽然复杂,但它决不是个特例。对其中所涉及的函数进行任何适当的变动所给出的问题,都具有与上例相同的性质。

之所以产生这种不易处理的事态,原因在于集合 (a,z) 通常不是一个开平滑流形,这里集合 (a,z) 中的 z 最大化一个可微(甚至是解析)函数 $(V,.)$(一般而言,$V_z=0$ 也不是开平滑流形)。这个集合,我们称之为 V－最大化集,可能是由许多不相交的闭子集组成的;并且在这种情况下,问题(42)的解很可能位于其中一个闭子集的边界之上。这就是例 1 中所发生的情况。其实,只要 V－最大化集是由 $V_z=0$ 所定义流形的一个真子集,困难便会产生。

为了更准确一些,依照定义,我们说,如果

$$\left.\begin{array}{l} z_0\text{最大化 } V(a_0,z)\text{,但不存在}(a_0,z_0)\text{的邻域} \\ N\text{,使得}(a',z')\in N\text{,则 } V_z(a',z')=0\text{ 就意味着} \\ \text{该 } z'\text{最大化 } V(a',z)\text{。} \end{array}\right\} \quad (44)$$

那么 (a_0,z_0) 就是 V－临界点。如果 z_0 是个孤立点,但它却不是

$V(a_0, z)$的唯一极大值点，那么(a_0, z_0)肯定是 V－临界点。像在例 1 中那样，虽然存在其它可能，但这仍是普遍情况。在所产生的大多数问题中，我们可以通过寻找极大值并不唯一的 a 值，来发现 V－临界点。我怀疑，所有 V－临界点都是点(a, z)的极限，它的 z 最大化点不唯一。

上述思考使我们能够对现在所研究的问题作出一个类似拉格朗日乘数法的系统表述：

定理 2 令 U、V 和 H 是二次连续可微函数。

如果 a^*, z^* 在 z^* 最大化 V 和 $H = 0$ 以及矩阵 $\begin{bmatrix} V_{zz}, & V_{za} \\ H_z, & H_a \end{bmatrix}$满秩的约束条件下，使 U 最大化，则或者(a^*, z^*)是 V－临界点，或者存在向量 λ 和标量 μ，使得

$$L = U + V_z \cdot \lambda + \mu H,$$

对 a 和 z 的导数在(a^*, z^*)处等于 0.

证明 此论证只是程序问题。

令 da, dz 是在(a^*, z^*)处，使得

$$\begin{aligned} V_{zz} \cdot dz + V_{za} \cdot da &= 0 \\ H_z \cdot dz + H_a \cdot da &= 0 \end{aligned} \tag{45}$$

的向量。由满秩条件和隐函数定理可知，(45)意味着存在 －1 和 1 之间变动的标量 s 的连续可微函数 $z(s)$和 $a(s)$，使得

$$\left.\begin{aligned} & V_z(a(s), z(s)) = 0,\ H(a(s), z(s)) = 0 (|s| \leqslant 1) \\ & a'(0) = da,\ z'(0) = dz \\ & a(0) = a^*,\ z(0) = z^* \end{aligned}\right\} \tag{46}$$

如果(a^*, z^*)不是 V－临界点，那么 $V_z(a(s), z(s)) = 0$ 意味着对于所有充分小的 s, $z(s)$最大化 $V(a(s), z)$。因此，当 s 足够小时，$a(s)$和 $z(s)$满足最大化问题的约束条件，并且必然有

$$U(a(s), z(s)) \leqslant U(a^*, z^*) = U(a(0), z(0).$$

所以，当 $s=0$ 时，$U(a(s), z(s))$对 s 的导数为 0：

$$0 = U_a a'(0) + U_z z'(0) = U_a da + U_z dz \qquad (47)$$

由于一旦(da, dz)满足(45)就隐含有(47)，因此存在向量 λ 和标量 μ，使得

$$\left.\begin{aligned} U_a &= -\lambda V_{za} - \mu H_a \\ U_z &= -\lambda V_{zz} - \mu H_z \end{aligned}\right\} \qquad (48)$$

这就是我们所要证明的结论。证毕。

当然，满秩条件是一个一般条件，只有在例外情形下，它才不会得到满足。但就像我们在例 1 中所看到的那样，V－临界性并非是个例外。因而我们必须对 V－临界最优所满足的条件加以注意。为避免冗长的细节，这个讨论多少是启发式的。

正常情况下，一个 V－临界点(a', z')会使 $V(a, .)$有两个不同的极大值点 z'和 z''，除此之外不再有其它的极大值点。并且，a 通常属于a－空间中的临界边界，这一边界是由临界 a 值组成的(临界 a 值是指边界两边的点，与之相应，只存在唯一一个使 V 函数最大化的 z 值)。当 a 是 m 维，并可用一个与边界正交的单方向向量加以局部描述时，这一边界(一般说来)就是$(m-1)$维的。由于沿着这一边界，

$$V(a', z') = V(a', z''),$$

并且

$$V_z(a', z') = V_z(a', z'') = 0,$$

因此，对于边界中任意方向的 da，我们就有

$$|V_a(a', z') - V_a(a', z'')| \cdot da$$

因此，边界的正交向量 p 可以被看作

$$p = V_a(a', z') - V_a(a', z'')$$

当 $p \cdot da > 0$ 时，V 在 $V_z = 0$ 中(a', z')附近部分增加的幅度要比

在(a', z'')附近增加的幅度大。因此，当 a 趋近于 a' 且 $p\cdot a > p\cdot a'$时，使 V 最大化的 z 值与 a' 相接近。

这样我们便可以修改证明定理 2 时所用的论证，并断言，如果(a^*, z^*)是 V－临界点，而 p 又被定义为

$$p = V_a(a^*, z^*) - V_a(a^*, z'') \tag{49}$$

(这里 z''是对于a^*而言的另一个使 V 最大化的 z 值)，
那么，

$$V_{zz}dz + V_{za}\cdot da = 0,\ H_z dz + H_a da = 0,\ p\cdot da \geqslant 0 \tag{50}$$

合在一起意味着

$$U_z dz + U_a\cdot da \leqslant 0 \tag{51}$$

这是由于(50)意味着存在满足约束的路径。这样，由 *Minkowski－Farkas* 引理可知，存在向量 λ，标量 μ，与非负标量 v，使得

$$\left.\begin{aligned} U_z &= -\lambda V_{zz} - \mu H_z \\ U_a &= -\lambda V_{za} - \mu H_a - vp \end{aligned}\right\} \tag{52}$$

通过判断

$$L = U + V_z\cdot\lambda + H\mu + \{V(a, z) - V(a, z'')\}v \tag{53}$$

对 a 和 z 的导数在(a^*, z^*)处为 0(z''是$V(a^*, .)$的另一极大值点)，(52)便可用拉格朗日形式表出。而且当(a^*, z^*)非临界时，$v = 0$。因此结果表明，如果我们把问题置换为

$$\left.\begin{aligned} &\max_{a^*, z^*}\quad U(a, z) \\ &\text{s.t.}\qquad V_z(a, z) = 0 \\ &\text{对于所有使得 } V_z(a, z'') = 0 \text{ 的 } z''\text{，有 } V(a, z) \geqslant V(a, z'') \\ &H(a, z) = 0 \end{aligned}\right\} \tag{54}$$

那么，我们的问题便可用库恩—塔克方法求解。从这样的观点出发，条件(52)(与(50)相联系)看上去便是十分直观的。

这些条件对于我们求解例 1 几乎没有什么太大的帮助；这是

由于 z 和 a 都是一维的，因而 V－临界集包含的只是孤立点。这一经发现，我们便没有什么可做的了。在其它高维问题中，我们不得不求助于条件(52)来得到问题的解。然而，我们必须强调的是，对 V－临界集的识别是一项必要的准备工作；通常来讲，这绝不是一件容易的事情。在我们的下一个例子中，为方便起见，我们再次运用一种技巧，将问题减化为二维问题。

由于本节的工作是用非常一般的术语来表述的，因此，到目前为止我们还不清楚，它与道德风险问题有多大关系。遗憾的是，我们的讨论与道德风险问题密切相关：构造其解为临界点的道德风险问题，并不存在太大的困难，因此简单的拉格朗日方法便失效了。

例 2　假定，只可能有两个产量水平，称为 1 和 0，并且，在这两种情形下收入和努力工作的效用分别是

$$u_1(a,z)=3(1-e^{-4a})-z+\frac{1}{10}arc\ tan(10z)$$

$$u_0(a,z)=5a^{1/5}-z+\frac{1}{10}arc\ tan(10z)$$

产出为 1 和 0 的概率为

$$p(z)=(1+z)e^{-z}$$

和

$$1-p(z)$$

如果可能，我们希望选择 x_1和 x_2来最大化

$$U=pu_1+(1-p)u_0$$

满足约束条件：　z 最大化 $pu_1+(1-p)u_2$

$$px_1+(1-p)x_2=1$$

解释　p 是被卷入到一件意外事件中去的概率，它按所采取的防范措施水平在 0 和 1 之间变动。卷入一场意外事件的效应是使效用降低。恰巧，收入的边际效用在 $a=.06$ 和 $a=.47$ 之间是

递增的，但本例这一特别(虽然并非不合理)之处在下面的讨论中是毫无作用的。防范措施所带来的负效用不受意外事件的影响：这代表了在意外事件发生之前就采取了防范措施的情形。这样，这个问题便成为一个完全有理的问题了。

解 首先，我们找出行为人的最大化集。他的一阶条件是

$$ze^{-z}\{5a_0^{\frac{1}{5}}-3(1-e^{-4a_1})\}=\frac{100z^2}{1+100z^2}$$

写出 $w=u_0-u_1=5a_0^{\frac{1}{5}}-3(1-e^{-4a_1})$，我们有

$$w=\frac{100ze^z}{1+100z^2}. \tag{55}$$

这条曲线在图3中给出。通过直接计算，我们发现，当(z,w)位于曲线的粗体部分时，z 是与 w 相对应的效用最大化选择。临界点由 $w=3.055$ 和 $z=.034, 1.575$ 给出。

运用最后一个约束，我们可将总效用表述成 w 和 z 的函数：

$$U=5a_0^{\frac{1}{5}}-wp(z)-z+\frac{1}{10}arc\ tan(10z), \tag{56}$$

这里 a_0作为 w 和 z 的函数由

$$-\frac{1}{4}\log\left|1-\frac{1}{3}(5a_0^{\frac{1}{5}}-w)\right|=a_1, a_1p+a_0(1-p)=1 \tag{57}$$

给出。由(56)和(57)，我们可以发现当(w,z)位于最大化轨迹上时，U 对 w 和 z 的导数为

$$\frac{\partial u}{\partial z}=a_0^{-\frac{4}{5}}\frac{\partial a_0}{\partial z}=\frac{a_0^{-\frac{4}{5}}(a_1-a_0)ze^{-z}}{Bp+1-p} \tag{58}$$

这里，$B=\frac{1}{12}a_0^{-\frac{4}{5}}\left|1-\frac{1}{3}(5a_0^{\frac{1}{5}}-w)\right|^{-1}$

$$=\frac{1}{12}a_0^{-\frac{4}{5}}e^{4a_1},$$

且$\frac{\partial U}{\partial w}=a_0^{-\frac{4}{5}}\frac{\partial a_0}{\partial w}-p=\frac{p(1-p)(B-1)}{Bp+(1-p)}$ (59)

给定 w 和z，a_0和 a_1由 $a_1p+a_0(1-p)=1$ 以及 w 的定义

来决定。由于 $a_1 \geqslant 0$，$w \leqslant u_0(a_0)$，这就给 w 和 z 加了一个上界，但这与我们无干。只要 $w > u_0(1) - u_1(1) = 2.055$，就有 $a_0 > a_1$；这是因为如果 $a_0 \leqslant a_1$，就会有 $a_0 \leqslant 1 \leqslant a$（由于 $1 = a_1 p + a_0(1-p)$）和 $w = u_0(a_0) - u_1(a_1) \leqslant u_0(1) - u_1(1)$。当 $w \leqslant 2.055$ 时，$a_0 \leqslant 1 \leqslant a_1$。当 $w = 2.055$ 时，$z = .021$。因此，在最大化集上，当 $z \leqslant 0.021$ 时 U_z 和 U_w 都是正的；原因在于，这里 $a_0 < a_1$，并且 $B = \frac{1}{12} a_0^{-\frac{4}{5}} e^{4a_1} > \frac{1}{12} e^4 > 1$。

让我们接下来考虑 $.021 < z \leqslant .034$ 那部分最大化集。这里 $U_z < 0$ 并且 $U_w < 0$：为了确定我们沿着曲线移动时，U 是如何变动的，我们必须考察

$$U' = U_w \frac{dw}{dz} + U_z.$$

贯穿这部分曲线，$\frac{dw}{dz}$ 都不会低于它在 $z = .034$ 处的值，该值为 75.3。这里，当 z 和 w 沿曲线递增时，a_1 是递减的，在 $z = .034$ 点，a_1 等于 .999；而当 $z = .034$ 时，a_0 却从 1 增至 2.488。所以 $a_1 - a_0 > -1.489$。还有，$ze^{-z} < .033$，.033 是 ze^{-z} 在 $z = .034$ 时的值；以及 $p(1-p) > 5.65 \times 10^{-4}$，$5.65 \times 10^{-4}$ 是 $p(1-p)$ 在 $z = .034$ 处的值。因此，

$$U' > (Bp + 1 - p)^{-1}$$

$$\left\{5.65 \times 10^{-4}\left(\frac{1}{12} a_0^{-\frac{4}{5}} e^{4a_1} - 1\right) \times 75.3 - 1.489 \times .033 a_0^{-\frac{4}{5}}\right\}$$

$$= (Bp + 1 - p)^{-1} a_0^{-\frac{4}{5}} (3.54 \times 10^{-3} e^{4a_1} - .043 a_0^{-\frac{4}{5}} - .049) >$$

$$(Bp + 1 - p)^{-1} a_0^{-\frac{4}{5}} (3.54 \times 10^{-3} \times 54.38 - .043 \times 2.07 - .049),$$

该数值式的结果为 .054，为正。这样，就曲线的左支而言，我们发现临界点 $w = 3.055$，$z = .034$ 给出了 U 的最大值。

就其右支（$z \geqslant 1.575$）来说，$a_0 > a_1$，就像我们已经看到的那

样，a_1沿着右支递减（这是由于 a_1是 w 和 z 的递减函数），而且通过计算，我们发现 a_1在临界点处的值为 .433。因此，

$$B=\frac{1}{12}a_0^{-\frac{4}{5}}e^{4a_1}<\frac{1}{12}e^{1.732}=.471<1.$$

这意味着在曲线右支上，U_z和 U_w都是负的，这样，当 z 递增时，U 在曲线右支上是递减的。从这些考察中，我们可以知道，该问题的解在临界点处，这是由于它不可能是 V 最大化轨道上其它任何一点。在这两个临界点中，我们通过直接计算发现，a_0在左侧临界点取的值更大（与右侧的 1.646 相比，2.488 更大），因此左侧的临界点更好。因而问题的解就是

$$a_0=2.488,\ a_1=.999,\ z=.034.$$

这是一个令人吃惊的解，因为它涉及意外事件中的风险极高，行为人可以保险来预防意外事件不发生的风险并因而可以使其收入的边际效用得到提高。这样一个解在一个并非完全不合理的模型中是可能发生的，这一点是有意义的。在第 6 节中，当我们讨论这种一般类型的模型时，我们将会看到，意味着逆向保险（预防自己不遭受损失的风险）的条件并不像我们当初想象和猜测的那样。

本例的要点在于，用一阶条件代替最大化约束是无效的，第 6 节中对这个问题所作的更为一般的论述将使我们明白，本例的困难不仅仅是例外。本题的解也已经表明，对于一个十分简单的问题，我们要作的计算是多么广泛。如果不能把分析简化为一个二维图，问题恐怕会变得更加棘手。本文开始提出的道德风险问题是一个无限维问题，其中 a 是个函数，而不是一个有限维向量。对于这个问题的一般分析而言，这一点是令人沮丧的。但我们有理由考察一般支付函数的选择问题。第一节的结论对此给出了一个理由。我们在第 5 节中会解释另一个理由。

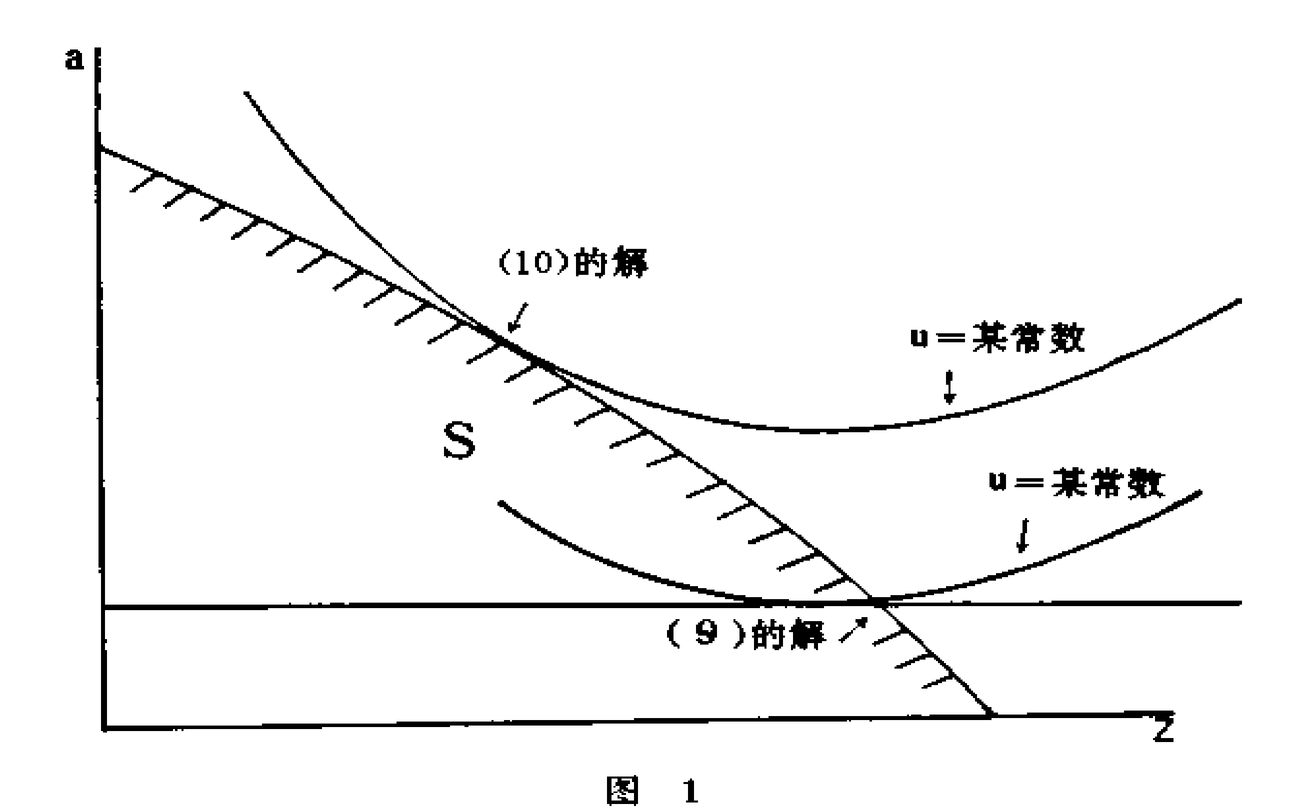


图 1

a

2.903

(Ⅰ)

(Ⅰ)

(Ⅱ)

(1,2)

解

-1

-.344

-.96

-1

-.707

.707

.76

1

Z

图 2

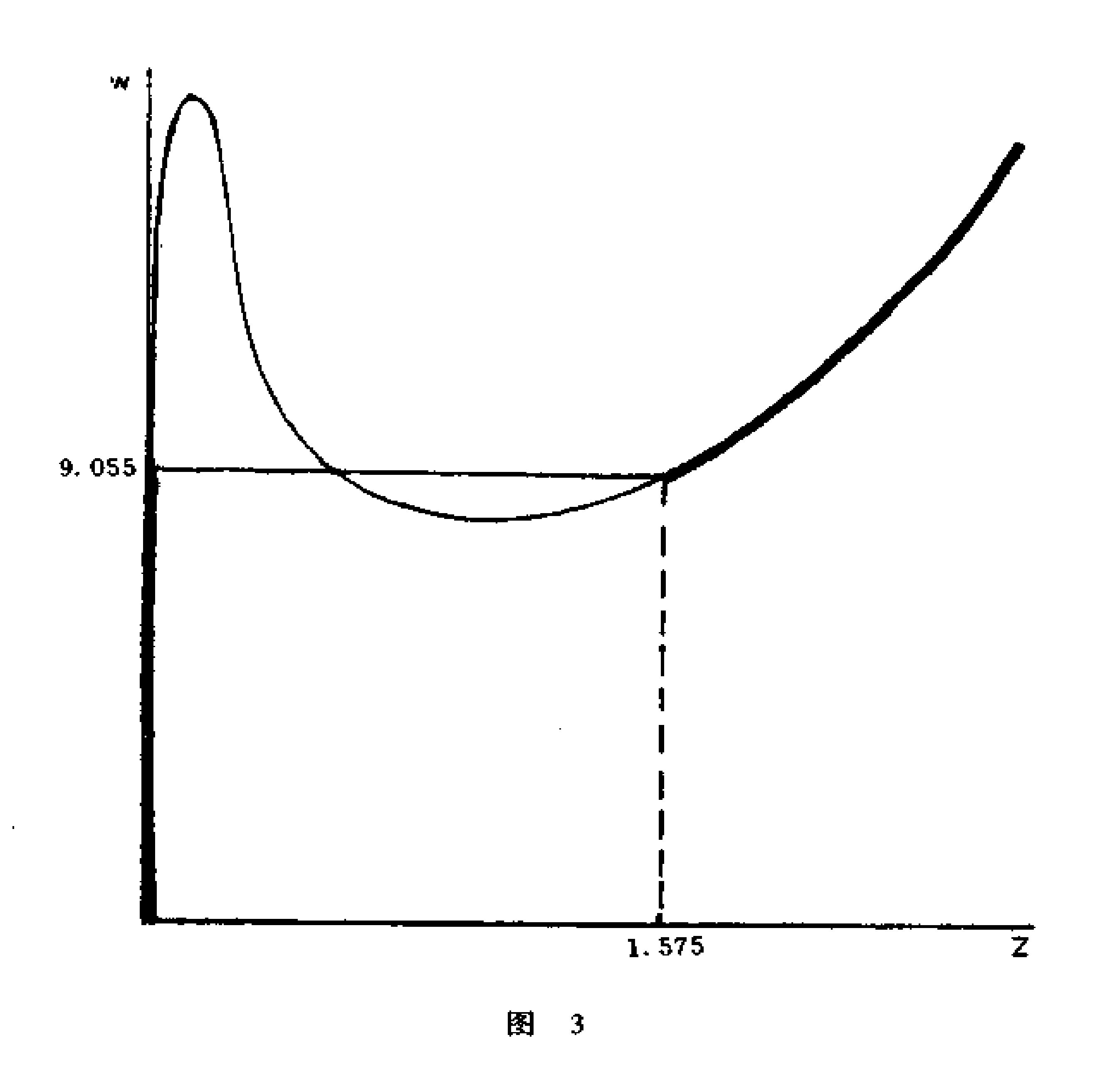


图 3

（马捷 译）

原文为 Nuffield College, oxford, Mimeographed。

四　论责任分配：行为人相同的情形*

在某些存在外部性的竞争均衡中，将某些外部性成本在经济中不同行为主体之间进行转移是可能的。但是一般说来，仅仅靠成本转移并不会导致所有行为主体作出有效率的配置决策，因为外部性成本的大小取决于多个行为主体的决策。因此比较两种不同的成本承担方式所导致的不同资源配置，也就是比较两种非效率的均衡。本文探讨了几组足以决定哪种配置更有效率的假设。这些假设有助于确认卡拉布雷西（*Calabresi*）所谓的最低成本预防者（*the cheapest cost avoider*）。

1. 引言

在存在外部性的时候，经济学家倾向于让行为主体支付边际社会成本。这并不总是一个非常有用的建议。社会成本的测量和收取可能是一件成本很高的工作。因此，需要考虑更简单的在行为主体之间转移成本的方式。一般而言，这种简单的成本转移并不能导致帕累托最优竞争均衡。因此，人们自然会问，成本转移了

---

* 本文与彼得·A. 戴蒙德合著。

彼得·A. 戴蒙德于1960年获耶鲁大学学士学位，1963年获麻省理工学院博士学位。其研究领域为税收、公营生产和不确定性。

詹姆斯·A. 莫里斯获爱丁堡大学硕士学位（1957年），剑桥大学学士（1959年）和博士（1963年）学位。他目前的主要研究领域是不确定性条件下的激励和控制制度。

作者感谢胡弗·格拉韦尔（*Hugh Gravelle*），维克托·戈德伯格（*Victor Goldberg*），以及阿尔文·克莱沃里克（*Alvin Klevorich*）的有益评论，詹姆斯·赫斯（*James Hess*）的研究助理工作，以及国家科学基金会的资助。

的均衡是否比没有成本转移的均衡更有效率？更具体地说，我们希望找到足以确认出更有效率的均衡的条件。

在我们所考虑的这类情形中，一个主要的例子是，从事某一活动（如火车）的行为主体可能与从事另一活动（如卡车或马车）的行为主体发生事故。我们提出的问题是，事故成本是由事故发生时遭受这些成本的当事方自己承担更有效率，还是让其中一方承担另一方所遭受成本的一定比例更有效率？例如，当卡车和火车发生相撞事故时，如果让铁路一方支付卡车司机的医疗费，效率是否会提高？在法律文献中，这一问题被称为事故成本的责任分配问题。

我们对这一问题的兴趣是由卡拉布雷西的一本有趣著作《事故的成本》[①] 所引发的。他的观点是，责任应分配给能够导致更有效率的均衡的那一方。他还把根据这一原则确定的责任承担者称为"最低成本预防者"。[②]在本文中，我们将确认几组条件，使得只要满足这些条件，就足以确认出谁是最低成本预防者。[③] 我们发现，这些条件有时是相当复杂的，很难凭直观判断。我们的结论是，为了确认最低成本预防者，进行大量的经验研究很可能是必要的。[④] 本文提出的定理可以作为这种确认工作所需信息的一个指南。作为分析工作的一个引言，我们简要描述一下卡拉布雷西对事故的讨论，以便把我们的具体模型放在该文献的背景下。

在某一特定事故中，有许多原则都可用来决定是否需要进行

---

① 见参考文献[2]。

② *Op.cit.*, *p*. 136*ff*. 在更近的一篇论文中，卡拉布雷西和赫尔斯考夫(*Hirschoff*)[3]进一步定义了最低成本预防者(*p*.1060)：即"事故各方中处在对事故成本和事故预防成本进行成本—收益分析，并且一旦根据这种分析作出决策，就按该决策进行行动的最佳位置上的那一方。"

③ 人们可能对效率感兴趣，但并不认为责任分配应仅仅由效率决定，弗莱切尔(*Fletcher*)[6]提出了另一种分配依据。

④ 确认最低成本预防者需要详尽的信息并不意味着这种确认工作是不重要的。

成本转移，但是这些原则并不是在事故发生之前决定一定种类的成本在所有类似事故中都要被转移。[①] 特别地，过失原则对配置效率的影响最近已经由几位作者进行了考察。[②] 任何原则都伴随着抵消应用该原则所获效率收益的执行成本。卡拉布雷西指出，尤其是在车祸事故中，过失原则的执行成本如此高昂，以致还不如使用某种严格责任制[③] 原则（*strict liability rule*），例如我们在此所考察的这种原则。

卡拉布雷西区分了三种与事故相关的成本。三级成本是指因执行任何处理已发生事故的法律/赔偿方案而发生的成本。由于我们所考虑的不同责任分配方式在复杂性上没有太大的不同，所以我们假定，我们进行效率比较的两种备选方案的三级成本大致相同，这样三级成本就可以不予考虑。二级成本是指因未能迅速、充分地处理事故后果所导致的额外成本，包括因为延误治疗而导致的并发症，以及在风险规避和不完全保险情况下因收入边际效用变化而产生的成本等。我们同样也忽略二级成本，即假定所有效用函数对可花在其他商品上的收入都是线性的。这一假定将明显地限制了我们所得结果的应用范围，其范围可能缩小到只适用于企业或完全保险个人（即具有正确的保险额，并且保险费是随他们的预期收益而变化的那些人）之间的事故。一级成本则是指由于事故所导致的资源成本及为防止事故而花费的资源。这类成本则是我们所要考虑的。

在考虑最低成本预防者问题时，卡拉布雷西特别注意到了两

---

① 在现实中，对于故意而非事故造成的损失，这一常规通常会有例外。

② 例如，可参见布朗（*Brown*）[1]，戴蒙德[4，5]，波斯纳（*Posner*）[7，8]，以及卡拉布雷西[2]。

③ 严格责任制原则也就是把成本分配给与引发事故的特定行为无关的一方当事人的原则。这类原则在许多特定的场合得到应用。具体地说，由于危险性行为，如爆炸，所造成的事故的成本要由从事危险性行为的一方承担。参见波斯纳[9]第13章。

个重要因素。第一，如果事故一方可以通过保险将事故成本转移出去，同时他所支付的保险费与其行为又不相关的话，这种保险就会使预防事故的积极性大大减弱。卡拉布雷西将这一情形称为转移导致的外部性。[①] 一个极端的例子是那种甚至不去调查个人是否从事了某些使风险增加的活动的总括保单(*blanket insurance policy*)。如果另一方潜在的事故当事人预防事故的积极性并未完全丧失的话，将成本转移到预防积极性受分配影响的那一方就可获得配置收益。[②] 卡拉布雷西考虑的第二个因素是，在许多时候，改变某些与事故没有直接关系的各方，如制造商或筑路公司的行为是必要的。某些个人或团体可能比其他人处在更有利的位置来做到这一点。他把处在更有利于影响他人位置上的集团称为最佳行贿者(*the best briber*)。[③] 我们所考虑的模型没有这些问题。[④]

我们将集中讨论两个与确认最低成本预防者相关的问题——从事不同活动的各方当事人所采取的事故预防措施对总(社会)成本的相对重要性，及其对个人自己承担的成本的相对重要性。在下一节给出基本模型之后，我们将考虑一个特例。在该特例中，外部性仅存在于将要进行责任分配的那部分成本之中。(当发生卡车一火车相撞事故时，若所有成本都必须由其中的一方承担，便可

① 见参考文献[2]，第147页。

② 即使当保险范围不受个人行为影响时，个人仍可能会尽力去避免事故。但是这一事实并不会改变这里的结论，除非导致这种努力的非财务动机本身也会受到成本转移的影响。

③ 遵照传统的静态微观理论，我们不探讨责任分配对改进事故预防技术的研究有何影响。此外，除了在本书第108页的脚注中提到的特殊的错误估计之外，我们分析的模型也未考虑对不同行动后果的错误估计。

④ 在此后的一篇论文中，我们打算处理这样的情形：即保险损害某些激励，但不是所有的激励，例如，保险成本与一旦从事某一活动之后的行为无关，但却与是否从事某一活动本身是有关的。例子之一是汽车所有权本身或使用汽车进行在两地之间往返。

能出现这类情形。)在这一情形中，如果事故某一方在最低自我保护水平之上的事故预防支出对社会成本更为重要，则将责任分配给该方就可达到更高的效率。这种情形是一个特例，因为外部性通常还会落到事故之外的其他当事人头上(如某些医疗支出，所得税损失、清理费用等可能落到政府头上)，而且要准确地确认所有外部性成本通常是不可能的。(例如，某些成本可能并非是由事故引起的。)如果在可以通过责任分配进行转移的外部性成本之外，还有其他的外部性，那么仅仅靠前面这一个条件，即根据某一预防事故的行动对社会成本更重要，就不足以确认出最低成本预防者了。为了分配这种更为复杂也更为有趣的情形，我们也要考察在不同责任分配方案下双方投入的关注量。当存在额外由两种活动之外的主体承担的外部性时，要确认最低成本预防者，就有必要增加一个条件，该条件必须保证，将责任转移给支出对社会成本更重要的那一方，可以增加双方的总关注量。如果卡车和火车发生事故后，只有卡车司机的医疗费是可以被转移的，那就会有一些不可转移的外部性(例如对卡车、火车及卡车司机的损害)，它们将由两种活动中的一方承担。对于那些不可转移的外部性仅存在于事故双方之间的情形，我们找出了几个不同的条件，它们(和前面的条件一起)足以确认出最低成本预防者。有些读者可能希望通过一个具体的例子来帮助他们理解定理的正式表述，这些读者可以在第 8 节看到一个例子，这个例子概括了全文的主要结果。在本文中，我们假定从事特定活动的每个人都是相同的，同时还假定，从事同类活动不存在外部性的个人遵从大数假定。在以后的论文中，我们打算发展出仍保留大数假定，但是放弃另外两个假定的模型。

2. 基本模型

我们假定有两种相互影响的活动。每种活动都有众多(但不总是相等)的参与者。每种活动的参与者都是同质的,但是两种活动的参与者可能不同。没有人两种活动都参加。我们用 x 代表活动 1 的每个参与人的事故预防水平,它可以代表该参与者在安全设备上的实际支出,或者为安全而付出的努力,如集中精力等;这些因素将影响事故出现的概率。它还可以代表某种因为安全性之外的理由而作出的、同时又对安全有影响的选择,例如速度或行程的增加。变量 x 也可能只是不论事故发生与否都潜在地要被损耗掉的那些项目。同样地,我们用 y 来代表活动 2 的每个参与者的事故预防水平。我们用 $A(x,y)$代表活动 1 的参与者扣除从参与活动得到的效用之后的总期望成本。当 A 随 y 递减时,就存在着活动 2 的参与者对活动 1 的参与者的边际外部经济,因为活动 2 的参与者的事故预防水平越高,活动 1 的参与者的期望成本就越低。在同一活动之间不存在外部性的假定下,关注程度 x 的选择将通过在给定的y 值下最小化A 而得出。定义 $x^0(y)$为最优关注程度,即

$$x^0(y)\ \min A(x,y). \qquad (1)$$

在大数假定下,我们把个人的选择描述为在其他人决策给定的条件下的最优化行为。

类似地,我们用 $\tilde{B}(x,y)$来代表活动 2 的参与者(扣除效用之后的)总期望事故成本和事故预防成本。他们的最优关注程度为 $y^*(x)$,即

$$y^*(x)\min \tilde{B}(x,y). \qquad (2)$$

当最优化选择是根据对另一活动中同时作出的选择的正确判

断来进行时，我们就得到了一个具有正确判断的竞争均衡。也就是说，若

$$\left.\begin{array}{l} x^0 = x^0(y^*) \\ y^* = y^*(x^0) \end{array}\right\}, \tag{3}$$

则 x^0, y^* 为一个竞争均衡。

在本文中，我们始终假定对于任何责任分配，都存在唯一的竞争均衡。

被转移的成本。假定某些成本将被从活动 2 的参与者身上转移到活动 1 的参与者身上，并将这些成本的期望值表示为 $C(x, y)$。例如，活动 2 的参与者的医疗费可能要由活动 1 的参与者来承担。由于本模型具有对称结构，因而期望成本 C 也可以是原先由活动 2 的参与者为活动 1 的参与者支付、现在已经不再进行转移的医疗费。我们所要分析的是，某些成本负担的转移会有什么影响。[①] 那些活动 1 的参与者现在将试图最小化 $A(x, y) + C(x, y)$：

$$x^*(y) \min A(x, y) + C(x, y). \tag{4}$$

而活动 2 的成本则减少了 $C(x, y)$，即

$$B(x, y) = \tilde{B}(x, y) - C(x, y). \tag{5}$$

活动 2 的参与者的选择为 $y^0(x)$：

$$y^0(x) \min B(x, y). \tag{6}$$

我们可以得到一个新的竞争均衡，在这个新的竞争均衡中，存在着被转移的成本，即责任被分配到了活动 1 的参与者身上。新的竞争均衡为 x^*, y^0，其中 x^*, y^0 满足：

---

① 在将 C 理解为成本负担的转移时，将它设想为正数是很自然的。但是我们在分析中并未作出这一假定，我们关注的仅仅是 C 的导数的符号，该符号表明了边际外部经济或不经济的存在。C 代表的是成本还是溢出收益并不影响个人的最优决策，虽然它确实会影响期望效用的分配。

$$\left.\begin{array}{l} x^* = x^*(y^0) \\ y^0 = y^0(x^*) \end{array}\right\} \tag{7}$$

这样就有两个均衡需要我们去比较：责任分配给活动1时的均衡(x^*, y^0)，以及责任分配给活动2时的均衡(x^0, y^*)。我们感兴趣的是，哪一个均衡的事故成本和事故预防成本之和更小。除了由两种活动的参与者承担的成本A、B、C之外，我们还应该考察由两种活动之外的主体承担的期望成本$D(x, y)$。例如，有些成本可能落到政府或行人头上。当所有参与者都以同样的方式对成本作出误解时，也会产生成本D。[①] 我们定义总成本S为：

$$S(x, y) = A(x, y) + B(x, y) + C(x, y) + D(x, y). \tag{8}$$

我们的问题在于，找出比较$S(x^*, y^0)$和$S(x^0, y^*)$大小的充分条件，并据此判断哪种责任分配更有效率：当$S(x^*, y^0) < S(x^0, y^*)$时，将责任分配给活动1的参与者就是更有效率的。

3. 所有外部性均可转移

我们先从一种简单的情形开始，即所有外部性均要由一种活动的参与者承担：A仅为x的函数，B仅为y的函数，D等于零。我们假定A与B都是凸的，而且是连续可微的。给定这些假定，分别使$A(x)$和$B(y)$最小化的x^0和y^0将与另一活动参与者的关注程度选择无关。因此它们可以作为一个自然原点，代表自

---

① 如果不论谁承担成本C，$A+B+C+D$都代表由两类活动参与者承担的实际成本，$A+B+C$则代表被估计到的成本，则本模型可以直接应用于这类估计错误情形。对于有关A和B的误断，处理起来也没有太大的困难。一般来说，不同活动的参与者对于C的估计会有不同，而且C和D（而非二者之和）将随责任的再分配而变化。对于A和B的估计也可能随责任的再分配而变化。

我保护的关注水平。如果对于任意一个在自我保护水平之上的(正)关注量来说，在活动 1 中增加该关注量均比在活动 2 中增加该关注量更有效率，[①] 即

$$\text{对于 } t>0\text{，有 } S(x^0+t, y^0)\leqslant S(x^0, y^0+t)\text{，} \quad (9)$$

则我们就说活动 1 中的关注是更为有效的。

该假定的含义在于，活动 1 的参与者在自我保护水平之上增加关注，可以比活动 2 的参与者在自我保护水平之上增加相同数量的关注减少更多的总成本。这一假定并不能直接得出不同分配方案的效率比较，因为它并未保证活动 1 的参与者确实会增加至少是同等数量的额外关注。但是就本节所分析的情形而言，不需要这类进一步的假定便可进行效率比较。后文中的复杂性恰恰是由于难以比较不同责任分配方案下的关注水平而引起的。

我们先来表述一下在这种简单情形中得到的结果。

定理 1 当成本为 $A(x)$，$B(y)$，$C(x,y)$，及 $D=0$，而且是

---

① 关于以(0,0)为原点，而不是以(x^0，y^0)为原点的有效性分析，参见附录。有人也许希望能在不估计 x^0 和 y^0 的情况下验证假定(9)是否成立(特别是在我们后文所要考虑的 A 依赖于 y，B 也依赖于 x 的情形中)。当且仅当

$$S_1(x,y)\leqslant S_2(x,y) \qquad \text{(对于任意 } x, y\text{)}, \quad (9c)$$

(9)式对于任意(x^0，y^0)均成立。

由于

$$S_1-S_2=\lim_{t\downarrow 0}\frac{1}{t}\{S(x+t,y)-S(x,y)\}-\lim_{t\downarrow 0}\frac{1}{t}\{S(x,y+t)-S(x,y)\}.$$

所以(9)式成立显然意味着(9c)成立。为了证明(9c)也蕴含着(9)，我们有：若(9c)成立，且 $t>0$，则

$$\begin{aligned} S(x+t,y)-S(x,y+t) &= \int_0^t \frac{d}{d\theta}S(x+\theta,y+t-\theta)\,d\theta \\ &= \int_0^t \{S_1(x+\theta,y+t-\theta)-S_2(x+\theta,y+t-\theta)\}\,d\theta \\ &\leqslant 0 \end{aligned}$$

应该强调的是，(9c)是一个非常苛刻的假设。特别地，它排除了一种有趣的情形，即 S 在有限点(x，y)上对环绕该值的等值线取得全局最小值。

凸连续可微的时，若活动 1 在成本预防方面是更有效的(即条件(9)得到满足)，而且存在着外部经济，[①] 即

$$C_2(x^0, y^0) < 0 \tag{10}$$

式中 C_2 为 C 对第 2 个自变量的偏导数，则将责任分配给活动 1 是更有效率的。

证明 令 $t \equiv y^*(x^0) - y^0$。由于 $B(y) + C(x^0, y)$ 在 y^0 点对 y 是递减的(而且是凸的)，所以最小化水平 y^* 大于 y^0。因此 t 为正值，我们可以由(9)式得

$$S(x^0, y^*) = S(x^0, y^0 + (y^* - y^0)) \geqslant S(x^0 + y^* - y^0, y^0). \tag{11}$$

由于 $x^*(y^0)$ 最小化 $A(x) + C(x, y^0)$ (从而最小化 $S(x, y^0)$)，我们有

$$S(x^0 + y^* - y^0, y^0) \geqslant S(x^*, y^0)。 \tag{12}$$

证明完毕。

当两种活动中的关注程度是用可比单位进行度量的时，我们关于关注有效性的假定是很自然的。在许多情形中，为减少成本而进行的支出是"关注"的主要成份。在这些情形中，货币这一衡量尺度将使我们有可能谈论关注从一种活动向另一种活动的转移。在其他一些情形中，如汽车司机及行人，成者作者及编辑等情形中，很难想出一个很自然的方式来度量关注程度。因此，人们希望找到一种可以不受隐含在成本函数中的关注度量问题影响的方式来表述上述结果。

将我们前面的定义稍作延伸，我们可以说：如果对于活动 2 中任何高于自我保护水平之上的额外关注，在活动 1 中均存在某一

① 如果我们假定对于所有的 $t<0$ 有(9)式成立的话，则在外部不经济，即 $C_2>0$ 的情形中也有相同的结论。在这种情形中，$y^*(x^0) - y^0$为负值，证明各步仍然有效。

相应的关注水平，能使成本降得更低，即

对于任何 $y>y^0$，存在 $\hat{x}(y)$，使得

$$S(\hat{x}(y),y^0)\leqslant S(x^0,y), \tag{9a}$$

则称活动 1 中的关注是更为有效的。

在这一拓展了的定义下，定理 1 仍是成立的，其理由基本相同：

$$S(x^0,y^*)\geqslant S(\hat{x}(y^*),y^0),$$
$$\geqslant S(x^*,y^0).$$

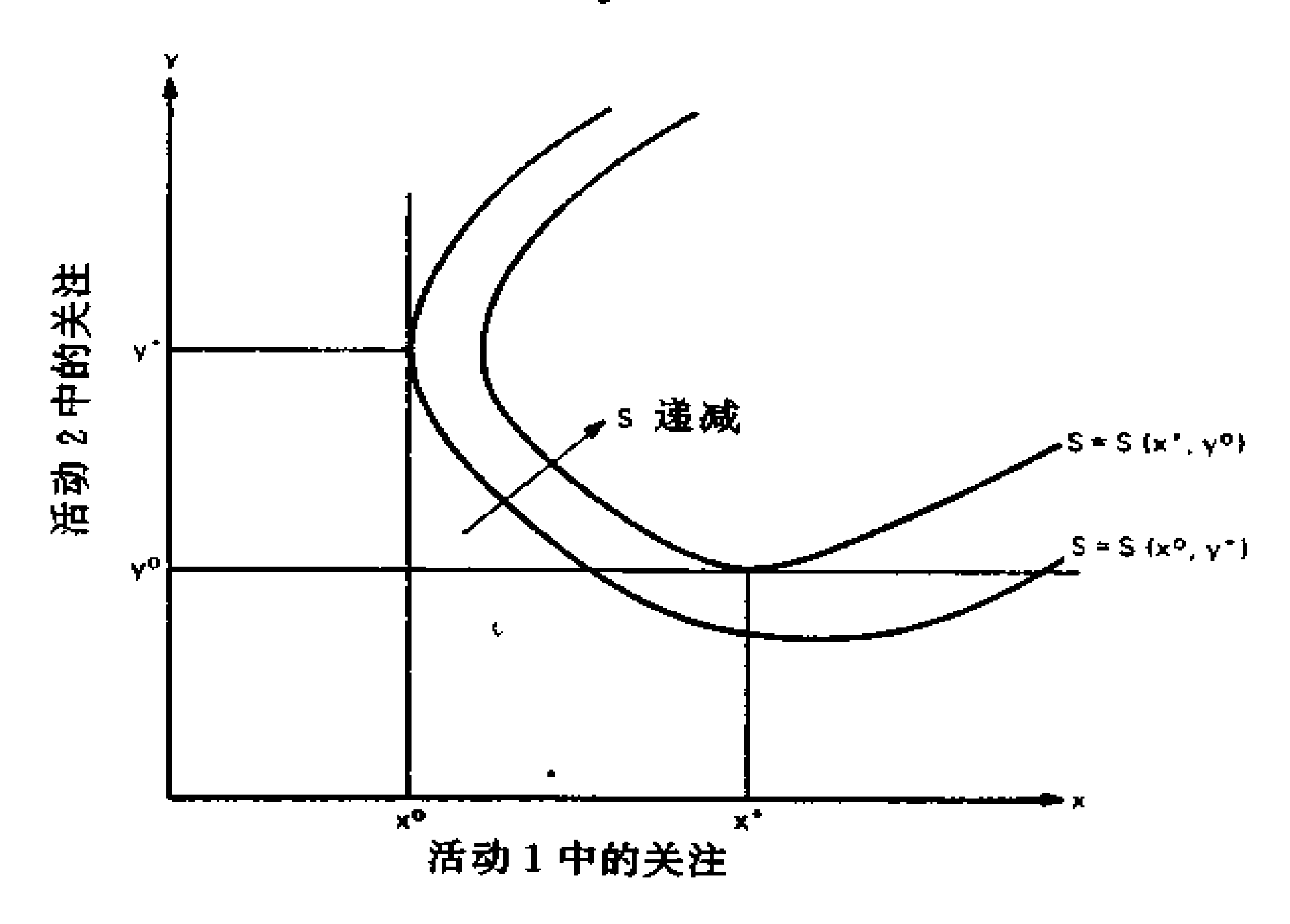


图 1　所有外部性均可转移

该论点可以用图 1 来说明。图中的两轴均代表关注程度，有效性假定意味着，任何穿过垂直线 $x=x^0$ 的 S 等值线也必然穿过水平线 $y=y^0$。在我们现在考虑的情形中，即 $S=A(x)+C(x,y)+B(y)$ 时，点 (x^0,y^*) 和 (x^*,y^0) 即为图中所示的 S 等值

线与垂直线和水平线的切点。因而其结果是很直接的。在第 7 节中,我们将用同样的方法来说明为什么后面的定理也具有与度量单位无关的表述形式。

(9a)还有一个有趣的特例,它与(9)式相似,但是它考虑的不是关注程度的绝对量变化,而是其比例变化:

$$\text{对于 } T>1,\ S(Tx^0, y^0)\leqslant S(x^0, Ty^0). \qquad (9b)$$

该式说的是,比如说,活动 1 中的关注程度提高 1 倍所带来的好处将大于活动 2 中的关注程度提高 1 倍所带来的好处。在有些情况下,投入多少关注是根据某一特定行动(如设备检查,出差等)的次数来衡量的;在这些情形中,用(9b)表示的有效性较容易理解。

虽然这一结果仅仅是证实了有效性(用(9)或(9a)来定义)和效率之间的关系,但是有趣的是,这一结果却是非常脆弱的。从证明过程可以清楚地看出,该结果不必要求 A 独立于 y 便可成立。但是,如果 B 依赖于另一活动中的关注量,或者允许 D 不为零的话,要想确认出最低成本预防者,就需要增加额外的独立假定。在下面的 D 不为零的情形中,我们将看到这一点。

4. 外部的外部性

即使依然保留 A 仅依赖于 x, B 仅依赖于 y 的假定,放弃 D 等于零的假定也可以在不需任何进一步假定的情况下使定理 1 不成立。虽然有效性是根据总成本来定义的,它包括了由两种活动之外的主体承担的成本,但是这一点却是事实。由于 S 包括了 D,所以即使 $x^*(y^0)$能够最优化 $A(x)+B(y^0)+C(x,y^0)$,它通常也不能最优化 $S(x,y^0)$,因而证明过程便不能成立。这一问题可以用图 2 来说明。该图可与图 1 形成对照。在点(x^0, y^*)上,$A'=0$, $S_2=D_2$;在点(x^*, y^0), $B'=0$, $S_1=D_1$。在图 2 中,假

定 $D_2<0, D_1<0$,(9)式得到了满足,因为每一条与 $x=x^0$ 相交的 S—等值线均与 $y=y^0$ 相交。但是,如果没有进一步的假定,将责任分配给活动 2 也可能是更有效率的。与图 1 相对照的是,x^* 不再在给定的 y^0 下最优化 S 。因而穿过(x^0, y^*)的无差异曲线与直线 $y=y^0$ 相交并不能保证均衡点(x^*, y^0)优于点(x^0, y^*)。

假定我们所考虑的是外部经济的情形,加上 $D(x,y)$ 随 x 递减而递减的假定看来是很自然的。但是如图 2 所示,即使加上这一假定也仍是不够的,图为 x^*-x^0 可能小于 y^*-y^0,从而使 $D(x^*, y^0)$ 大于 $D(x^0+y^*-y^0, y^0)$,并进而有可能使 $S(x^*, y^0)$ 大于 $S(x^0, y^*)$。[①] 这一点是由于我们所熟悉的总量评价和边际评价的差别所引起的。x^*-x^0 和 y^*-y^0 的相对大小依赖于 A、B 和 C 的导数值,而迄今为止我们所包含的假定却仅仅考虑了总成本的水平。

我们通过附加上下面这个假定来结束我们对这类情形的论证:

$$\text{对于 } t>0,\text{有 } A'(x^0+t)+C_1(x^0+t, y^0) \leqslant B'(y^0+t)+C_2(x^0, y^0+t), \tag{13}$$

式中 A' 和 B' 为导数。该条件表明,从参与者自身的边际成本节约(就 $A+C$ 或 $B+C$ 而言)来看,活动 1 的参与者在自我保护水平之上增加关注所带来的自身边际成本节约大于活动 2 的参与者在自我保护水平之上增加同等数量的关注所能够带来的自身边际成本节约。该条件与有效性条件的不同在于,它关注的是私人成

---

① 下面这个例子可以说明为什么 $D_t<0$ 仍是不够的。考虑:

$$A=\frac{1}{2}(x-1)^2,\ B=\frac{1}{2}(y-1)^2, C=10-x-3y,\ D=15-4x-y.$$

在这一例子中,(x^*, y^0) = (2,1),(x^0, y^*) = (1,4),且当 $t>0$ 时,$S(x^0+t, y^0)-S(x^0, y^0+t)=-t+3t-4t+t=-t<0$;但是 $S(x^*, y^0)=11½$,$S(x^0, y^*)=8½$。

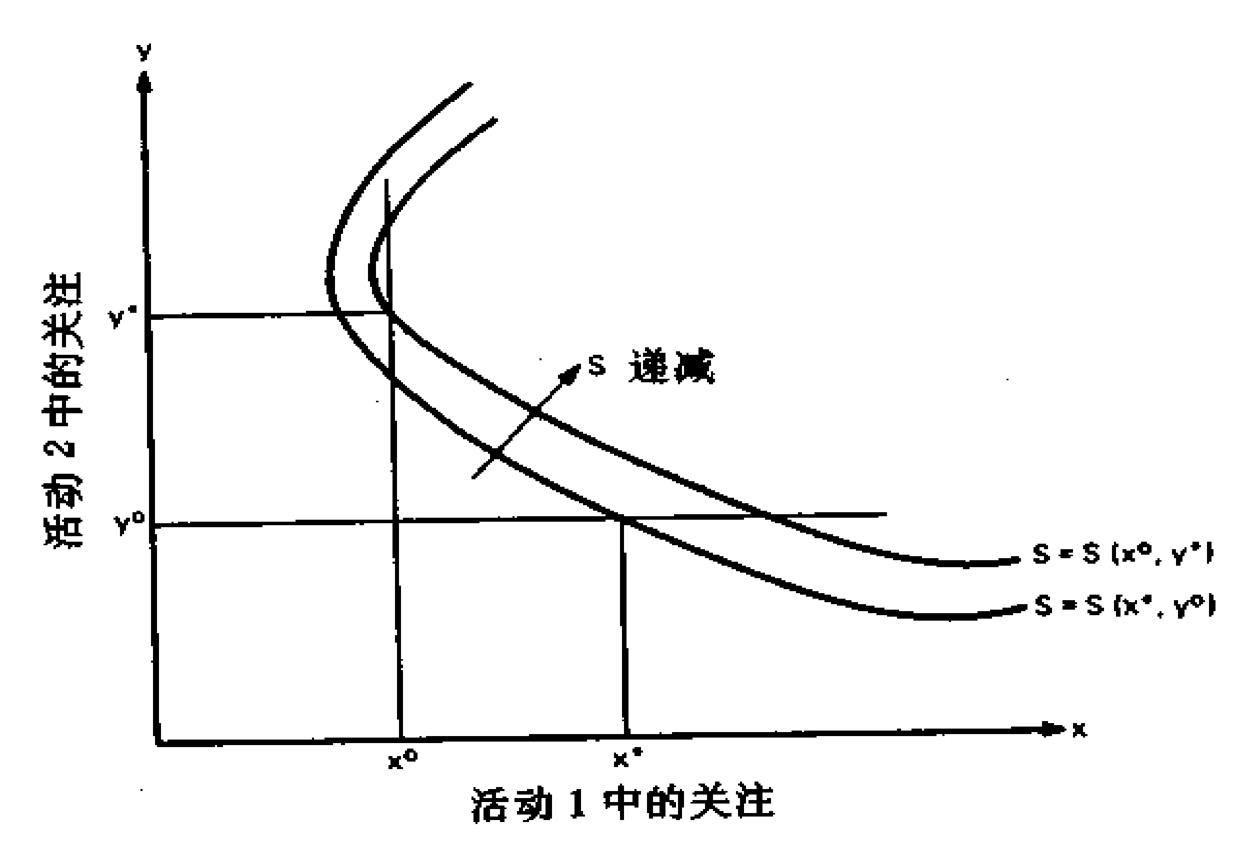


图2　外部的外部性

本，而不是社会成本；并且它考虑的是边际成本，而不是总成本。由于$A+C$和$B+C$为不同分配方案下由责任承担者承担的成本，我们可以将假定(13)描述为：将责任分配给活动1可以产生更强烈的关注激励。为了进一步理解(13)式，可以考虑一个假想的关注市场，在该市场上，关注的影子价格为q；这样，关注不仅会影响成本，而且有一个市场价格。如果$\bar{x}(q)$最小化$A(x)+C(x, y^0)+qx$，$\bar{y}(q)$最小化$B(y)+C(x^0, y)+qy$，(13)式便等价于

$$\text{对于所有使 } \bar{y}(q)\geqslant y^0 \text{ 的 } q\text{，有}$$
$$\bar{x}(q)-x^0\geqslant\bar{y}(q)-y^0. \tag{14}$$

也就是说，在任何价格q上，活动1的参与者(在x^0之上)增加的关注量均大于活动2的参考者在y^0之上增加的关注量。为理解这一点，将$t=\bar{y}(q)-y^0$代入(13)式，我们有

$$A'(x^0+\bar{y}(q)-y^0) + C_1(x^0+\bar{y}(q)-y^0, y^0) \leqslant -q, \tag{15}$$

这意味着(根据凸性假定)若 x 减小则成本将增大，也就是说，$\bar{x}(q) \geqslant x^0+\bar{y}(q)-y^0$，而这正是(14)式。

特别地，(14)式对 $q=0$，即 $\bar{x}(q) = x^*, \bar{y}(q) = y^*$ 时也成立，从而有

$$x^*-x^0 \geqslant y^*-y^0. \tag{16}$$

因此，将责任分配给活动 1 将导致更大的总关注量，即 $x^*+y^0 \geqslant x^0+y^*$。这一条件加上我们所假定的 D 随 x 递减而递减的条件，便可结束我们的论证。我们将这一结果以更正式的形式表述出来。

定理 2 当成本为 $A(x), B(y), C(x,y), D(x,y)$，并且是凸连续可微的时，若活动 1 在成本预防方面更为有效(即(9)式得到满足)，将责任分配给活动 1 可以产生更强的关注动力(即(13)式得到满足)，并且存在着外部经济，即

$$C_2(x^0, y^0)<0; \text{且对于 } x>x^0, \text{有 } D_1(x, y^0)<0; \tag{17}$$

则将责任分配给活动 1 是更有效率的。

证明 和在定理 1 中一样，$y^*-y^0>0$，因而根据(9)式有

$$\begin{aligned} S(x^0, y^*) &= S(x^0, y^0+y^*-y^0) \geqslant S(x^0+y^*-y^0, y^0) \\ &= A(x^0+y^*-y^0)+B(y^0)+C(x^0+y^*-y^0, y^0) \\ &\quad +D(x^0+y^*-y^0, y^0). \end{aligned} \tag{18}$$

由于 x^* 最优化 $A(x)+B(y^0)+C(x, y^0)$，而且 $x^*>x^0+y^*-y^0$，D 随它的第 1 个自变量的递减而递减，所以表达式(18)的最后一项至少将和 $S(x^*, y^0)$ 一样大。证明完毕。

比较定理 1 和定理 2，有一点也许是值得注意的，需要作进一步假定的原因在于 D 依赖于 x。如果 D 仅依赖于 y，则定理 1 的

观点仍能成立。当然，在有效性条件中对 $S(x^0+t, y^0)$ 和 $S(x^0, y^0+t)$ 进行比较时，必须考虑到 D 对于 y 的依赖性。

5. 不可转移的外部经济

当不论以何种方式分配责任，每一种活动的预期成本均部分取决于另一活动中的关注量时，我们发现，要想确认出更有效率的分配方案，必须设定更为严格的限制。在前面的分析中，我们将 (x^0, y^0) 作为一个固定的原点。这是很自然的，因为 x^0 由 A 决定，y^0 由 B 决定，在更为一般的情形中，(x^0, y^*) 将由 A、B 和 C 同时决定，(x^*, y^0) 也是如此。这使得比较责任转移引起的关注变化量更为困难。它还会使我们的论证变得有些不那么具有吸引力，因为在没有有效地解决该问题的计算方法的情况下，(x^0, y^0) 水平的确定将变得更为困难。在正文中，我们将继续在同样的基础上进行讨论。在附录中，我们给出了根据以(0,0)为原点，而不是以 (x^0, y^0) 为原点的有效性条件得出的某些结果。由于条件(9)和(13)在使用许多不同的原点时都可能是成立的，所以在有些情况下，即使不能确切地知道 (x^0, y^0) 在哪里，也有理由断言它位于原点的这一区域上。

在本节及下一节中，我们假定，D 恒等于零。因为在结果中包含一个非零的 D 需进行的修正将在脚注中加以说明。和前面一样，我们假定其他函数在其控制变量上是连续可微的，并且是凸的。我们特别感兴趣的情形是：在给定 y 下最小化 A 的 x 值，写作 $x^0(y)$，确实随着 y 的变化而变化，同时最小化 B 的 $y^0(x)$ 也随 x 的变化而变化。我们注意到，当 A 和 B 均为 x 和 y 的加可分函数，从而 x^0, y^0 分别独立于 y 和 x 时，有效分配的充分条件实际上可以以一个推论的形式由上一个结果（即定理 2）给出。将 A、

B 写成下述形式：

$$A = A^{(1)}(x) + A^{(2)}(y), \quad B = B^{(1)}(x) + B^{(2)}(y) \tag{19}$$

这样我们就可以非常清楚地看出，该情形和成本为 $A^{(1)}$，$B^{(2)}$，C 及 $D = A^{(2)} + B^{(1)}$ 时的情形完全相同。在这种情形中，定理 2 将确保我们可以（假定我们处理的是外部经济的情形的话）通过将有效性条件(9)和激励条件(13)结合起来而得出有效分配的充分条件。

为了沿用定理 2 中的方法，我们将那里用到的核心论点以引理的形式独立出来，该引理的条件可以由有关成本函数的假定中导出。

引理 1 在下述条件下，将责任分配给活动 1 是更有效率的：[①]

(i) 活动 1 在成本预防方面是更为有效的，即

对于 $t>0$，有 $S(x^0+t, y^0) \leqslant S(x^0, y^0+t)$，

(ii) 如果将责任分配给从事活动 2 的人，那么在均衡情况下，他们将更加谨慎，即

$y^* \geqslant y^0$，

(iii) 当责任由活动 1 承担时，活动 1 中增加的关注具有外部经济，即

$B_1(x, y^0) \leqslant 0$，

(iv) 将责任转移到活动 1 引起的活动 1 中均衡关注量的增加大于活动 2 中均衡关注量的减少，即

$x^* - x^0 \geqslant y^* - y^0$.

证明 $S(x^0, y^*) \geqslant S(x^0 + y^* - y^0, y^0)$

① 若 $D \neq 0$，我们只须将条件(iii)换成(iii′)即可：$B_1(x, y^0) + D_1(x, y^0) \leqslant 0$。本引理有数种证明过程相同的变化形式：条件(i)和(ii)的不等号可以同时作反向变化；此外（或同时），条件(iii)和(iv)中的不等号也可以同时作反向变化。

$$=[A(x^0+y^*-y^0,y^0)+C(x^0+y^*-y^0,y^0)]$$
$$+B(x^0+y^*-y^0,y^0)$$
$$\geqslant[A(x^*,y^0)+C(x^*,y^0)]+B(x^*,y^0),$$

其中第一个不等式据假设(i)和(ii)得出，第二个不等式是由 x^* 最小化 $A(x,y^0)+C(x,y^0)$ 及假设(iii)和(iv)得出的。证明完毕。

和定理 2 中的讨论相似，引理 1 相对于定理 1 的复杂性也主要是因为 B 对于 x 的依赖，而不是因为 A 对 y 的依赖。如果 B 不依赖于 x，y^* 将大于 y^0（当 $C_2<0$ 时），同时(iii)将会被满足，(iv)将是不必要的。

为了在一般情形中使用引理 1，我们必须找出确保 $y^*>y^0$ 及 $x^*-x^0>y^*-y^0$ 的条件。给定第 1 个条件，若条件(13)得到满足，即活动 1 具有更强的关注动力，则第 2 个条件也会被满足。我们用本节的符号将条件(13)重述如下：

对于 $t>0$，有 $A_1(x^0+t,y^0)+C_1(x^0+t,y^0)$

$$\leqslant B_2(x^0,y^0+t)+C_2(x^0,y^0+t) \qquad (13)$$

由于 x^0, y^0 是分别和 y^* 及 x^* 同时决定的，(13)式中的直观内容相对于前面的情形有所减弱。在这类情形中的某些情况下，根据总关注量而不是进一步关注的动力来思考问题也可能更为直观。

当 B 独立于 x 时，条件 $C_2(x^0,y^0)<0$ 便可确保 y^* 大于 y^0。在这一条件下，$y^*(x)$ 将处处大于 y^0。因而 $y^*(x^0)$ 也大于 y^0。这一点可以用图 3 来表示。当 B 既依赖于 x，又依赖于 y 时，条件 $C_2(x,y)<0$ 将意味着 $y^*(x)>y^0(x)$ 但仅有这一点并不能保证 $y^*(x^0)$ 大于 $y^0(x^*)$。用图 4 和图 5 给出了两种可能出现的困难情形。前一种情形是 $C_1>0$，从而 $x^0(y)>x^*(y)$。后一种情形则是 y^0 和 y^* 都是 x 的递增函数，而不是递减函数。这两类情形都会使 y^* 不能大于 y^0。

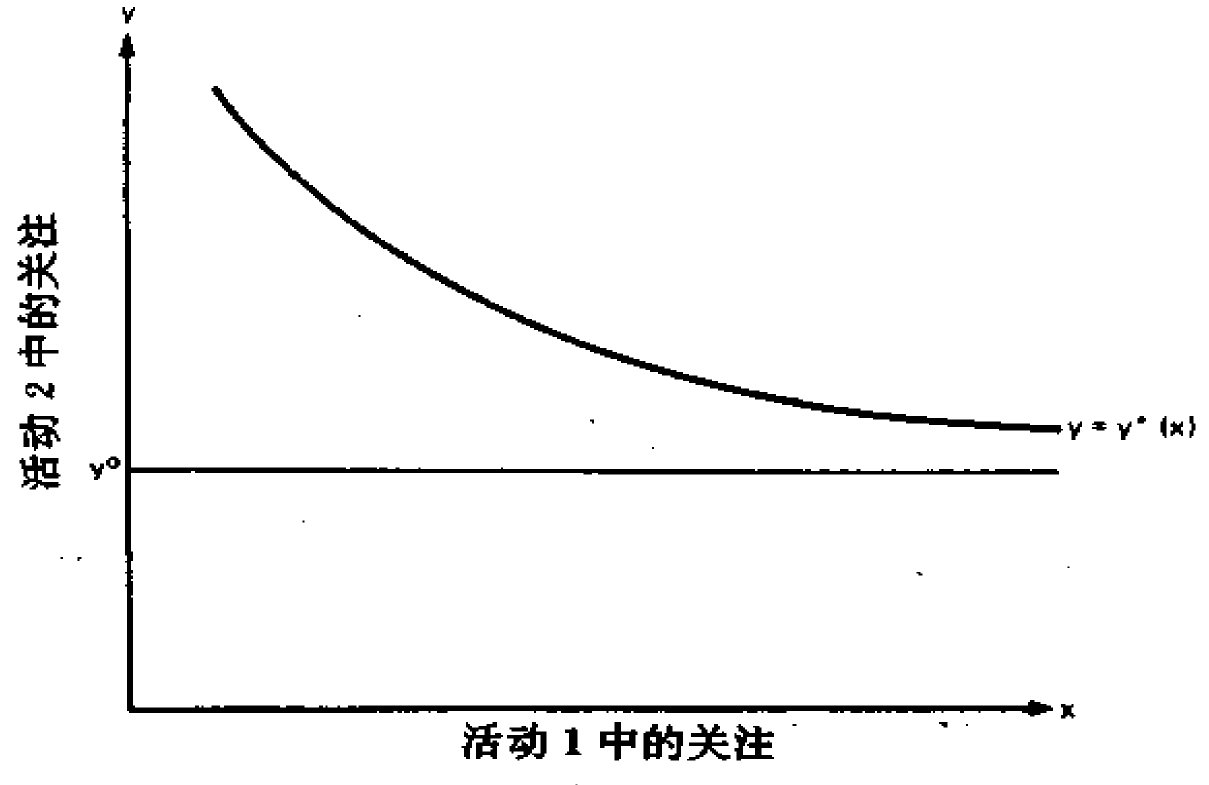


图 3　$\dot{B}$ 独立于 x

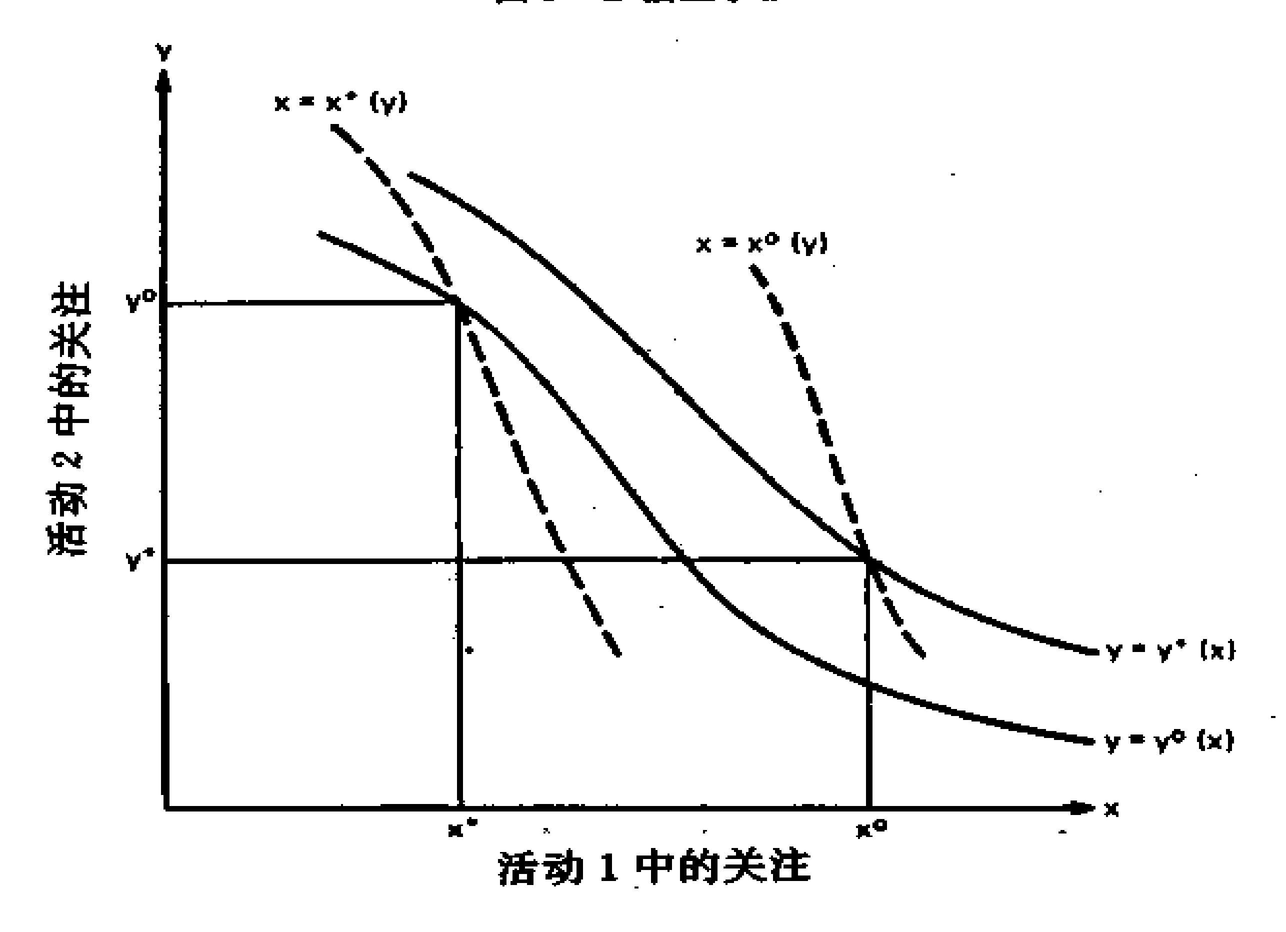


图 4　$x^0(y) > x^*(y)$

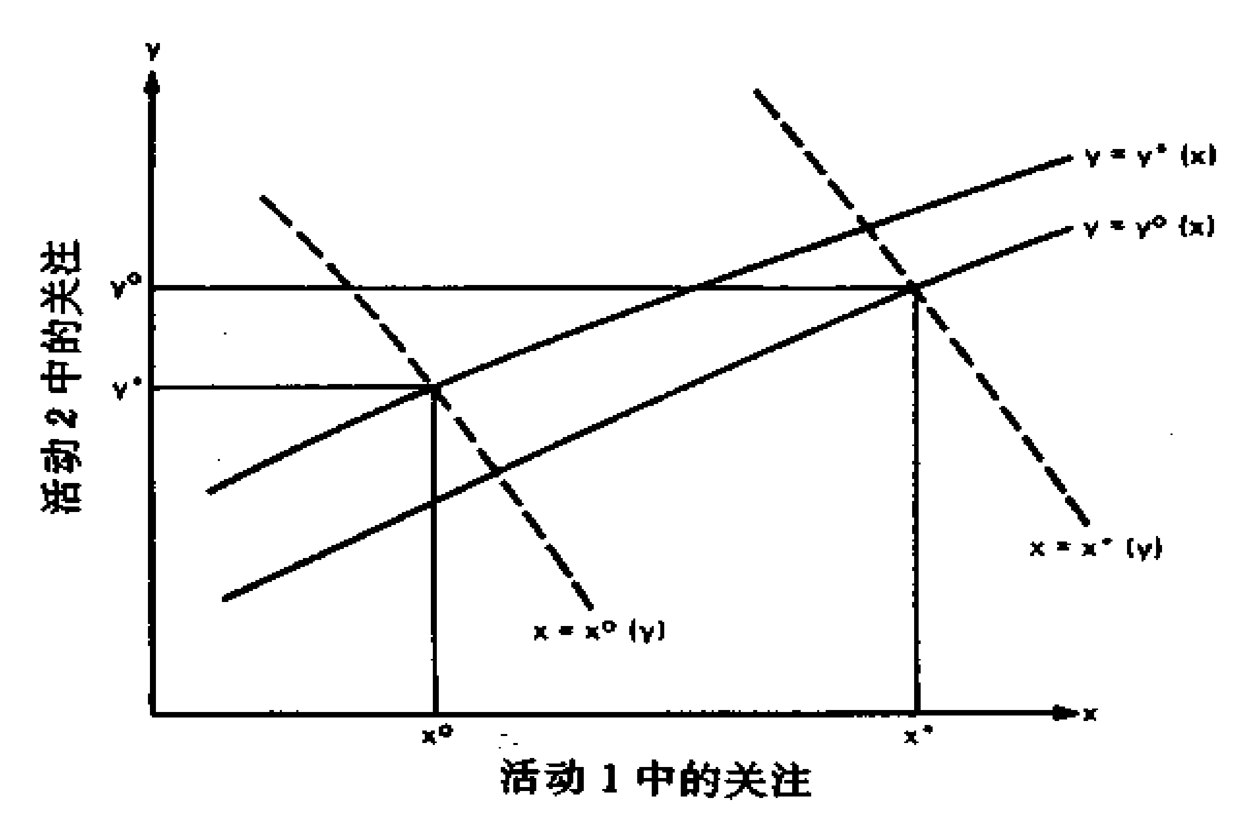


图 5　$y^0(x)$和 $y^*(x)$为增函数

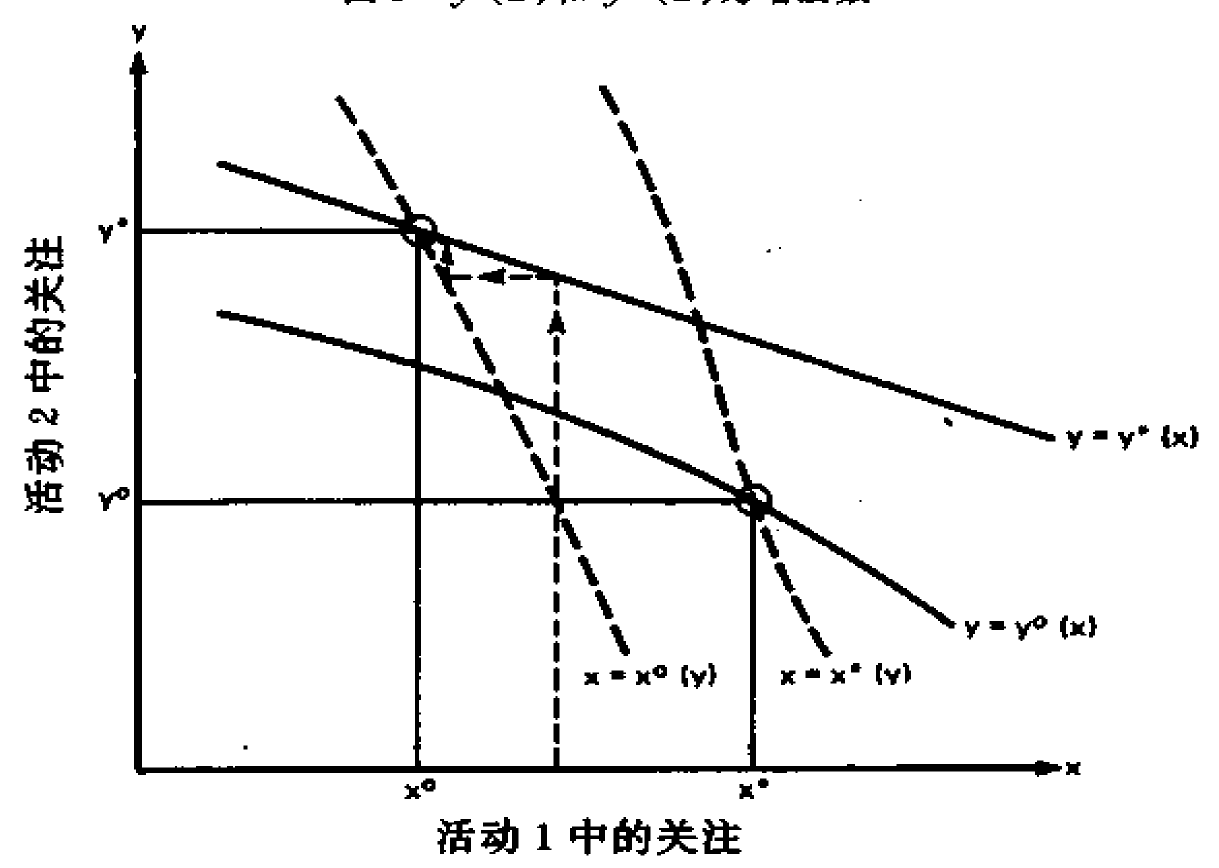


图 6　向均衡点收敛

下面我们来证明一个定理。这个定理考虑的是当 C 为 x 和 y 的减函数,即可转移成本在这两个变量上均递减时的情形。这种情形意味着,在 (x, y) 空间上,由反应函数 $x^*(y)$(给定 y 最小化 $A+C$),$x^0(y)$(给定 y 最小化 A),$y^*(x)$(给定 x 最小化 $B+C$)及 $y^0(x)$(给定 x 最小化 B)定义的四条曲线分布为:y^* – 曲线位于 y^0 – 曲线上方,x^* – 曲线位于 x^0 – 曲线右方。图 6 给出了其中的一种情形,即所有四个函数均随其自变量递减时的情形。代表均衡的两个点被画上了圈。

在图 6 所示的情形中,x – 曲线比 y – 曲线更陡。将这一情形视为稳定的情形是很自然的。根据两种活动不断对对方的行动作出反应而得到的一序列点将向均衡点收敛。更一般地,稳定性的充分条件为,对于所有的 x 和 y,有

$$\left|\frac{dx^*}{dy}\right|\left|\frac{dy^0}{dx}\right|<1, \quad \left|\frac{dx^0}{dy}\right|\left|\frac{dy^*}{dx}\right|<1. \qquad (20)$$

如图所示,y – 曲线斜率的绝对值应小于 x – 曲线斜率的绝对值。我们仅考虑具有这些特征的情形。

在图 6 中,$y^* > y^0$,而且很清楚,只要 y – 曲线是向下倾斜的,情形便会如此:这一点可以在下述定理的证明中被严格论证。

定理 3 当可转移成本在两个变量上均递减(即 $C_1(x, y) < 0$, $C_2(x, y) < 0$),而且均衡点是稳定的时,如果活动 1 在成本预防方面更为有效((9)式被满足),活动 1 具有更强的关注动力((13)式被满足),并且活动 1 中增加的关注具有外部经济($B_1(x, y^0) \leqslant 0$),以及下面四个条件之一成立的话,将责任分配给活动 1 便是更有效率的。[①] 这四个条件为:

---

① 若 $D \neq 0$,我们只须将 $B_1(x, y^0) \leqslant 0$)换成 $B_1(x, y^0) + D_1(x, y^0) \leqslant 0$,将 $A_2(x^0, y) \leqslant 0$ 换成 $A_2(x^0, y) + D_2(x^0, y) \leqslant 0$,将 $B_1(x, y^*) \leqslant 0$ 换成 $B_1(x, y^*) + D_1(x, y^*) \leqslant 0$,则定理仍将成立。

(i) $y^0(x)$是一个减函数；

(ii) $y^*(x)$是一个减函数；

(iii) 对于所有的 $s \geqslant x^0$, $\frac{y^*(x^0)-y^0(x^0)}{x^*(y^*)-x^0(y^*)}$

$$\geqslant \frac{y^0(s)-y^0(x^0)}{s-x^0}; \qquad (21)$$

(iv) 对于所有的 y, x, $A_2(x^0, y) \leqslant 0$, 且 $B_1(x, y^*) \leqslant 0$.

证明 我们先证明在假定(i), (ii)或(iii)下 $y^* \geqslant y^0$。正如我们已经看到的那样, (13)式意味着 $x^*-x^0 \geqslant y^*-y^0$。因而应用引理1便可完成这三种情形下的证明。最后, 我们证明 $y^0 > y^*$ 及条件(iv)可以直接得出定理的结果。

根据假定, $y^*(x) \geqslant y^0(x)$, $x^*(y) \geqslant x^0(y)$, 并且在均衡点上, x－曲线比 y－曲线下降得更快。因此, $y^0(x)$和 $x^*(y)$的交点 y^0 必须位于 $y^*(x)$的下方及 $x^0(y)$的右方。如果 $x^0(y)$不进入图7中的阴影部分, 则 $y^* \geqslant y^0$。由于 $x^0(y)$在每一个 y 上的值是唯一地确定的, 稳定性即意味着 $x^0(y)$不可能进入图7中的阴影区域。类似地, $x^*(y)$(从而 $x^0(y)$) 也不可进入图8中的阴影区域, 因而可以得出相同的结论。

现假定(iii)成立。由于 $y^*(x^0) > y^0(x^0)$, $x^*(y^*) \geqslant x^0(y^*)$, 点$(x^0, y^0(x^0))$和$(x^*(y^*), y^*)$之间具有如图9所示的关系。根据假定, 曲线 $y^0(x)$位于这两点之间连线的下方。因此, 根据稳定性条件, $x^*(y)$必须在 y^* 以下的 y 值上与 $y^0(x)$相交。从而 $y^0 < y^*$。

如果 $y^* < y^0$, 则根据 $C_1 \leqslant 0$, $C_2 \leqslant 0$, 可以证明 $x^* \geqslant x^0$。假定情形与此相反, 即 $x^* < x^0$, 则我们可以得到如图10所示的情形, y^*－曲线最终将向下倾斜, 因为它位于 y^0－曲线的上方。根据稳定性, x^0－曲线下降得更快, 而且由于 x^*－曲线过点(x^*,

y^0)，所以 x^0－曲线必须位于 x^*－曲线的右方。但是这破坏了 $C(x, y^0)$是 x 的减函数的假定。这一矛盾证明，如前所述，$x^* \geqslant x^0$。现假定(iv)成立。那么当 $y^* < y^0$, $x^* \geqslant x^0$ 时，

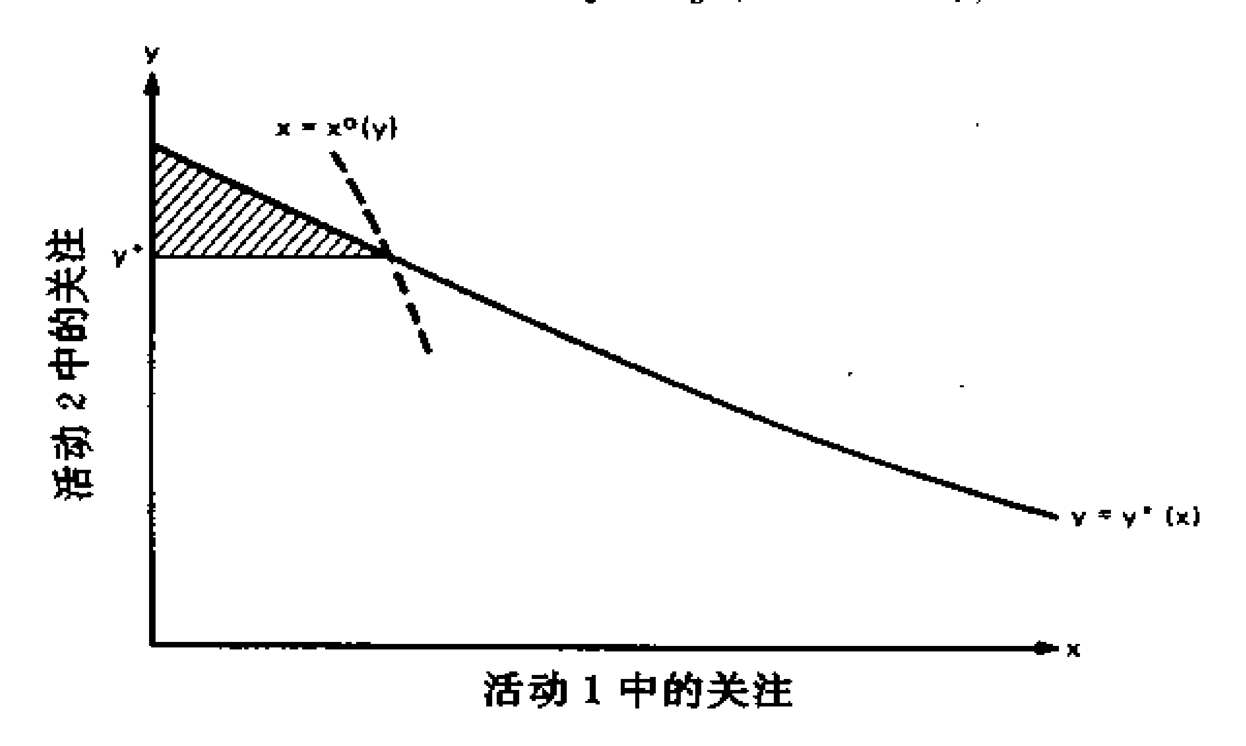


图 7 y^*是一个递减函数

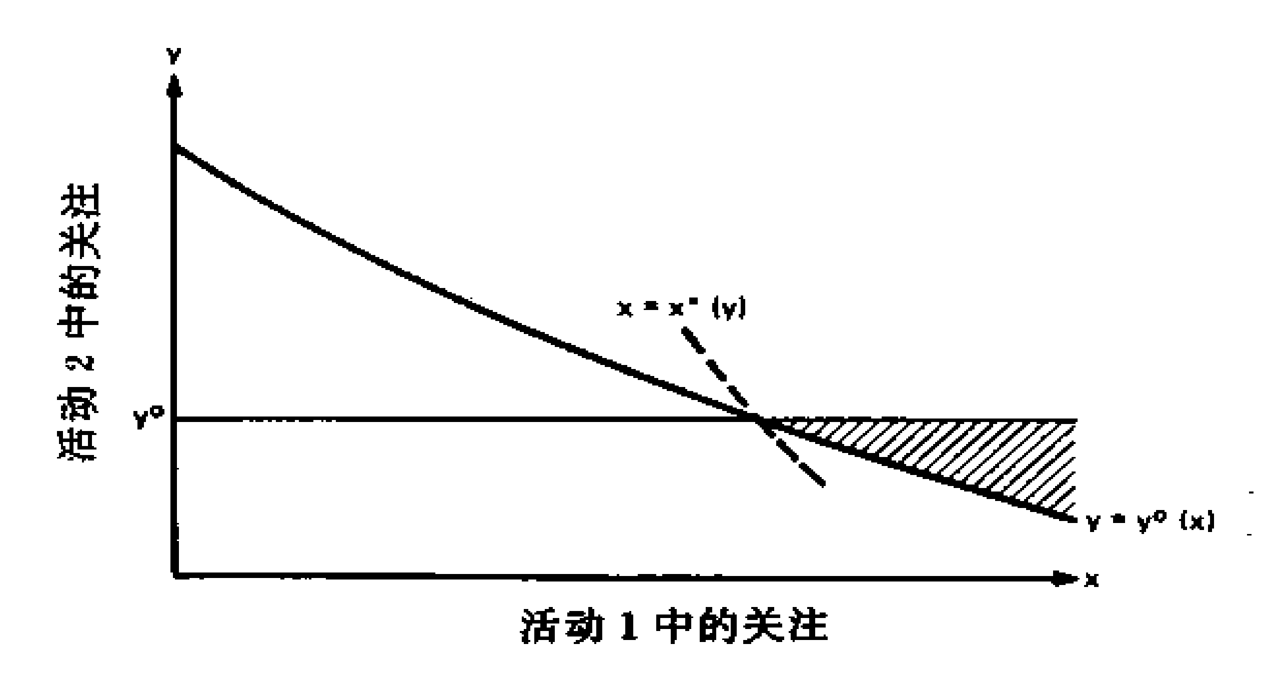


图 8 $y^0(x)$是一个递减函数

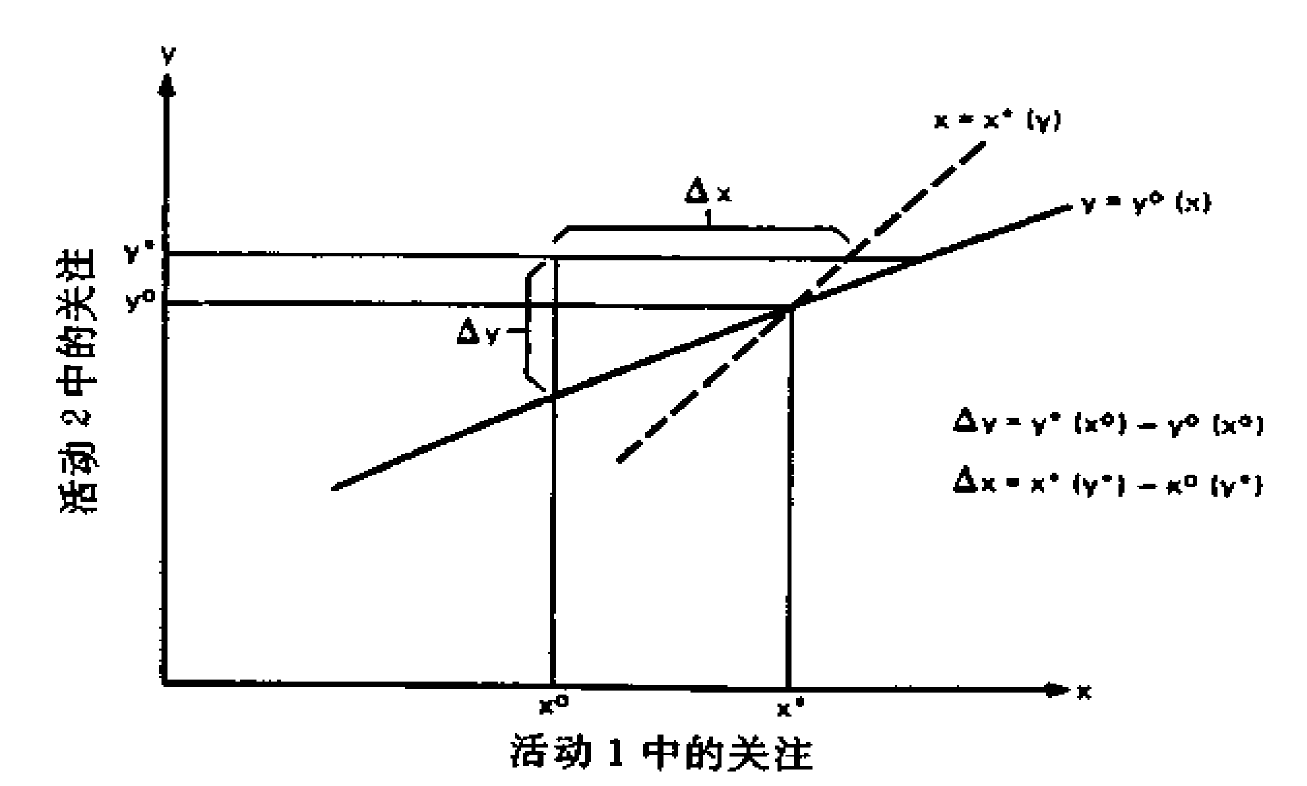


图 9 $\frac{\Delta y}{\Delta x} \geqslant \frac{y^0(x) - y^0(x)}{s - x}$

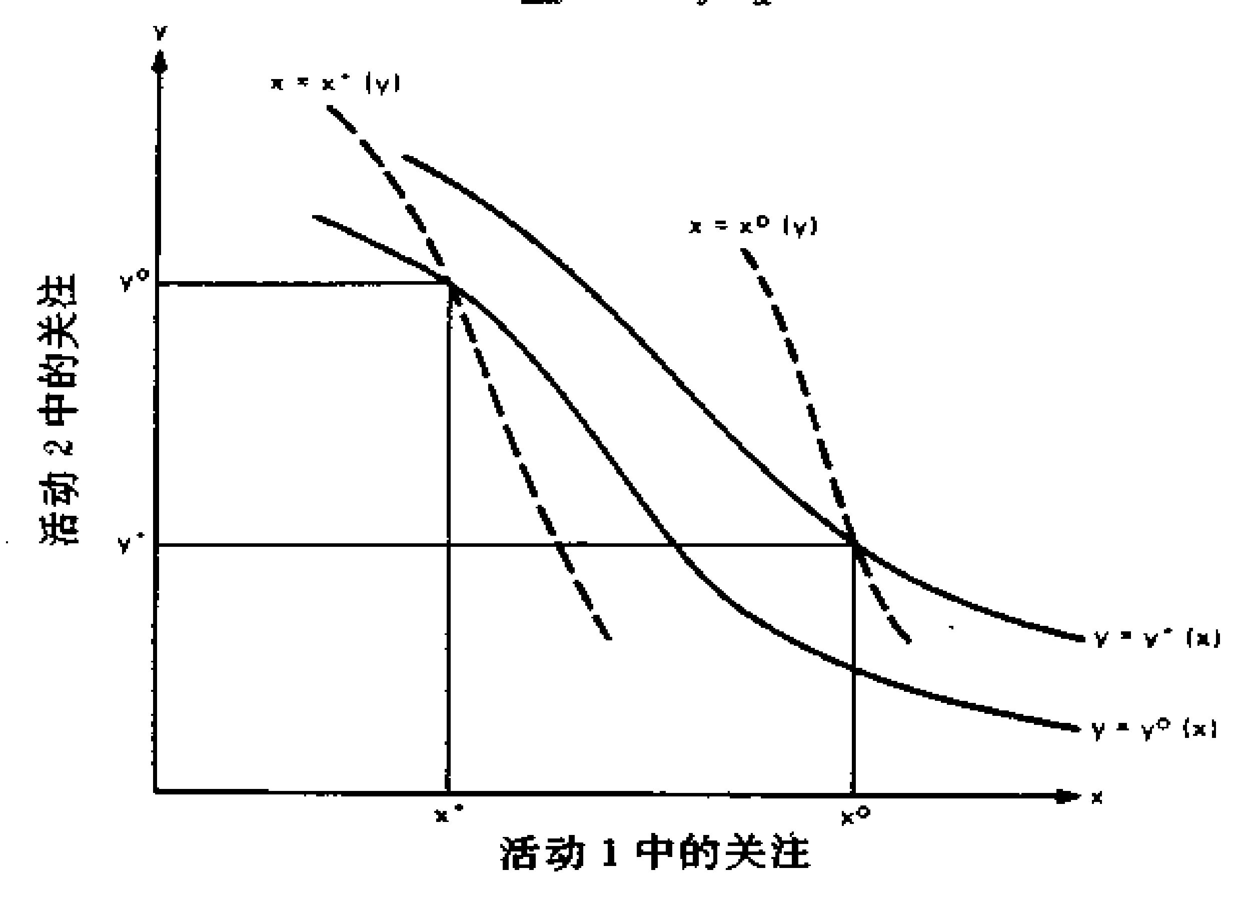


图 10 $y^* < y^0$，且 $x^* < x^0$

$S(x^0, y^*) \geqslant A(x^0, y^0) + C(x^0, y^0) + B(x^0, y^*)$，（原因在于 $A_2 \leqslant 0, C_2 \leqslant 0$）

$\geqslant A(x^0, y^0) + C(x^0, y^0) + B(x^*, y^*)$，（原因在于 $B_1 \leqslant 0$）

$\geqslant A(x^*, y^0) + C(x^*, y^0) + B(x^*, y^0) = S(x^*, y^0)$，

式中最后一个不等式是因为 x^* 最小化 $A(x, y^0) + C(x, y^0)$，y^0 最小化 $B(x^*, y)$。证明完毕。

定理 3 给出了三种确保 y^* 大于 y^0，从而可使用引理 1 的途径。一种活动中的关注会随另一活动中的关注增加而递减是一个很容易检验的假定，并且该假定经常是能够成立的。当然，如果要在 $y^0(x)$ 及 $y^*(x)$ 条件的背后作进一步的探讨，我们就需要对 B_{12} 和 $B_{12} + C_{12}$ 的符号进行规定：但是集中讨论供给曲线本身却更为直观。条件(iii)将关注供给曲线之间的距离和其中一条曲线的平均斜率进行了比较。在这一意义上说，它所讨论的是可转移成本转移(从而从 $y^0(x)$ 变动到 $y^*(x)$)的重要性，相对于活动 1 中的关注量作为活动 2 中的关注量的一个决定因素的重要性。条件(iv)表明，当所有外部性均为外部经济时，我们可以从有效性条件和激励条件这两个基本条件中得出想要的结果。在考虑存在外部不经济的复杂情形之前，我们先来看一个例子。这个例子有助于显示有效性条件的重要性，并可以作为下一节内容的一个引言。在下一节中，我们将正式讨论当不可转移外部性很小时有效性条件的近似有效性。

举例

考虑下述特定成本函数：

$$A = x^2 - 2axy,\ B = y^2 - 2bxy,\ C = -2c_1x - 2c_2y,$$
$$a, b, c_1, c_2 > 0, ab < 1. \qquad (22)$$

最小化 A 和 B，我们有

$$x^0(y)=ay,\ \ y^0(x)=bx \tag{23}$$

最小化 $A+C$ 和 $B+C$，我们有

$$x^*(y)=ay+c_1,\ \ y^*(x)=bx+c_2. \tag{24}$$

解两组方程 $x^*=x^*(y^0)$，$y^0=y^0(x^*)$ 及 $y^*=y^*(x^0)$，$x^0=x^0(y^*)$，

我们有：

$$x^*=c_1/(1-ab),\quad y^0=bc_1/(1-ab)$$

$$x^0=ac_2/(1-ab)\quad y^*=c_2/(1-ab) \tag{25}$$

将它代入总成本函数 $S(x,y)=x^2-2axy+y^2-2bxy-2c_1x-2c_2y$，我们有：

$$S(x^*,y^0)-S(x^0,y^*)=-(1-ab)^{-2}[c_1^2(1+b^2)-2c_1c_2(a-b)(1-ab)-c_2^2(1+a^2)],$$

当且仅当

$$c_1/c_2>(1+b^2)^{-1}[(a-b)(1-ab)+\sqrt{\{(a-b)^2(1-ab)^2+(1+a^2)(1+b^2)\}}], \tag{26}$$

上式为负数。

与此相对照，我们可以计算有效性条件

$$S(x^0+t,y^0)-S(x^0,y^0+t)=2t[(1+a+b)(\frac{ac_2-bc_1}{1-ab})-(c_1-c_2)],$$

对于正的 t 而言，当且仅当

$$c_1/c_2>[1+a+a^2]/[1+b+b^2], \tag{27}$$

该式为负数。

这个例子有一个奇特之处，即要么活动 1 比活动 2 更有效，或者活动 2 比活动 1 更有效。在更复杂的函数形式下，在某些参数区域内，有可能哪一项活动都不比另一项活动更有效。通过比较分别使两个总成本差为负值的参数区域，我们可以在一定程度上

了解仅由有效性条件得出的答案在多大程度上是正确的。大致说来。这两个标准将给出相同的答案，因为它们都表明，当

$$\frac{c_1}{c_2} > 1 + a - b + a^2 - ab + \text{高次项} \tag{28}$$

时，将责任分配给活动 1 可获得一个收益。

值得注意的是，即使在如此简单的一个例子中，严格标准(26)也显然是一个繁琐的公式。幸运的是，即使当不可转移的外部性很大时，确切标准(26)和有效性标准(27)之间的差别也可能并不显著。例如，若

$$a = \frac{1}{4}, b = \frac{1}{2},$$

则(26)式表明，当且仅当 $c_1/c_2 \geqslant 0.763$ 时，责任应分配给活动 1，而由有效性标准(27)得到的结果则是 $c_1/c_2 \geqslant 0.75$。如果 $c_1 = 3$，$c_2 = 4$ (从而 $c_1/c_2 = 0.75$)，则

$$S(x^*, y^0) - S(x^0, y^*) = 0.653,$$

因而将责任分配给活动 1 而不是活动 2 增加了 0.653 的总成本。事实上，这仅仅是一个微小的增加；如果 $c_1 = 2$，$c_2 = 4$ 则相应的数字将为 11.102。在下一节中，我们将探讨仅使用有效性标准可能产生的错误的大小。

要将定理 3 应用于这一例子中，我们还须考察(13)式。(由于 A_2 和 B_1 均为负值，定理 3 中的其他条件均可满足。)由(13)式计算可得，当

$$c_1/c_2 \geqslant \frac{1+a}{1+b} \tag{29}$$

时，活动 1 有更强的关注动力(该条件也正是使 $x^* + y^0 \geqslant x^0 + y^*$ 的条件。)定理 3 的条件在本例中的应用是以直接的方式体现出来的：当 $a > b$ 时，(27)即意味着(26)；当 $a < b$ 时，(29)则意味着(26)。这一点可以通过更冗长的计算加以证明。

6. 近似定理

我们现在来正式论证当不可转移外部性不太大时有效性条件将近似地给出正确的答案。令

$$A = F(x) + \epsilon G(x, y)$$
$$B = H(y) + \epsilon J(x, y), \qquad (30)$$

式中 ϵ 可被设想为一个小参数。我们将证明，由于使用简单有效性标准而导致的错误分配所增加的成本不可能大于 ϵ^2 阶。这一结果要大大强于看似合理的连续性猜想，即误差可能为 ϵ 阶。我们将证明，实际的均衡接近于承担责任的活动最小化社会成本时出现的均衡。有效性条件将正确地比较这两种理论上假设的均衡。正式地，我们有

定理 4 假设 $C_2<0$，且 A 和 B 如(30)所设，则只要活动 1 在成本预防方面比活动 2 更有效，就存在 $\epsilon_1>0$ 和 M，使得对于所有满足 $|\epsilon|\leqslant\epsilon_1$ 的 ϵ，有

$$S(x^*, y^0) - S(x^0, y^*) \leqslant M\epsilon^2.$$

证明 利用方程

$$S_1(\xi^*, \eta^0) = 0, B_2(\xi^*, \eta^0) = 0, \qquad (31)$$

确定 ξ^*, η^0；利用方程

$$S_2(\xi^0, \eta^*) = 0, A_1(\xi^0, \eta^*) = 0 \qquad (32)$$

确定 ξ^0, η^*。这样确定的关注水平是 ϵ 的连续函数。当 $\epsilon=0$ 时，$H'(\eta^0)=0, H'(\eta^*) = -C_2(\xi^0, \eta^*)>0$，因此 $\eta^*>\eta^0$。根据函数的连续性，存在 ϵ_2，使得当 $|\epsilon|<\epsilon_2$ 时，

$$\eta^* > \eta^0, \qquad (33)$$

如果活动 1 在成本预防方面比活动 2 更有效(对于某些满足 $|\epsilon|<\epsilon_2$ 的特定值来说)，则(9a)和(33)式意味着

$$S(\xi^0, \eta^*) \geq S(\hat{x}(\eta^*), \eta^0) \geq S(\xi^*, \eta^0). \tag{34}$$

我们通过考虑 $x(u)$和 $y(u)$来估计 $S(x^*, y^0)$和 $S(\xi^*, \eta^0)$之间的差。$x(u), y(u)$根据下式定义：

$$S_1(x, y) = uB_1(x, y), B_2(x, y) = 0 \tag{35}$$

式中 u 在 0 和 1 之间变动。注意到

$$\begin{aligned} x^* &= x(1), y^0 = y(1) \\ \xi^* &= x(0), \eta^0 = y(0). \end{aligned} \tag{36}$$

(35)式对 u 微分，我们有

$$(S_{11} - uB_{11})x'(u) + (S_{12} - uB_{12})y'(u) = B_1$$
$$B_{12}x'(u) + B_{22}y'(u) = 0.$$

由于据(30)式有，$B_1 = \epsilon J_1, B_{12} = \epsilon J_{12}$，上式意味着

$$[(S_{11} - uB_{11}) - (S_{12} - uB_{12})\epsilon \frac{J_{12}}{B_{22}}]x'(u) = \epsilon J_1 \tag{37}$$

$$y'(u) = -\epsilon \frac{J_{12}}{B_{22}}x'(u). \tag{38}$$

选择一个 ϵ_3，使得只要(u, ϵ)属于由$|\epsilon| \leq \epsilon_3, 0 \leq u \leq 1$ 定义的集合 E，方括号内的表达式就为正值。由于对于集合 E 中的(u, ϵ)，集合$(x(u), y(u))$是有界的，因而由(37)便可得，存在一个常数 M_1，使得

$$|x'(u)| < M_1|\epsilon|, \quad (u, \epsilon)\text{属于 } E. \tag{39}$$

然后，根据(38)和(39)可得，存在一个 M_2，使得

$$|y'(u)| < M_2\epsilon^2, \quad (u, \epsilon)\text{属于 } E. \tag{40}$$

根据(30)和(35)，由全微分得

$$\begin{aligned} \frac{d}{du}S(x(u), y(u)) &= S_1x'(u) + S_2y'(u) \\ &= \epsilon J_1 us'(u)^{①} + S_2y'(u), \end{aligned} \tag{41}$$

---

① 疑原文有误，似应为 $\epsilon J_1 ux'(u)$。——译者

在集合 E 上，$J_1 u$ 和 S_2 都是有界的，假定它们的边界分别为 M_3 和 M_4，则(39)，(40)，(41)意味着

$$\frac{d}{du}S(x(u), y(u)) \leqslant M_1 M_3 \epsilon^2 + M_2 M_4 \epsilon^2 = M_5 \epsilon^2. \tag{42}$$

对(42)从 0 到 1 进行积分，我们得(利用(36)式)

$$S(x^*, y^0) - S(\xi^*, \eta^0) \leqslant M_5 \epsilon^2, \quad |\epsilon| \leqslant \epsilon_3. \tag{43}$$

根据类似的方法，我们可以找到 $\epsilon_4 > 0$ 及 M_6，使得

$$S(x^0, y^*) - S(\xi^0, \eta^*) \geqslant M_6 \epsilon^2, \quad |\epsilon| \leqslant \epsilon_4. \tag{44}$$

令 $\epsilon_1 = \min(\epsilon_2, \epsilon_3, \epsilon_4)$，$M = M_5 + M_6$，则不等式(34)、(43)和(44)意味着

$$S(x^*, y^0) - S(x^0, y^*) \leqslant M\epsilon^2, \tag{45}$$

式中 ϵ 为任意满足 $|\epsilon| \leqslant \epsilon_1$ 的数值，并且活动 1 比活动 2 在成本预防方面更有效。证明完毕。

注意，虽然活动 2 造成的不可转移的外部性并不影响定理 1，但是与 G 相乘的 ϵ 和与 J 相乘的 ϵ 都出现在证明中，借用马林沃德(*Malinvaud*)在另外情形中的术语，人们也许可以说，我们的问题具有二阶有效性等价(*second - order effectiveness - equivalence*)。由此看来，在决定什么是有效率的责任分配时，我们有理由将简单有效性标准作为一种方便的，误差可以忍受的检验标准来加以强调。

7. 与度量单位无关的方法

在定理 1 的讨论中，我们曾引入一种不同的成本有效性定义。这一定义不必要求 x 和 y 是以可比单位度量的：

存在 $\hat{x}(y)$，使得对于所有的 $y > y^0$，有

$$S(\hat{x}(y), y^0) \leqslant S(x^0, y). \tag{9a}$$

由于许多问题并不是自然地以可比单位来加以定义，因而继续探讨这一方法也许是值得的(它还能带来一个意想不到的好处)。条件(9a)显然不依赖于 x 和 y 的度量单位。这是条件(9)所不具备的优点。

为了得到一个像定理 3 那样的定理，我们需要找到一个像条件(13)那样的关注动力条件。显然，下面的假定是充分的：满足(9a)的函数 $\hat{x}(y)$，同样满足：对于所有的 y，有

$$A_1(\hat{x}(y), y^0) + C_1(\hat{x}(y), y^0) \leqslant B_2(x^0, y) + C_2(x^0, y). \tag{13a}$$

将(9a)和(13a)结合起来，我们可以把条件描述为：对于活动 2 中高于自我保护水平之上的任何关注增加量，活动 1 中都存在某一关注增加量，可使得社会成本更低，并使进一步增加关注量在活动内产生的边际收益更大。但是这一条件不具有这种一般性方法的优点，因为导数的大小依赖于度量单位。为了发展出一个不依赖于度量单位的条件，我们将发展出另外一种方法，来比较增加关注在每种活动内带来的边际收益。

让我们来比较关注变化对活动内成本和活动外成本的影响。我们将 $\alpha(x, y)$ 定义为

$$\alpha(x, y) \equiv -\frac{A_1(x, y) + C_1(x, y)}{B_1(x, y)}. \tag{46}$$

当活动 1 承担责任时，分子即为自身成本对关注的导数，分母则为他方成本对关注的导数。负的这一比率代表为带来 1 单位他方成本变化而需求的活动内的成本变化。所以我们可以很自然地将 α 称为利他边际成本(*Marginal cost of altruism*)。上面这个成本反映的是活动 1 承担责任的情形。当责任由他方承担时，另一个可选择的定义是合适的。类似地，我们可以在假定活动 1 承担责任

的条件下对活动 2 定义同样的概念：[1]

$$\beta(x,y)\equiv-\frac{B_2(x,y)+C_2(x,y)}{A_2(x,y)}, \tag{47}$$

为避免显而易见的复杂性，我们假定对于所有 x, y,

$$A_2(x,y)\neq 0, B_1(x,y)\neq 0. \tag{48}$$

显然，这一假定排除了外部性符号逆转及不存在外部性的情形。

我们现在来考虑这样一种情形：在利他边际成本被降低的同时，社会成本也可以被降低。如果存在 $\hat{x}(y)$，使得对于所有 $y>y^0$，有

$$S(\hat{x}(y),y^0)\leqslant S(x^0,y),$$

且

$$\alpha(\hat{x}(y),y^0)\leqslant\beta(x^0,y), \tag{49}$$

我们就说活动 1 在成本预防方面具有强有效性。应用这一条件我们还可得到一个令人愉快的意外收获，即不必再假定 $B_1\leqslant 0$。为了正式地描述这一结果，我们陈述并证明与引理 1 相似的引理 2。

引理 2[2]　如果

(i) 活动 1 在成本预防方面强有效于活动 2，即(49)式成立；

(ii) $y^*\geqslant y^0$.

则将责任分配给活动 1 是更有效率的。

---

① 当 $D\neq 0$ 时，我们可以定义 $\alpha=-(A_1+C_1)/(B_1+D_1)$，$\beta=-(B_2+C_2)/(A_2+D_2)$，并得到正文中所描述的结果。

② 下面是引理 2 的一种变形，它以 x^* 和 y^* 为参照点。

引理 2′：如果

(i) 对于所有 $x\leqslant x^*$，存在 $\hat{y}=\hat{y}(x)$，使得

$S(x^*,\hat{y})\leqslant s(x,y^*)$，且 $\beta(x^*,\hat{y})\leqslant\alpha(x,y^*)$，

(ii) $x^0\leqslant x^*$；

则将责任分配给活动 1 是更有效率的。

它的证明与引理 2 相似。

这一引理假定，活动 2 可补偿活动 1 中减少的关注。而不必将其利他边际成本增加到另一活动中的利他边际成本水平之上。

证明　将强有效性定义应用于 y^*，则有

$S(x^0, y^*) \geqslant S(\hat{x}(y^*), y^0)$，及 $\alpha(\hat{x}(y^*), y^0) \leqslant 0$，原因在于 $\beta(x^0, y^*) = 0$.

$\alpha(\hat{x}(y^*), y^0) \leqslant 0$ 意味着 $A_1(\hat{x}(y^*), y^0) + C_1(\hat{x}(y^*), y^0)$ 和 $B_1(\hat{x}(y^*), y^0)$同号。因此，如果 $B(x, y^0)$是 x 的减函数，就有 $\hat{x}(y^*) \leqslant x^*$；如果 B 是一个增函数，则有 $\hat{x}(y^*) \geqslant x^*$。在这两种情形下，都有

$$B(\hat{x}(y^*), y^0) \geqslant B(x^*, y^0). \qquad (50)$$

因此，我们有

$$S(x^0, y^*) \geqslant S(\hat{x}(y^*), y^0)$$

$$\geqslant [A(\hat{x}(y^*), y^0) + C(\hat{x}(y^*), y^0)] + B(x^*, y^0) \quad \text{(据(50)式)}$$

$$\geqslant [A(x^*, y^0) + C(x^*, y^0)] + B(x^*, y^0)$$

$$= S(x^*, y^0).$$

证明完毕。

有了这一引理之后，将(9)、(13)及 $B_1 \leqslant 0$ 全部替换成(49)，也能够推导出和定理 3 相同的结果。特别地，如果活动 1 中增加关注会使活动 2 中关注减少，强有效性便是将责任分配给活动 1 的充分条件。

8. 外部不经济

我们前面所关注的情形是，可转移成本在两个变量上均递减($C_1 < 0$, $C_2 < 0$)，而且不可转移成本也随着他方的关注增加而递减。但是其中的第一个条件在分析中并不构成一种严重的限制。只要可转移成本在每个变量上都是单调变化的，我们就可以通过对变量的定义来使该条件得以满足。(也就是说，若 C 是递增的，我们便可以从负面来衡量所考察的变量。)对于被我们称为关注的

这一变量来说，这种度量方法看来是合适的。但是当可转移外部性和不可转移外部性不同号，如 $C_1 \leqslant 0, B_1 > 0$（以及和定理 3 中的条件(iv)相关的 $C_2 \leqslant 0, A_2 > 0$）时，定理 3 便会遇到很大的困难。在这种情形下，关注增加可使可转移成本减少，但却使不可转移成本增大。虽然对于那些影响事故概率的关注变量来说，这种情形将不大可能出现；但是对于那些有事故一旦发生时将影响事故的严重性的变量来说，这并不是一种完全不合理的假定。

就定理 3 的情形而言，超额供给条件意味着关注将在 $x^0 + y^* - y^0$ 水平上有一个增加，但是当 B 在 x 上递增时，这又会涉及到一个增加成本的因素。通过集中讨论利他而不是讨论关注，第 6 节[①]中的模型避免了这一问题。当关注增加使他方成本增加时，利他条件意味着在从 $\hat{x}(y^*)$ 到 x^* 的移动中，关注被减少了。

9. 几点评论

在最简单的情形中，最低成本预防者的决定方式是人们很容易预料得到的。只要找出了对总成本影响更大的决策者，也就找出了能导致更有效率的均衡的责任承担者。但是，这种决定责任分配的方式还需要某些能说明某一活动中的支出比另一活动中的支出更有效的经验证据。如果除了成本被分配的那些外部性之外，还有其他的外部性，则情形就要复杂多了。我们找出的确认最低成本预防者的充分条件在数目上也增多了，并且更难以从经验上加以检验。但是这并不太让人感到不安，因为无须审慎的经验研究便可对复杂的政策问题作出回答的情形是十分罕见的。当一般问题过于复杂时，人们可能不得不满足于根据在特定情形中估

① 这里似应为第 7 节。——译者

计出来的函数进行直接计算。但是更一般的结果，如果能够得到的话，仍是有价值的，特别是像本文的情形这样，有许多可能的应用前景的时候。如果没有一般的定理，我们就要被估计出的模型的偶然特征所摆布，因为我们不知道，模型的哪些方面对于手头的问题是最重要的。一般定理，及其论证过程，可以深化对问题的理解，从而培养出某种程度的对实际情形有直观认识。它们可以将我们的注意力引导到那些需要清晰地陈述的经验性意见及应该进行的度量上来。

因此，当情形在定理 2 处明显地变得十分复杂的时候，我们本来可以停止我们的分析(而且读者也许实际上已经不再注意后面的分析了)，但是我们相信继续寻求虽然不如定理 1 那样简洁的结果是值得的。我们热衷于继续这项工作的部分原因在于，我们感觉到许多经济(及法律)问题都可以在这一框架内卓有成效地加以分析，因而从不同方面对基本模型加以阐释也许是有用的。[①] 下面我们先用一个例子来重新阐述基本结果。然后在本节的其余部分，我们将描述同样可以纳入这一框架的另一类问题，并且考虑某些具体的例子。

举例 我们来考虑火车和卡车在水平交叉口上的事故。事故的概率和严重程度随双方安装的制动器的质量而递减。假定卡车在这些事故中遭到了损失，而火车没有。假定卡车所有者承担所有的事故成本，而我们考虑的则是将责任转移给铁路公司，并且损失额的测定恰好能对卡车司机进行完全的补偿。[②] 在这一情形

---

① 某些分配决定，如每年行驶的英里数，并不受反映特定事故发生时行为的适当的关注标准的约束。因此，即便过失制的过失制度和严格责任制的过失制度对那些受适当关注标准约束的变量来说没有什么不同，它们也会对这类不受适当关注标准约束的变量产生不同的影响。因而要比较这两种制度就要进行和本文相似的分析。

② 由于制动器对于避免其他类事故也是有用的，所以我们不假定不承担责任的一方支出为零。我们忽略了这些事故概率减少对其他方的外部性。

中，定理1可以适用。责任转移减少预期社会成本的条件为：不管改善卡车制动器的支出水平为多少（超过卡车司机不承担事故成本时的水平）它所导致的总预期社会成本均超过通过某一水平的火车制动器支出所达到的总预期社会成本（假定卡车制动器质量回到自我保护水平，即不承担事故成本时的水平）。在双方都会对变化了的财务激励作出理性反应的情况下，这显然是人们可望实际达到的最低成本水平。当然，这仅仅是有必要进行责任转移的充分条件，而不是必要条件。

现在让我们把故事变得更复杂一些，假定有一个由普通收入资助的全国健康保险计划。这样原来的情形便有了些变化，对司机不再支付其医疗费（从而在他们的决策中也就忽略了这些成本），但他们仍须承担所有其他成本。假定通过责任转移，铁路公司对司机经受的损失进行补偿，而政府则支付医疗费。此时的情形就和定理2的描述相对应。为了证实责任转移将增进效率，我们必须验证上一段中所描述的有效性条件。此外，我们还必须验证关注动力条件——即我们可以找到一个在火车制动器上的支出水平，它将完全抵消卡车司机制动器支出的减少，从而使社会成本降低，并且在这一支出水平上，铁路公司具有进一步增加支出的私人动力（假定他们承担责任的话）。这些信息确实比我们在前一种情形下所需要的信息更难以验证。

现在让我们假定，火车在这些事故中也遭受了损失，并且由铁路公司承担这些成本。[①] 此时我们所处的就是定理3所描述的情形。但是由于我们假定，如果成本转移的话，卡车司机便获得完全的补偿，因而我们不必验证任何更进一步的条件。在完全补偿的

---

① 如果是卡车司机补偿铁路公司，而我们考虑的则是所有这些成本的转移，我们就又回到了前面的情形。

条件下，司机的支出不依赖于火车制动器的质量。因为我们处理的是外部经济的情形（被转移的成本随卡车制动器的质量而递减），并且假定均衡是稳定的，所以我们可以确信，当司机不承担责任时，其支出将下降。

为了引入定理3所处理的复杂情形，我们只需加上一个合理的假定，即事故补偿是不精确的（就预期值而言）。其原因可能是由于在损失的度量方面存在着系统性的偏差，也可能是因为责任只是部分地转移，比如只对损失的工资及支付的费用进行补偿，而不对精神及肉体上的痛苦进行补偿。在我们所描述的这一情形中，下面两个假定都仍是合理的：第一，不管责任如何分配，卡车制动器的质量均随火车制动器的改善而下降；第二，所有外部性都是外部经济。这些假定中的任何一个成立，即可使定理3成立。

为了将涉及到外部不经济的复杂情形引入到讨论中来，让我们将讨论的对象从制动器质量转移到火车头正面的设计上来。假定通过某些花费成本的设计变化，可以减少对卡车的损害，但是同时增加对司机的损害。如果我们转移的仅仅是卡车的财产损失成本，则这些设计变化将降低被转移成本，但同时既增加工资损失（由司机承担），又增加医疗费（由政府承担）。这时定理3将不适用，但是如果在经验是可以证实的，则强有效性条件仍可以给出结论。显然，可能的情形是非常之多的，对于不同事故情形的审慎研究在预示最有用的理论进展方向上将大有用场。现在让我们转向一种完全不同的情形，在这些情形中，我们的模型也是很有用途的。

扩展　即使在存在交易的情形中，分配决定也常常是在交易机会确切决定之前作出的。也就是说，分配决策是根据对交易机会实现的预期作出的。有时市场被定义为足够完善，以致交易机

会可被视为独立于任何特定的其他个体的行为。有时交易是由于相同当事人之间的重复交易而形成的持续关系。否则，一个为未来的市场而投入资源进行生产的个体将处于一种外部性情形中。根据假定，他不是在交易进行之前谈判，而是在交易之前作出资源分配决策，而这些交易对其他人来说又是重要的。任何改变交易收益分配的规则，都将改变各方在交易发生之前的配置决策。因此便出现了这样一种情形，它和模型中一样，不可能使未来交易各方都作出有效率的事前配置决策。交易收益的分配只能是在某些交易者的动力和其他交易者的动力之间进行权衡取舍。

作为一个极端的例子，考虑这样两种活动，一种是在沙漠中徒步旅行，一种则是在沙漠中驾车行驶(两种均是消费性活动)。假定徒步旅行者有一个迷路的概率，而迷路的徒步旅行者又有一个被某一驾车者搭救的概率。因此搭救概率即取决于徒步旅行的频繁程度，也取决于驾车行驶的频繁程度。(假定搭救的概率充分地小，以致我们可以忽略两个驾车者碰到同一徒步旅行者的概率。)假定任何被发现的迷路者实际上都将获救。获救代表的是一个由于偶然相遇而获得的很大的消费者剩余。(这和事故正好相反。)

由于获救时签订的任何合约都不会由法院来执行，所以徒步旅行者将保有他的消费者剩余。这样我们便得到了恰当的在沙漠中徒步旅行的动力，但是在沙漠中驾车行驶的动力则太弱了。如果这类合约是可以执行的，消费者剩余便会归到驾车者一方，从而为驾车行驶提供恰当的激励，但是对徒步旅行的激励又会过小。[①]这种消费者剩余分配的效率含义显然适合用前面描述的模型来分析。

---

① 这些结论与波斯纳[7]，p.49的结论不同。尽管波斯纳考虑的是与此相同的情形。

这个例子显然是一种极端情形，对它来说，除了某一特定的交易之外，便是根本不存在交易。在一个完全的市场上，某一特定交易并不会带来消费者剩余，因为第二好的选择便是同另外一个人以相同的条件进行相同的交易。在有必要寻找交易机会的不完全的市场上，通常会有与特定交易相联系的消费者剩余。因而影响该消费者剩余分配的法律规则也由于预计到交易(及寻找)对行为具有配置含义。[①] 根据同样的道理，没有哪种仅仅涉及到当事方之间转移的规则可能导致一种有效率的分配。我们前面所考虑的模型也许能揭示出与不同规则下的不同结果的效率比较相关的某些问题。

附录

在正文中，处理 S 的不对称性的方法是，衡量一个给定点上的关注与点(x^0, y^0)上的关注之间的差别，因为(x^0, y^0)被证明对该问题来说是一个很方便的原点。但是，在某些情形中，要决定 x^0 和 y^0 的值也许是非常困难的。在注解 14 中，我们给出了一种避开这一问题的方法，也就是确认一个强得多的条件，该条件充分蕴含着我们所用到的不对称条件。另一种方法，也就是我们在这里要介绍的方法，是检验相对于任意一点——该点即充分原点——的不对称条件。当关注变量代表支出，并且从零支出点上开始衡量时，这种方法尤其适合。

这种不对称性的定义为：

$$\text{对于 } s>t\text{，有 } S(s,t)\leqslant S(t,s). \qquad \text{(A1)}$$

(A1)为注解(14)中的条件(9c)所蕴含，但要比后者弱得多，我们

① 在国际贸易中，进入某一特定国家的市场的规则可能变化，此时类似的分析也可能是适合的。

将给出根据这一假定，以及其他假定，来证明将责任分配给活动 1 更有效率的定理。和在正文中一样，当所有外部性都可以转移时，我们可以得到一个简单的结果。

定理 5 如果 A 独立于 y，B 独立于 x，且 $D=0$，并有

(i) $A'(s)\geqslant B'(s)$ （对于所有 s）

(ii) $C(x,y)$ 为 y 的递减函数

(iii) $S(s,t)\leqslant S(t,s)$ $(s>t)$，

则将责任分配给活动 1 是更有效率的。

证明 (i) 意味着 $y^0\geqslant x^0$，因为它意味着 $A'(y^0)\geqslant 0$，(ii) 意味着 $y^*>y^0$。因此 $y^*>x^0$，再根据(iii)，有

$$\begin{aligned}S(x^0,y^*)&\geqslant S(y^*,x^0)\\&=A(y^*)+C(y^*,x^0)+B(x^0)\\&\geqslant A(y^*)+C(y^*,y^0)+B(y^0),\end{aligned}$$

最后一个不等式成立，是因为 $y^0\geqslant x^0$，且 y^0 最小化 B。但是 x^* 又最小化 $A(x)+C(x,y^0)$，所以我们有

$S(x^0,y^*)\geqslant S(x^*,y^0)$。证明完毕。

当 A 依赖于 y 时，我们就碰到和前面一样的问题，即上述证明过程的最后一步行不通。为了继续进行进一步的讨论，我们首先来弄清楚关注水平不等式能为我们提供些什么。

引理 3 如果

$$\left.\begin{aligned}&\text{(i) } A+C \text{ 及 } D \text{ 是 } y \text{ 的非递增函数，且 } y^0\geqslant x^0;\\&\text{(ii) } B \text{ 和 } D \text{ 是 } x \text{ 的非递增函数，且 } x^*\geqslant y^*;\\&\text{(iii) 当 } s>t \text{ 时，} S(s,t)\leqslant S(t,s)\text{，且 } y^*\geqslant x^0.\end{aligned}\right\}\quad (A2)$$

引理 3 的变形 (i)，(ii)，(iii)中的任何两个假定同时向相反的意义上变化都不会影响结论。

引理 3 的证明

$S(x^0,y^*)\geqslant S(y^*,x^0-)$， 根据(iii)

$$= [A(y^*, x^0) + C(y^*, x^0)] + B(y^*, x^0) + D(y^*, x^0)$$

$$\geqslant [A(y^*, y^0) + C(y^*, y^0)] + B(x^*, x^0) + D(x^*, y^0),$$

根据(i)和(ii)

$$\geqslant [A(x^*, y^0) + C(x^*, y^0)] + B(x^*, y^0) + D(x^*, y^0).$$

式中的最后一个不等式是根据两种活动中的最小化选择而得出的。由此我们有

$S(x^0, y^*) \geqslant S(x^*, y^0)$，　证明完毕。

为了得到一个让人满意的定理，我们必须找出蕴含着关注水平不等式的条件。作为一个例子，我们来考察正向反应的情形，即 $x^*(y), x^0(y), y^*(x), y^0(x)$ 均为增函数的情形，并且假定稳定条件(20)得到了满足。

在图 A1 中，我们通过将 x^*－和 y^*－曲线①关于 45°线进行反射来比较 y^0 和 x^0，以及 y^* 和 x^*。被反射后的曲线用虚线标出。很显然，若曲线关系如图所示，即

$$x^0(s) \leqslant y^0(s) \tag{A3}$$

且

$$y^*(t) \leqslant x^*(t), \tag{A4}$$

将足以保证有

$$y^0 \geqslant x^0, x^* \geqslant y^*.$$

(A3) 由下述关于 A、B 的条件所蕴含：

$$B_2(s, t) \leqslant A_1(t, s); \tag{A5}$$

因为 $A_1(x^0(t), t) = 0$，所以据(A5)就有 $B_2(t, x^0(t)) \leqslant 0$；又因为 $B(t, y)$ 为凸函数，且当 $y = y^0(t)$ 时有最小值，所以 $y^0(t) \geqslant x^0(t)$。类似地，(A4)可由下述条件导出：

$$A_1(s, t) + C_1(s, t) \leqslant B_2(t, s) + C_2(t, s). \tag{A6}$$

① 似应为 y^0－曲线。——译者

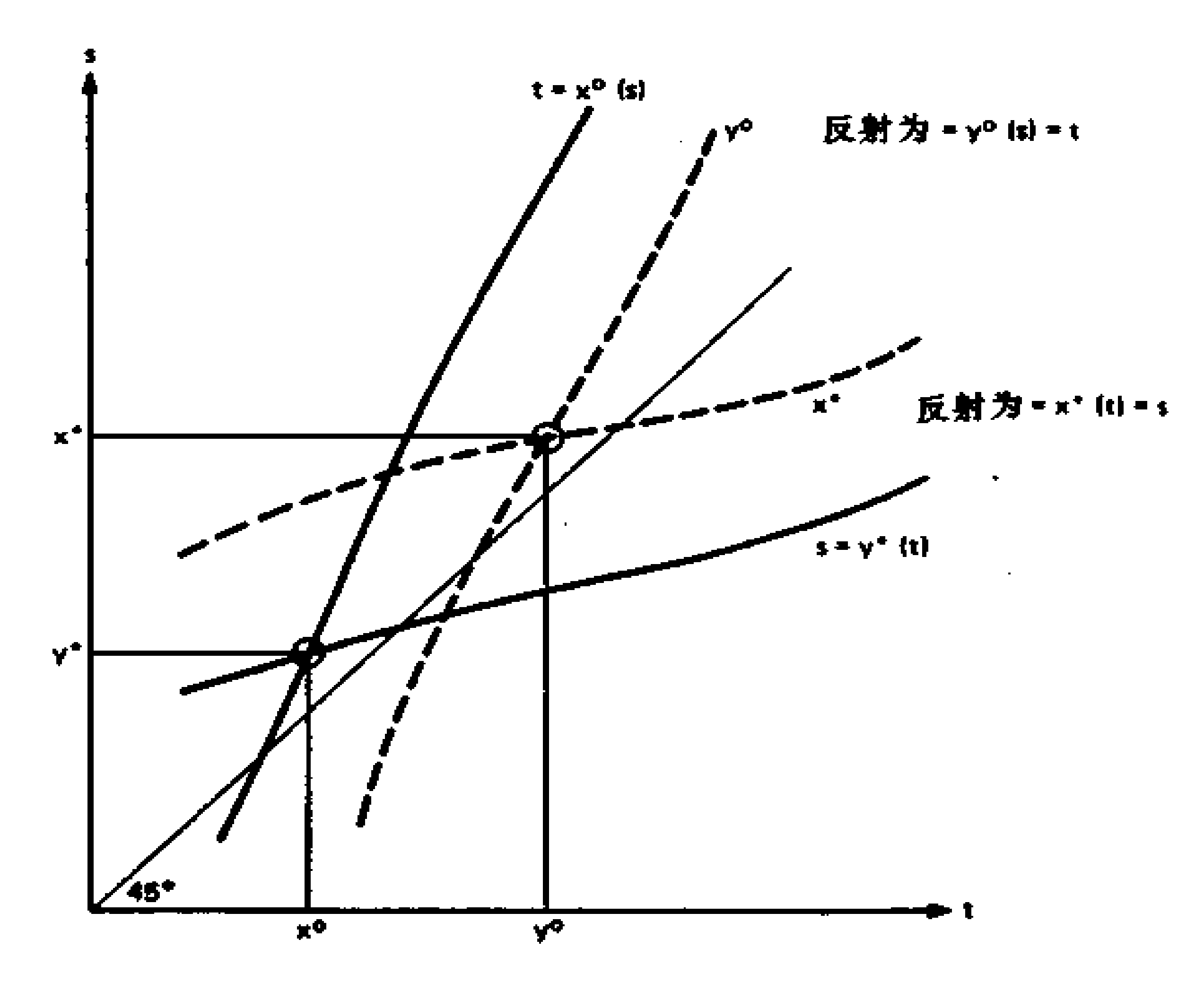
(A5)和(A6)规定了两种活动之间的某些不对称性。

为了得到剩下的一个不等式，即 $y^* \geqslant x^0$，我们必须找出确保点(x^0, y^*)位于45°线上方的条件。下述条件便足以保证这一点：

$$\text{对于 } s > t\text{，有 } A_1(s,t) \geqslant B_2(t,s) + C_2(t,s), \tag{A7}$$

该条件意味着，对于所有使得 $x^0(t) > t$ 的 t，都有

$$y^*(t) \geqslant x^0(t). \tag{A8}$$



图A1 $x^0(s) \leqslant y^0$，且 $y^*(t) \leqslant x^*(t)$

特别地，如果 $x^0 = x^0(y^*) > y^*$，且 $t = y^*$，则有

$$y^*(t) < y^*(x^0) = y^*, \tag{A9}$$

因为反应曲线 y^* 是正向的。将(A8)和(A9)结合起来，我们发现，

$x^0 > y^*$意味着 $x^0 \leqslant y^*(t) < y^*$，这是一个矛盾。因此正如我们所言，(A7)意味着 $x^0 \leqslant y^*$。

我们将这些结论表述如下：

定理6 令所有反应曲线均为正向的。若下述条件成立，则将责任分配给活动1是更有效率的：

(i) $A + C$ 和 D 是 y 的非递增函数，且

$$A_1(s, t) \geqslant B_2(t, s); \quad \text{(A5)}$$

(ii) B 和 D 为 x 的非递增函数，且

$$A_1(s, t) + C_1(s, t) \leqslant B_2(t, s) + C_2(t, s); \quad \text{(A6)}$$

(iii) $S(s, t) \leqslant S(t, s) \quad (s > t)$，且

$$A_1(s, t) \geqslant B_2(t, s) + C_2(t, s) \quad (s > t). \quad \text{(A7)}$$

推论 若 $C_2 \leqslant 0$，条件(A7)即是不必要的(因为它蕴含于(A5))。

应该注意的是，根据(A5)和(A6)，$C_2 \leqslant 0$ 将意味着 $C_1 \leqslant 0$。

参考文献

[1] Brown, J, P. "Towards an Economic Theory of Liability." *Journal of Legal Studies*, Vol.2, No.2 (June 1973), PP.323－349.

[2] Calabresi, G. *Costs of Accidents*, New Haven: Yale Univ. Press, 1970.

[3] ——and Hirschoff, J. "Towards a Test for strict Liability in Torts." *Yale Law Journal*, Vol.81, No.6 (May 1972), PP.1055－1085.

[4] Diamond, P. "Accident Law and Resource Allocation." *The Bell Journal of Economics and Managenent Science*, Vol.5, No.2 (Autumn 1974), PP.366－416.

[5] ——. "Single Activity Accident." *Journal of Legal Studies*, Vol.3, No.1 (January 1974), PP.107-162.

[6] Fletcher, G. "Fairness and Utility in Tort Theory." *Harvard Law*

Review, Vol.85, No.3 (January 1972), PP.537-573.

[7] Posner, R, *Economic Analysis of Law*. Boston-Toronto: Little, Brown, 1972.

[8] ——. "A Theory of Negligence." *Journal of Legal Studies*, Vol.1, No.1 (January 1972), PP.29 – 96.

[9] Prosser, W. *Law of Torts*, 4th ed. St. Paul, Minn: West Publishing Co., 1971.

(吴 有 昌　译)

原载于 The Bell Journal of Economics
Vol.6, No.2, Autumn 1975

五　组织内激励和权威的最优结构

本文提出了有关生产性组织的两类模型。在第一类模型中，产出和报酬取决于完全可观测的个体行为。尽管个人的能力是不可观测的，但只要劳动力市场不是买方垄断的，仍然可以得出很强的结论，支持工资与边际产出相等。本文也对买方垄断的情况加以讨论。在第二类模型中，对个体行为的观测是不完全的，我们对最优工资结构和组织结构进行某种推断。[①]

1. 引言

通常认为，组织是一群人（或分工），其中存在一个明确的权威结构。换言之，组织中每个成员的行为要受其他成员所作的某些决策的制约。这种观点先后被西蒙（*Simon*，1957）和阿罗（1974）加以发展。同许多政治学理论家一样，西蒙和阿罗强调了对权威加以限制的存在性和必要性，这种对权威的限制称为“责任”。更一般地说，在一个组织中，任何一个成员或子群体可以并且实际上都对另一个成员或子群体有一定的权威，即权威的作用是双向的。

---

① 詹姆斯．*A*．莫里斯获爱丁堡大学硕士学位（1957），剑桥大学学士学位（1959），剑桥大学哲学博士学位（1963）。他的研究领域为不确定性条件下的激励和控制制度。

奥立佛·威廉姆森建议我研究这个问题，并邀请我为内部组织经济学学术报告会提交论文，我对他表示由衷的谢意。这次报告会于 1974 年 9 月 19 日至 21 日在宾夕法尼亚大学举行，由国家科学基金（*NSF—GS—35889x*）与通用电汽基金资助。我感谢本次会议的与会者对本篇论文初稿所作的评论，我要特别感谢迈克尔·斯宾塞，他洞察到本文初稿的一处严重错误，并提出了建设性的修正意见，这促使我对本文的第 2 节作了全面修改。

但即使如此，正如玛斯夏克（*Marschak*）和伦德纳（*Radner*）（1972，第313页）所指出的，组织结构的各种可能情形远比权威一词所包含的内容要丰富得多。在关于团队理论的研究中，他们选择集中于与组织的权威方面有关、但却不同的一个方面，即，组织中不同成员可得信息的差异性。同时，他们缩小其注意范围，提出了一个相对组织而言较窄的概念：团队（*team*），指其成员具有共同偏好的群体。一些作者在更宽松的意义上将团队视为这样的群体，其成员结合在一起比单独行动能获得更大的收益[莫里斯（1972），阿尔钦和德姆塞茨（1972）]。当有可能进行这种联合时，我们就可以设想，群体成员可能同意在不建立权威体系的条件下一起工作。阿尔钦和德姆塞茨提出一种企业模型，其中管理阶层的职能仅是度量群体成员的劳动投入，报酬则按合同协议支付。他们甚至断言这是唯一恰当的企业模型，企业中不存在权威关系。

尽管不能接受上述断言，但人们可能仍会同意存在这样一些有趣的组织形式，它们很难用权威结构来描述，但与更易用权威结构描述的组织一样，它们也适用于同样的一些生产方式。上述两类组织的共同特点是，组织中成员之间的关系，存在确定的相互作用方式。在这一意义上，组织可以包括土地的分成租佃或甚至银行借款；因为在这些情况下，支配借入者对借出者资产如何使用的合同建立在个人信息的基础上，并且会对个人行为的某些方面作出具体规定[参看张五常（1968），斯蒂格里兹（1974）]。事实上，在完全市场化的关系和组织内部的关系之间并不存在一个明确的分界线：在按外生给定的价格进行纯市场交易和一方对另一方命令的近乎完全服从的两极之间，人们之间关系的变化是连续的。为了解释现实中的组织结构并对其改善提出建议，人们需要全盘考虑这一连续变化的系列。

但要列举出这一系列中足够多的、可能的经济关系远非易事。

本文中作的简化是忽略掉所有的讨价还价。这样做可能被认为忽略掉过多的东西;但文献中也不乏完全避免了博弈论的建议,包括前面已经提到过的一些。例如,威廉姆森(1970)提出了一个建立在不完全信息交流基础上的组织模型,从中,即使生产技术是规模报酬不变或递增的,也可得出一个企业的最优规模。本文将建立的模型与此类似,但建立在一个关于当事人各方的关系的更细致的理论之上,并且结论也有很大差异。

在模型里,组织中各成员具有不同的利益,并且根据各自的利益采取行动,因此,我们所面对的不是玛斯夏克—伦德纳意义上的团队。组织中的成员独立地制定相互间有关联的决策。这样,尽管与威尔逊的辛迪加理论(1968)(其中,形形色色的个体承担同一个决策的后果)有关,但我们的理论在本质上是不同的。本文的模型与上文提到的土地租佃制理论、代理理论[罗斯,(1973)]及关于易受道德风险影响的行为模型[鲍利(*Pauly*, 1968),泽克豪森(1970),斯宾塞和泽克豪森(1971)]有密切的关系。尽管如此,阿罗(1971,第220页)关于道德风险理论的观点仍值得一提,即,存在不受狭隘的个人利益驱动的道德行为,并且在某些情形下这种行为会发生。本文的模型假定,不论是正式合同还是非正式合同,都受参与各方的个人利益所制约;因此,对类似不可观测行为的承诺和要求是不可行的。这种过于强调受个人利益支配的行为的理论肯定不可能预示现实中存在的组织的所有特征,但它也绝非毫不相干。

本文中模型的目的是解释企业中的收入分配和权威关系的存在,推导出一个等级结构并考察它对产出的影响。当然,本文对这一目标的许多部分并未作到完美的解决,一些重要的因素被忽略掉了。贯穿全文,不确定性起着关键作用,例如,存在关于组织中任何成员所履行的职责(或其价值)的不确定性,成员履行其职责

的能力和方式方法的不确定性等。诸如此类的不确定性使这里的理论与公共财政理论有了类似之处，后者假定政府对它所统治的居民的特征只有有限信息。第2部分建立了关于利润最大化组织的理论，该组织在招聘工人时对应聘者的能力具有不完全信息；利用这一模型可以解释在工资结构中引入激励机制的合理性。但模型假定，工人可以完全预测他们在组织中的行为和报酬。因此，在这一部分无法讨论一些有趣的问题，尤其是权威结构。

对这些问题的探讨放在第3—5部分，在那里，模型引入了一些造成对工资的不完全管理和监督的因素。第3部分针对从本文角度看来的最简单的一种组织形式：由两个成员组成的组织，其中一人服从于（“服从”的意义将在下文详述）另一人。这个例子有助于人们对上面提到的各种不确定性建立模型并加以研究。在第4、5部分，模型分别被扩展到针对两级织织和多级组织。这三部分采用了较复杂的数学推演。第6部分技术性相对较低，简略地介绍了模型的特征与控制损失、控制跨度等概念及其后果之间的联系。第7部分是对本文论点的小结。

2. 能力未知时的工资结构

通常认为，组织中等级工资结构存在的原因之一是它能提供激励机制。由于干得好的人会被提拔，组织的管理者和所有者就能发现组织中哪些成员干得好。这一解释对完全竞争下的企业毫无意义，因为完全竞争假定每一个潜在工人的特征，包括能力，都是公共信息。要使激励机制起作用，必须管理者对工人的能力和工作意愿只有不完全信息，并且工资报酬可以激发有能力的人努力工作，而允许其他人选择较为适中的努力程度和职位。向有能力的人支付高于市场要求的工资率可能是恰当的。不管怎样，由

工资结构创造的激励机制应该是解释工资结构的一个重要因素。

为了研究这一问题，本文提出了一个进行了合理简化的极端模型。其中，工人对自己的能力完全了解并在此基础上选择工作努力程度。相反，雇主不能区分求职者的能力高下，因而确定了适用于所有应聘者的报酬方案。经济中有许多企业，它们都希望最大化其利润。企业的产出由工人根据工资结构所选择的行为决定。这样，权威关系未在企业中发挥明确的作用，模型类似传统的买方垄断模型：企业制定价格，工人选择劳动供给水平。除买方垄断模型，我们还将讨论企业劳动力供给完全弹性的情况。我们将主要考虑的问题是，均衡时，不同技能工人所得到的报酬与其边际生产率之间的关系。

□**技术**　生产函数采取近年来在公共财政领域相应问题，即最优所得税问题的研究中所采用的一类特殊模型的一般形式。除在一个重要方面外，一般化不会对分析的细节造成很大的影响；但重要的是要证实，分析适用于包含固有的雇佣等级结构的模型，因为后者才是本文的研究目的。

模型中，每个企业只生产一种产出，数量用 y 表示；雇佣固定的各种投入品（符号表示忽略）和不同种劳动力。每个工人的工作量用 z 表示，不同的工人选择提供不同的 z 值。为简化起见，我们用一维变量 z 同时代表工作的数量和质量。产出是 z 的分布的函数。这一点最好用几个实例来加以解释，其中 z 是连续型随机变量，密度函数为 f：

$$y=H(\int zf(z)dz), \qquad (1)$$

$$y=h\,exp(\int \alpha(z)\log f(z)dz), \qquad (2)$$

$$y=H(\int \alpha(z)H^{-1}(f(z))dz), \qquad (3)$$

或

$$y=G(\int_{z\in A}\beta(z)f(z)dz,\int_{z\in A}\gamma(z)f(z)dz). \qquad (4)$$

(1)式是所得税理论中为简化起见常用的函数形式,其中,不同工人对产出的贡献是完全可替代的。(2)式将科布—道格拉斯生产函数扩展到适用于连续统生产投入。(3)是更加一般化的一类函数,(1)、(2)和 CES 函数都是它的一个特殊形式。(4)式所包含的想法是,工人可能从事于两种不同活动之一(例如,体力劳动或监督管理),它们对总产出的贡献用函数 G 表示。这最后一种形式尤其值得注意,因为它可以具体化这样的想法,即,当雇主对工人的工作表现掌握了足够的信息之后,一些工人会被提升,提升意味着从事不同的工作活动。这种安排经常被作为向监督管理人员支付较高工资的原因:它可以激励那些在较低职位的工人努力工作。我们的目标之一就是检验这一论断。对这种安排的一个更精确的表达如下式:

$$y=G(b+\lambda c,(1-\lambda)c),b=\int_{z\in A}\beta f dz,c=\int_{z\in A}\gamma f dz, \qquad (4a)$$

其中,λ 是(经过折现的)全部工作量中花在在低职位上的部分。

人们也许想将这些定义扩展到 z 的一般分布,其中,比如说,有非零比例的劳动力都供给相同的 z。这一扩展通过连续性达到。比如说,在(2)的情况,集中于单一 z 值的一组工人对产出没有什么影响。

产出水平仅依赖于工作量 z 而不依赖于能力 n 的假定使本文的模型与斯宾塞(1973)等人的模型区别开来,在后者,工人的生产率也依赖于 n。生产率对 n 的依赖关系是斯宾塞得出其结论的一个关键因素;罗斯查尔德(*Rothschild*)和斯蒂格里兹对斯宾塞模型的研究表明,生产率独立于 n 的假定对下面将要证明的结论是非常重要的。

在上面的例子中,产出是劳动投入的可微函数(赋予每个未具体化的函数形式适当的可微性)。这意味着,当分布 f 是参数 ϵ 的

可微函数时，存在函数 p，使得如果 y 是由分布 f 带来的产出

$$\frac{d}{d\epsilon}y = \int p(z)\frac{\partial}{\partial\epsilon}f(z,\epsilon)dz, \tag{5}$$

则 $p(z)$ 显然是工作量为 z 的工人的边际产出。值得注意的是，一般来说〔除去较简单的例(1)〕，p 依赖于 z 在劳动力中的分布 $f(\cdot)$。以下都假定 p 存在。

□**工人** 劳动力成员的特征用参数 n 唯一地代表。面对给定的工资方案 $w(z)$，能力为 n 的工人选择工作量 $z(n)$ 来最大化在 w 和 z 上严格凹的函数，

$$u(w(z), z, n). \tag{6}$$

$w(z)$ 可以认为是工人工资的现值；如果工人的行为正如函数 z 所描述，则 $w(z)$ 可能是经过一系列提升之后的结果。假定，$u_w>0$, $u_z<0$, $u_n<0$。尽管可以采用其它解释，在此我们将 n 解释为技能。对(6)式的最大化意味着，如果每个函数对每个变量都可微且 z 非零，则

$$u_w w'(z) + u_z = 0. \tag{7}$$

(7)式可以改写为下面的形式：

$$w'(z) = s(w, z, n), \tag{8}$$

其中 $s = -u_z/u_w$ 是劳动对工资收入的边际替代率。将 n 解释为技能意味着我们假定 $s_n<0$。技能 n 在企业劳动力中的分布用密度函数 $\phi(n)$ 表示。

工资方案 w 的变化会引起函数 $z(n)$ 的变化。我们要考察当劳动力给定时，后一变化对产出有何影响。记 F 为 z 的分布函数，则保持 $F(z(n))$ 不变使得 F 与 z 的变分存在下面的关系式：

$$\delta F(z) + F'(z)\delta z(n) = 0,$$

即

$$\delta F = -f(z)\delta z(n). \tag{9}$$

由(5)式并利用分部积分，$\delta y = \int p(z)\delta F'(z)dz = -\int p'(z)\delta F(z)dz$，再利用(9)式，

$$\delta y = \int p'(z)\delta z(n)f(z)dz$$
$$= \int p'(z(n))\delta z(n)\phi(n)dn. \tag{10}$$

至此，除企业面临的劳动力供给条件外，我们已给出了完整的模型。从劳动力供给数量给定，到劳动力供给完全弹性，企业劳动力供给的全部可能情况将在下面加以考虑。劳动力供给完全弹性的情形是指，在满足其临界效用水平(供给价格)的条件下，企业可以获得它所想要的技能类型为 n 的工人。正式地表达，可以说企业是在完全竞争的劳动力市场运作，它可以招聘到和保留住技能类型为 n 的工人，当且仅当下式成立：

$$\operatorname*{Max}_{z}\ u(w(z), z, n) \geqslant \bar{u}(n). \tag{11}$$

其中 $\bar{u}(n)$是技能为 n 的工人在其它工作中所能得到的效用。如果对所有的 n 不等式(11)都成立，则企业知道它是在给定分布为 $\phi(n)$的人群中随机地招聘；如果对某些 n，(11)式不成立，则企业是在(11)式成立的那部分人群中招聘。后面，我们将解释如何将模型扩展到一种中间状态，即买方垄断情形。

分析通过提出一系列命题展开，在命题 3 之后是一段很重要的结论。

命题 1 对于在竞争性劳动力市场运作的企业，并且其工资方案满足(11)式，则均衡时，

$$\int |p(z) - w(z)| \phi(n)dn = 0。 \tag{12}$$

证明 考虑多招聘一个工人进入企业的效应。由(5)式，每个新工边际产出的期望值是：

$$\int p(z)f(z)dz = \int p(z(n))\phi(n)dn,$$

其中 $z(n)$是技能类型为 n 的工人选择的工作水平。每个新工的

期望劳动成本是：

$$\int w(z)f(z)dz = \int w(z(n))\phi(n)dn.$$

由这两个方程，很显然，只有(12)式成立均衡才能达到。

在一个竞争均衡中，所有企业（至少所有同质企业）具有相同的工资方案，并且约束(11)式中等号成立。我们并不直接着手研究这种条件下均衡工资方案的具体形式，而是先考虑实际上处于相反的极端条件下的同一问题，即企业面临既定的劳动力供给时的均衡工资方案。此外，一个互为补充的条件是，如果工资过低，工人将离开企业；但均衡时这一约束条件对绝大多数工人不起作用。

命题 2 在给定劳动力供给下，受(11)式约束的利润最大化企业，如果对所有 n，存在：

$$u(p(z(n)), z(n), n) \geqslant \bar{u}(n), \tag{13}$$

则对所有的 n，有：

$$w(z(n)) \leqslant p(z(n)). \tag{14}$$

证明 为简化起见，只证明密度函数 $f(z)$ 存在的情况。用反证法，假设企业的工资方案满足

$$\text{对 } a < z < b,\ w(z) > p(z), \tag{15}$$

且 $z = a, b$ 时，$w = p$。构造一族工资方案 $w(z, \epsilon)$ 在变量 ϵ 上可微，满足：

$$\left.\begin{array}{l} w(z,0) = w(z) \\ \text{当 } z \leqslant a \text{ 和 } b \leqslant z \text{ 时},\ w(z,\epsilon) = w(z) \\ \text{当 } a < z < b \text{ 时},\ w_\epsilon(z,\epsilon) < 0 \\ \text{当 } z = a, b \text{ 时},\ w_z(z,\epsilon) = w_z(z), \end{array}\right\} \tag{16}$$

用图 1 来显示这一族工资方案。对所有足够小的 ϵ，(13)和(16)隐含：

$$u(w(z(n),\epsilon), z(n), n) > \bar{u}(n)\ (a < z(n) < b).$$

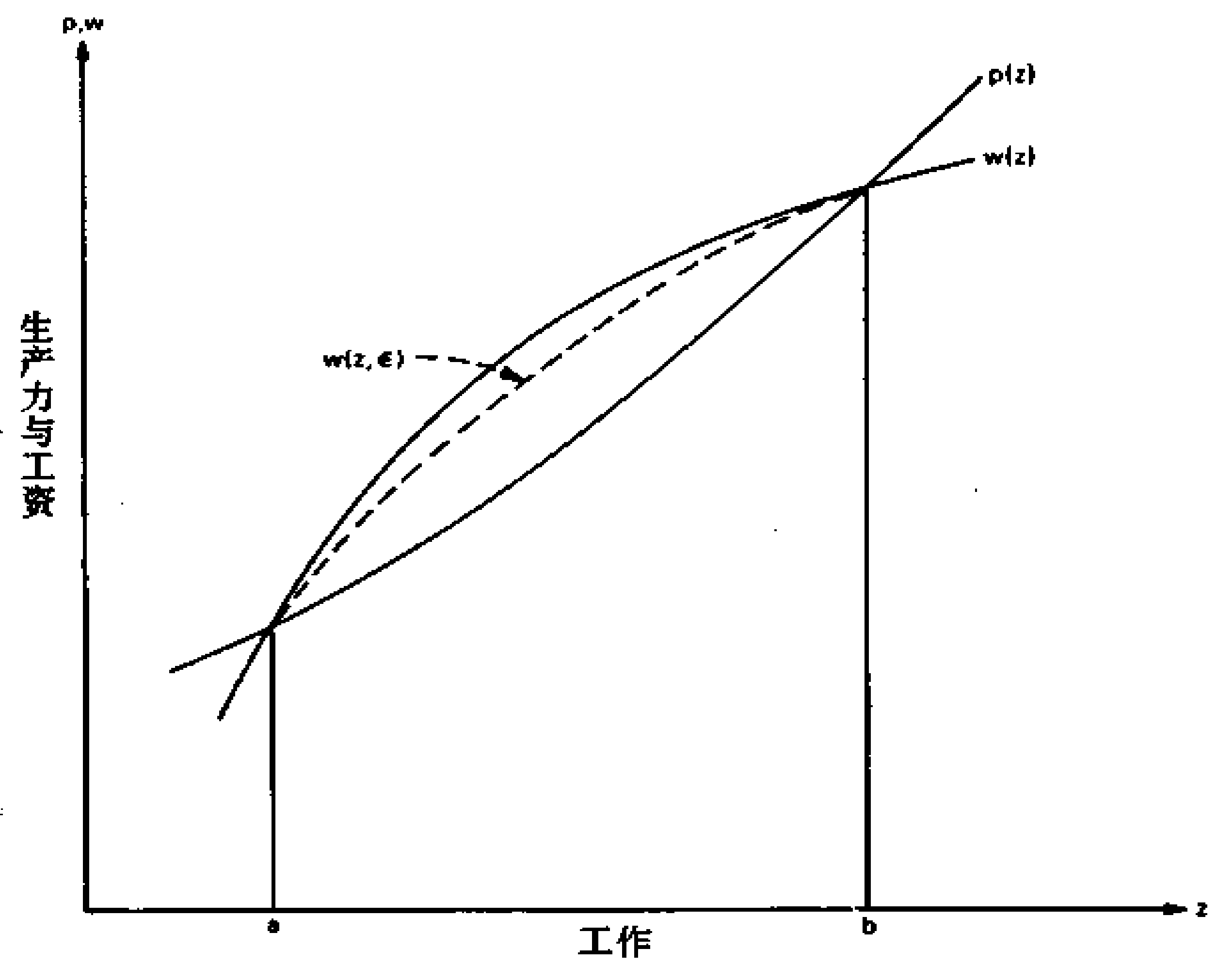


图 1　工资方案的变动

因此，这一族函数与约束(11)一致，从而对劳动力成员的去留不产生影响。

函数族选取的要求是，对随机分布的工作水平 z 存在密度函数 $f(z, \epsilon)$，并且 $f(z, \epsilon)$ 是 ϵ 的可微函数。这解释了我们为什么要在(15)式中坚持，当 ϵ 增大时，w 仍然是 z 的平滑函数。

应用(5)式，得到：

$$\frac{d}{d\varepsilon}\{y - \int w(z, \epsilon) f(z, \epsilon) dz\} = \int [(p - w) f_\epsilon - w_\epsilon f] dz$$

$$= \frac{d}{d\varepsilon} \int (p - w) f(z, \epsilon) dz$$

$$= \frac{d}{d\varepsilon} \int \{p(z(n, \epsilon)) - w(z(n, \epsilon), \epsilon)\} \phi(n) dn,$$

其中 $z(n,\epsilon)$，是面临工资方案 $w(\cdot,\epsilon)$时技能为 n 的工人选择的工作水平。因此，企业将增大 ϵ，如果对每个 n 有：

$$\frac{\partial}{\partial \epsilon}\{p(z(n,\epsilon))-w(z(n,\epsilon),\epsilon)\}>0. \qquad (17)$$

为了计算这一表达式，我们需要知道 $z(n,\epsilon)$对 ϵ 的偏导数。技能类型为 n 的工人选择 z 从而 $w'=s$((8)式)。将这一式子对 ϵ 进行偏微分，得到：

$$w'_{\epsilon}+w''\cdot z_{\epsilon}=s_{w}\cdot(w_{\epsilon}+w'\cdot z_{\epsilon})+s_{z}\cdot z_{\epsilon},$$

其中下标 ϵ 表示微分，例如，w'_{ϵ}表示$\partial^2 w/(\partial\epsilon\partial z)$，由此可得：

$$z_{\epsilon}=\frac{w'_{\epsilon}-s_{w}\cdot w_{\epsilon}}{s_{w}\cdot w'+s_{z}-w''}. \qquad (18)$$

利用(18)式的结果替代 z_{ϵ}，有：

$$\begin{aligned}\frac{d}{d\epsilon}(w-p)&=w_{\epsilon}+(w'-p')z_{\epsilon}\\&=\frac{(w'-p')w'_{\epsilon}+(s_{w}p'+s_{z}-w'')w_{\epsilon}}{s_{w}w'+s_{z}-w''},\end{aligned} \qquad (19)$$

我们希望能够选择满足(16)式的 w_{ϵ}，使得(19)式为负。

效用最大化意味着(19)式的分母非负，因为这是无差异曲线(局部)位于预算约束 $w(z)$之上的条件。稍作进一步的假定，即，

$$s_{w}w'+s_{z}-w''>0\ (a\leqslant z\leqslant b). \qquad (20)$$

其它(例外)情况较易处理。如果我们现在通过下式定义$w(\cdot,\epsilon)$：

$$w_{\epsilon}=-(w-p)^{r}\quad (a\leqslant z\leqslant b) \qquad (21)$$

其中 $r>1$，则容易验证(16)是满足的；代入(19)，得：

$$\frac{d}{d\epsilon}(w-p)=-\frac{(w-p)^{r-1}}{s_{w}w'+s_{z}-w''}$$

$$\{r(w'-p')^2-s_{w}(w-p)(w'-p')+(w-p)(s_{w}w'+s_{z}-w'')\}.$$

括号中的表达式 $w'-p'$的二项式，它是正定的，如果：

$$4r(s_{w}w'+s_{z}-w'')>s_{w}^{2}(w-p). \qquad (22)$$

由于假定(20)，可以找到 r，使(22)式在 z 的全部取值范围内得到

满足。因此，当 r 足够大时，(21)式定义的函数具备所希望的性质。

这样，不等式(17)得到证实，假设的工资方案不能满足企业的利润最大化目标。命题得证

命题(2)最适用的情况是，被讨论企业周围的企业都向劳动力支付低于其边际产出的工资。命题(2)断言，在这种情况下，该企业将不会对它的任何工人支付高于其边际产出的工资。这样，我们可以说，激励机制本身不能对企业向工人支付高于边际产出的工资作出任何解释。如果任何一个工人会得到高于边际产出的工资，这肯定是由于企业面临一些限制条件。在一个包含许多相似企业的产业中，要观察到这些限制条件从何而来并非易事。事实上，在一种特殊情况下，可以证明一个强得多的结论。

命题3 在竞争条件下，如果每个企业的生产函数如下：

$$y = H(\int zf(z)dz), \tag{1}$$

则均衡时，

$$w(z) = p(z) = H'(\int z(n)\phi(n)dn)z. \tag{23}$$

证明：在竞争性劳动力市场上，均衡时，所有企业的工资方案相同，并且 $\bar{u}(n) = \max_z \quad u(w(z), z, n) = u(w(z(n)), z(n), n)$。首先须证明，在这一工资方案下，对所有 z，$w(z) \leqslant p(z)$。原因很简单：对某一工作水平 z_0 支付高于边际产出的工资的任何受(竞争)约束的企业，可以通过对 z_0 支付低于边际产出的工资且不影响 z_0 邻域的工作水平来增加利润。

正式地，让我们假定

$$w(z_0) > p(z_0). \tag{24}$$

z_0 是技能为 n_0 的工人提供的工作水平，并且我们可以选择满足(24)式的 z_0，使得如果它发生微小变化时，任何其它工人不会提供 z_0。进一步，我们可以认为，z_0 是技能为 n_0 的工人准备选择的

唯一工作水平，这是因为下面的引理。

引理 对(1)式所描述的情况，均衡工资方案具有如下性质：对于每一个 n，使 $u(w(z), z, n)$达到最大值的 z 是唯一的。

引理证明 用反证法。假定 z_1和 z_2均使 $u(w(z), z, n_0)$达

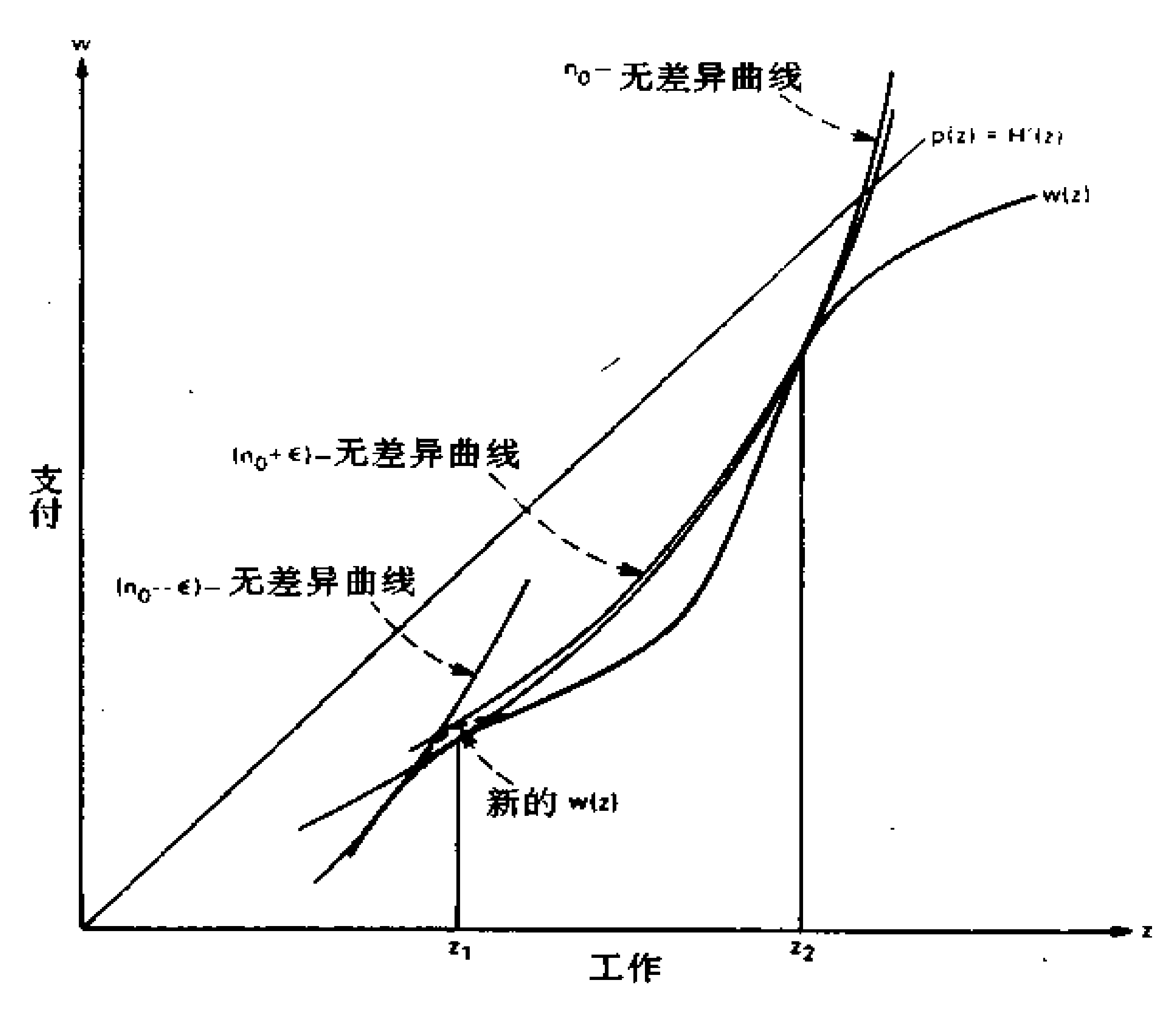


图 2 当 $w(z_2)-w(z_1)\neq(z_2-z_1)H'$时，利润增加

到最大值。如果 $w(z_2)-w(z_1)\neq(z_2-z_1)H'$，不失一般性，假定 $z_1H'-w(z_1)>z_2H'-w(z_2)$。如果 w 在其邻域内发生微小的增大，则一小群$n\leqslant n_0$的工人会将其工作水平从 z_2的小邻域改变到 z_1的小邻域，另一小群 $n\leqslant n_0$的工人也会改变其工作水平，但仍在 z_1的小邻域内。ϵ 名工人将工作水平从z_2变到 z_1对利

润的影响是：

$$\epsilon(z_1 - z_2)H' - \epsilon(w(z_1) - w(z_2)),$$

它是 ϵ 的正数倍；另一类变化对利润的影响是 ϵ^2的正数倍。这样，利润会由于上述扰动而增加，如图 2 所示。

如果 $w(z_2) - w(z_1) = (z_2 - z_1)H'$，则通过使报酬曲线略高

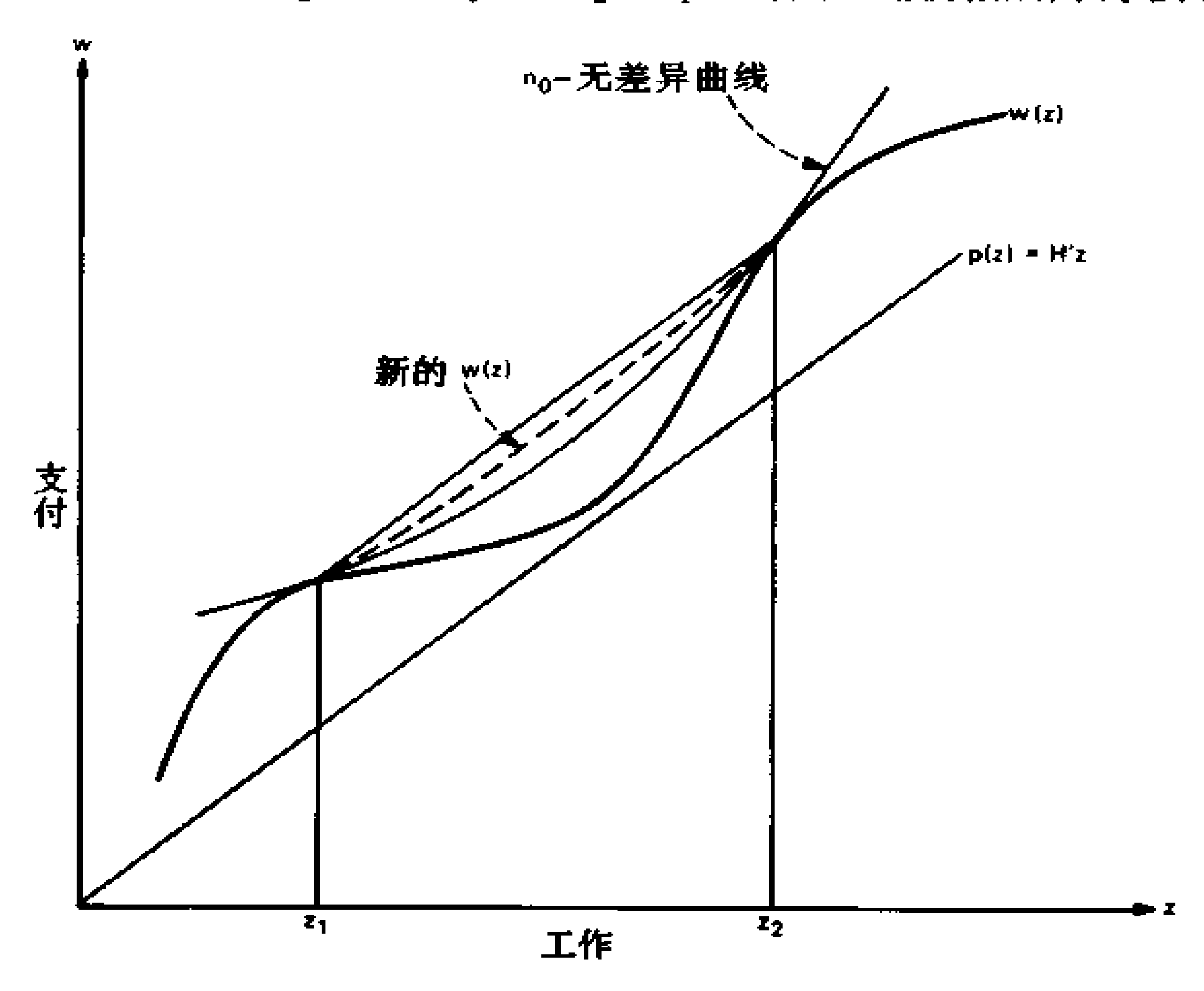


图 3　当 $w(z_2) - w(z_1) = (z_2 - z_1)H'$，利润增加

于连接$(z_1, w(z_1))$和$(z_2, w(z_2))$两点之间的 n_0 - 无差异曲线，增加利润，如图 3 所示。引理证毕。

现在回到命题 3 的证明，我们考虑在 z_0的邻域内降低报酬曲线对企业的影响（如图 4 所示）。按照这种做法，技能n 准确地介于 $n_0 - \epsilon$ 和 $n_0 + \epsilon$ 之间的那部分工人恰好不能达到效用水平$\bar{u}(n)$。对

n 为其它值的工人，工作水平 z 不变。$\int zfdz$ 减少了 $\int_{n_0-\epsilon}^{n_0+\epsilon} z\phi dn$，企业的工资支付下降了 $\int_{n_0-\epsilon}^{n_0+\epsilon} w(z)\phi dn$。这样，利润提高了

$$\int_{n_0-\epsilon}^{n_0+\epsilon} w\phi dn - \int_{n_0-\epsilon}^{n_0+\epsilon} z\phi dn \cdot H'\left(\int z\phi dn\right). \qquad (25)$$

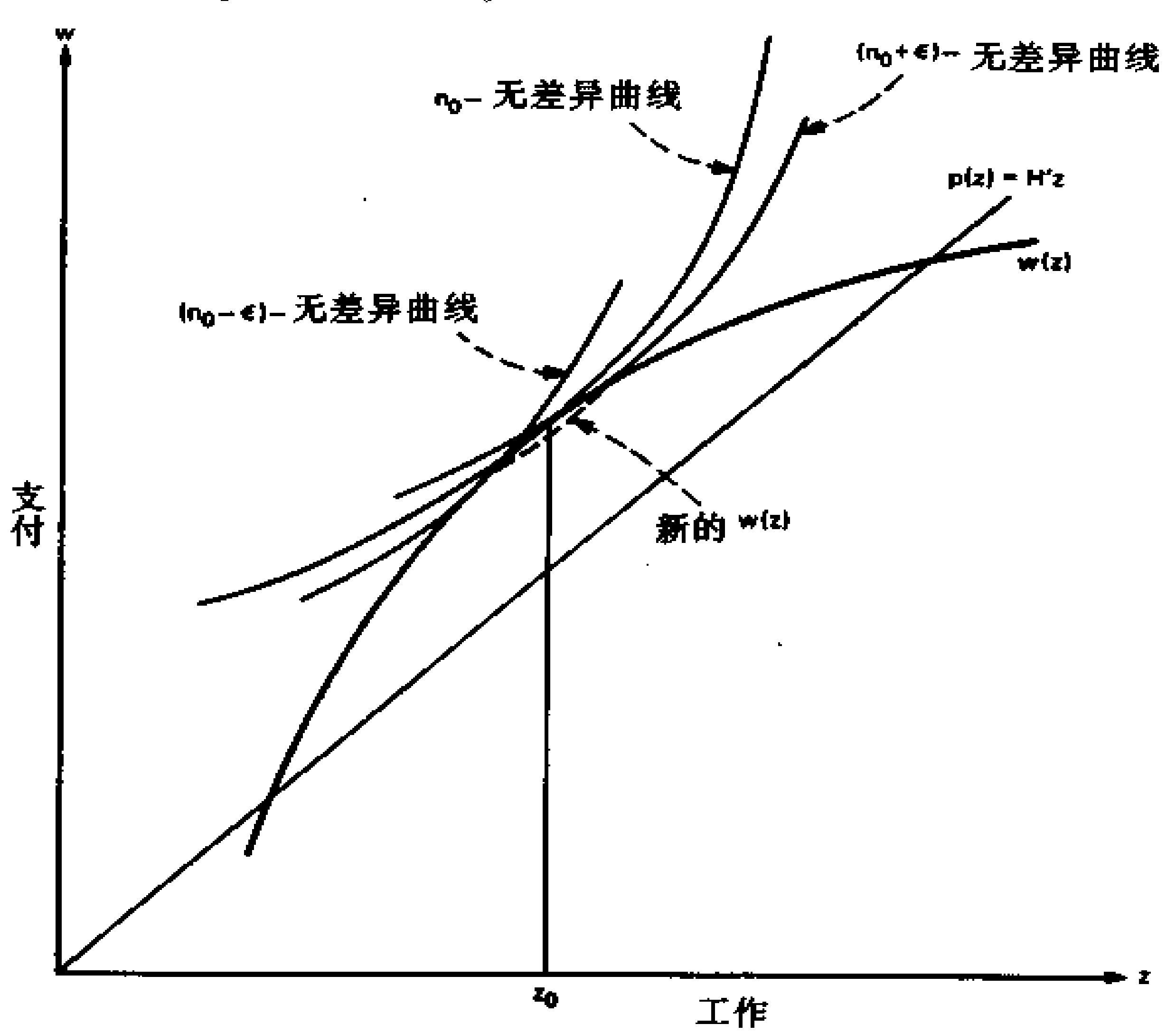


图 4 工资方案的局部削减

容易看出，对(1)式代表的生产函数，有

$$p(z) = zH'.$$

因此，(25)式可以写作：

$$\int_{n_0-\epsilon}^{n_0+\epsilon} \{w(z(n)) - p(z(n))\} \phi dn,$$

根据(24)式和 w、p 的连续性，上式取正值。

这表明，只要(24)式成立，利润就仍可被提高。因此，均衡时，

对所有有关的 z 值，

$$w(z) \leqslant p(z) \tag{26}$$

将(26)式与命题 1 的结果(12)式相结合，得到所要证明的：

$$w(z) = p(z)$$

除引理考虑的一种特殊情况外，命题 3 的证明仅考虑了工资方案对劳动力供给的影响，而未考虑它的激励效应。事实上，除了特别注意验证了当工资下降时不存在激励效应以外，它说的不过是，通常所说的工资等于边际产出论断。但论证中所采用的生产函数是一种很特殊的生产函数，它通过假定企业中不同工作活动的完全可替代性，排除了工业生产中与工作等级结构的存在相联系的种种特性。命题 3 的证明可能可以扩展到含盖上面的(4)和(4a)式所设定的情况。只有当一小群工人工作水平发生大幅度变化对边际产出产生很大的影响时，论证才不成立。但这确实是一种有趣的和大量的现象。

对一般情况，可以提供一种尽管精确度较低，但同样很有说服力的论证。假定，对某一区间的工作水平，工资率高于边际产出。如果降低工资率会使企业失去所有对应的工人时，企业不会降低工资率，因为它需要这样的工人。但更可能的情况是，工资率的微小降低不会使企业骤然失去所有这些工人；临时性工资降低将只是使企业在一段时间内减少招募新工。这样，其它工人边际产出的变化很微小，可忽略不计：只要工资下降不持续或人们预期它不持续很长时间，则企业利润会增加。这样，工资水平的一个一般弱点是，如果它们一旦高于边际产出，人们会预期到它的崩溃。将这段论证与命题 1 的结论，即，对激励效应的考虑本身不能推动工资率高于边际产出，结合起来，我们很难拒绝下面的结论，即，在竞争条件下，且工人的劳动技能可识别，则均衡时工资与边际产出相等。

这一结论建立在产业中所有企业同质的基础之上。当一群企业具有不同生产函数但在同一劳动力市场上招募工人时，其均衡我们也应加以考虑。如果每个企业招聘到的工人在总体上能力分布相同，则一般来说，这些工人由生产函数所隐含的边际产出率将不同；根据(23)式，不同企业将根据不同的工资方案进行支付。如果工人对各企业的工资方案都很了解，这种情形将不会发生：不同的工资方案将使不同类型的工人分布于不同企业。这种非均衡过程使不同企业劳动力能力构成产生差异，直到所有企业的 $p(\cdot)$ 相同，工资支付方案一致。这样，一个产业内的均衡总是以传统的工资与边际产出的相等为特征。需要重申的是，这一结论的得出并不需要通常所作的雇主对雇员能力完全了解的假定。

尽管形式相同，命题 3 的结论与标准的均衡结果实质上并不相同，它存在一些变异之处。命题告诉我们，如果企业在完全竞争劳动力市场招聘工人的话，均衡是怎样的，但并未说明均衡一定存在。我认为有这样的可能性，拥有一定数量劳动力的企业可以通过改变其工资方案，使之不再能够吸引新的雇员，来增加利润。如果雇员预期不能在另一企业赚得与在该企业占据类似位置的工人相同的贴现收入，则这种可能性是存在的。他们为之工作的企业已经获得了他们的有关信息(用他们所提供的工作水平 z 代表)并且将其安置在组织中一个适当的位置。在最初的阶段，他们可能只得到较低的报酬，但他们会逐渐向雇主展示其能力，从而得到提升。但他们的雇主并不会主动地告诉新的雇主他们已经达到哪一工作级别。

这样，至少对那些已经有了一定资历的雇员，雇主具有垄断优势。当然，在面对雇员的集体行动时，雇主很可能无法发挥这一优势。如果他成功地运用了这一优势，则他将减少招聘那些有能力达到报酬较高的职位的工人。因此，这种政策只对那些正处于衰

落阶段的企业适用。它可能不是一种非常现实的可能情况。如果这种情况发生，这意味着衰落企业比上升企业具有较平缓的工资报酬方案。

□**不完全的劳动力市场**　这样就引出了下面的问题：考虑到负的激励效应，企业可以采用的工资方案平缓到什么程度才是有利可图的。我在一个更一般的背景下讨论这一问题，其中劳动力市场是不完全竞争的。不完全竞争性可以通过对假定(11)的扩展得到体现：为吸引一个新的、能力为 n 的工人所必要的效用水平被假定是已雇员工数量的增函数。正式地表达，企业面临的约束是：

$$\max_{z} u(w(z), z, n) \geqslant \bar{u}(n, \phi(n)), \tag{27}$$

其中临界效用 $\bar{u}$ 是 ϕ(以及 n)的一个增函数。像前面一样，企业希望最大化

$$y - \int w(z)\phi(n)dn,$$

其中 $z = z(n)$是能力为 n 的工人所选择的劳动水平。

适用于研究这一问题的是那些在研究最优所得税理论[莫里斯(1971)]时发展起来的技术。我们将采用一种不太严格的叙述，使读者能够较容易地看出各个条件是如何推导出的。首先，为便于对问题的讨论，我将约束条件表述为，对每个 n，$z(n)$最大化 $u(w(z), z, n)$。尽管失之武断，但在不严格的论述中，仍可假定 w 可微 $u_w w'(z) + u_z = 0$。(注意，应适当选取 $w(\cdot)$，以使 $z(n) > 0$.)因此，对 n 的偏导数

$$\frac{d}{dn}u(w(z), z, n) = u_n(w, z, n), \tag{28}$$

显然，这一“包络条件”等价于一阶条件；采用它会带来便利是由于效用也出现在约束(27)式中。定义

$$v(n) = u(w(z(n)), z(n), n), \tag{29}$$

并且，由 $u(w,z,n)=v$ 我们还可把 w 和 u_n 表示为 v, z, 和 n 的函数：

$$w=w(v,z,n),\quad u_n=\psi(v,z,n) \tag{30}$$

将 $u(w,z,n)=v$ 分别对 v 和 z 求微分，得：

$$w_v=1/u_w,\quad w_z=-u_z/u_w=s. \tag{31}$$

利用上面的结果，可以算出

$$\psi_v=u_{nw}/u_w,\quad \psi_z=u_{nw}s+u_{nz}=-u_w s_n. \tag{32}$$

完成了这些准备工作之后，我们可以将问题表述为：

$$\max \quad y-\int w\phi(n)dn,$$

$$\text{s.t.}\ v\geqslant\bar{u}(n,\phi(n)),\quad v'(n)=\psi(v,z,n),$$

对两组约束条件分别引入拉格朗日乘数 $\lambda(n)$, $\mu(n)$。这样，当 $v(\cdot)$, $z(\cdot)$和 $\mu(\cdot)$发生变化时，

$$\begin{aligned}L &= y-\int w\phi dn+\int\lambda\{v-\bar{u}(n,\phi)\}dn+\int\mu(n)\{v'(n)-\psi\}dn\\ &= y+\int\{-w\phi+\lambda(v-\bar{u})-\mu'(n)v-\mu\psi\}dn+\mu(\infty)v(\infty)-\mu(0)v(0)\end{aligned}$$

将是稳态的。将上式对 $z(n)$求微分，得到

$$p'(z)\phi-w_z\phi-\mu\psi_z=0,$$

或

$$(p'(z)-s)\phi=-\mu u_w s_n. \tag{33}$$

再对 $v(n)$求微分，得

$$-w_v\phi+\lambda-\mu'-\mu\psi_v=0$$

或

$$u_w\mu'+u_{nw}\mu=u_w\lambda-\phi; \tag{34}$$

最后，再对 ϕ 求微分，得

$$p-w=\lambda\bar{u}_\phi. \tag{35}$$

(如果 ϕ 为零，可以得到 $p-w<\lambda\bar{u}_\phi$。)尽管很容易被前面的论述

所证实，但在上述微分过程中 p' 和 p 的得出并不很明显。直观地，我们可以认为，在局部（即，对一阶变化而言），y 是一个常数加上 $\int p(z)\phi(n)dn$。承认这一点之后，就可以清楚地看出(33)和(35)是如何得出的了。

进一步，还须注意两个条件，即

$$\mu(0)=\mu(\infty)=0. \tag{36}$$

这是由于当 $v(0)$ 和 $v(\infty)$ 变化时 L 必须稳定。

此外，还要注意，由于乘数 λ 与不等式 $v \geqslant \bar{u}$ 相联系，所以 $\lambda \geqslant 0$ 并且当 $v > \bar{u}$ 时 $\lambda = 0$。由于根据假定 $\bar{u}_{\phi} > 0$，(35)式意味着 ϕ 为正，

$$p \geqslant w, \text{且当 } v > \bar{u} \text{ 时等号成立} \tag{37}$$

（很显然取等号的情况是一种例外。）这使前面的结论得到进一步证实和一般化。直觉地讲，人们预期企业会由于必须使 $v'(n) \geqslant \phi$ 而感到受限制。如果真是这样，μ 将也是非负的。当然，这依赖于另一个约束条件的情况。

为了继续问题的讨论，我们采纳一种类型为 n 的工人供给弹性的定义：

$$\eta(n) = wu_w/(\phi\bar{u}_{\phi}) \tag{38}$$

这是指 w 的1%增加引起的 $\phi(n)$ 增加的百分率；这里，w 的增加只是对 $z(n)$ 的支付的增加。（我们在定义中忽略了 w 的增加对其它类型工人供给的影响）利用(35)和(38)式，(34)变为：

$$u_w\mu' + u_{nw}\mu = \left(\eta\frac{p-w}{w} - 1\right)\phi. \tag{39}$$

企业的最优工资方案是由(39)式和(33)式的变形

$$p'(z) - w'(z)\phi = -\mu u_w s_n, \tag{40}$$

定义的工人的最大化条件是 $w'(z)=s$，劳动供给条件是 $u(w, z, n) = \bar{u}(n, \phi(n))$，边界条件是 $\mu(0)=0=\mu(\infty)$.

由于 n 代表工人的能力，我们假定

$$s_n < 0, \tag{41}$$

这意味着，n 越大的工人越能够（或愿意）用劳动来替代消费。根据这个假定，很明显，w 和 z 必须是 n 的增函数。可能要找到一种使(41)式成立的对 n 的度量是不可能的，但到这一部分结束之前，我都假定可以找到这样的对 n 的度量。于是，(40)表明，$\mu>0$ 等价于，在 $z(n)$ 点的工资曲线比边际产出工资曲线更为平缓。

用(39)式求解 μ，得到：

$$\mu(n)=\int_0^n\left(\eta\frac{p-w}{w}-1\right)\beta dm, \tag{42}$$

其中

$$\beta=exp\int_n^m(u_{nw}/u_w)dv\cdot\frac{\phi}{u_w}>0. \tag{43}$$

推导(42)式时利用了条件 $\mu(0)=0$。$\mu(\infty)=0$ 意味着：

$$\int_0^\infty\left(\eta\frac{p-w}{w}-1\right)\beta dm=0. \tag{44}$$

这意味着，对 n 的某些值，$\eta(p-w)/w$ 大于 1，而对其它值则小于 1。在有意义的情况下，对于所有 n 值，$\eta(p-w)/w$ 不可能等于 1；因为这意味着 $\mu=0$，从而 $p'=w'$，即 $w(z)-p(z)=$ 常数。后者又意味着 $w=$ 常数 $x\eta$；显然，我们会拒绝该式，因为 η 不可能随 n 增加而增加，而 w 却肯定是 n 的增函数（根据假定(41)）。

我们似乎可以合理地假定：

$$\eta \text{ 是 } n \text{ 的减函数} \tag{45}$$

对很小的 n，μ 可能为负吗？如果这样，当 n 很小时

$$\alpha=\eta\frac{p-w}{w}-1 \tag{46}$$

将为负。现在，由于 μ 为负，所以 $p'-w'<0$，并且因此 $p-w$ 对 n 递减；而 w 在 n 上递增，η 对 n 递减。因此，α 是 n 的减函数并

取负值。对于 n 的全部值，这一论证适用从而 α 皆为负。但根据(44)，这是不可能 的。我们所采用的论证方法实际上表明，一旦对某个 n_0，μ 为负，则对所有 $n \geqslant n_0$，μ 都为负。这样，我们得到：

命题 4 假定(41)和(45) 成立，存在 n_0，使得(α 由(46)式来定义)

$$\left.\begin{aligned} \alpha \geqslant 0 \qquad (n \leqslant n_0) \\ \alpha \leqslant 0 \qquad (n \geqslant n_0) \end{aligned}\right\}. \tag{47}$$

此外，对所有 n 值，

$$\mu \geqslant 0; \tag{48}$$

对所有 z，

$$w'(z) \leqslant p'(z). \tag{49}$$

由命题的第一部分可以很快推出第二部分，因为(由(44)式)我们可以将 μ 写作 $\int_0^n \alpha\beta dm$ 或 $-\int_n^\infty \alpha\beta dm$。通过将(46)式改写为

$$\frac{p-w}{w} = \frac{1}{\eta}(1+\alpha). \tag{50}$$

可以得到对(47)式的一个有趣的解释。如果忽略工资方案的激励效应，则对每个 n，边际产出在工资之上的最优加成比率为 $1/\eta$。(47)和(50)告诉我们，与买方垄断理论对工资加成的预测相比，工资方案的激励机制意味着低技能工人的加成会稍高，而高技能工人的加成则稍低。但同时，工人技能越高，其工资与边际产出之间的绝对差异越大，这是由假定(45)所致。

这一部分论述了激励机制在追求利润最大化的企业决定其工资结构中的重要性。它表明，企业必须对劳动力市场具有通常的买方垄断权，然后才有可能考虑在其工资结构中引入激励机制。一种例外情况是停滞企业，这可以被视为买方垄断的一种情形，在这种情况下，工人对工资下降的反应缺乏弹性，但对工资上升

的反应则不同。在我认为是比较现实的买方垄断情形下，任何一个工人都不可能得到高于其边际产出的工资，但高能力工人工资与其边际产出之间的差异要大于低能力的工人。最后一个结论依赖于这样的假定，即高能力与较低的供给弹性相联系；这一点之所以成立，至少因为高能力工人通常会在其信誉和对企业的了解方面进行投资。有趣的是，如果企业对其应聘者的能力没有完全信息，并且在不完全竞争劳动力市场上招聘，理论上，他们应在支付工资前对边际产出采用累进税制，从而执行公平政府的某种职责。

可以利用这一部分的方程式来计算特定情况下的最优工资结构，但在此我不再将模型继续深入下去。我们感兴趣的关于组织的许多方面，模型并未涉及。模型很可能应在下述方向有所发展，即允许企业拥有有限的、关于其雇员的信息，但这不大可能对主要命题有太多影响。无论如何，这会使我们更远离对企业内部组织的讨论。模型的主要缺陷是，未对工人在一起工作的原因作出明确解释，使得信息方面的考虑非常隐蔽；因此，对人们观察到并乐于将其解释为企业工资结构的一个重要影响因素的企业内部等级组织的存在未作解释。事实上，当工人进入一企业时，他们并不确知他们将要做什么，将得到什么报酬；他们的关系是相当机械的。在本文的余下部分，模型将不再明显地针对技能的分布问题，而是考察生产行为和监督中的不确定性。

3. 委托人和代理人

考虑一个人，他具有冯·诺伊曼—摩根斯坦效用函数 $u(x,z)$，其中 x 是他的工作报酬，z 是工作量。假定报酬是工作的不确定的结果。它是委托人所观察到的个人业绩的函数。观察到的

表现可能是也可能不是准确地代表了代理人的工作对委托人的价值；我称工作的价值为产出并记作 y，它是一个依赖于 z 的随机变量。委托人对 y 的观察的准确性依赖于他用于观察的时间。（它也应依赖于代理人自身为影响观察结果所付出的努力；尽管这一点很重要，但在此忽略。对于如何最好地将代理人为影响观察的准确性而竟相作出努力的效应在模型中表现出，我并无把握。）

关于代理人的正式模型是：

$$z \max U(z) = E_\epsilon E_{y|z} u\left\{\phi(Y + \frac{1}{\theta}\epsilon), z\right\}$$

$$= \int\int u\left\{\phi(y + \frac{1}{\theta}\epsilon), z\right\} f(y, z) g(\epsilon) dy d\epsilon, \quad (51)$$

其中 ϕ 是对代理人的工资方案，θ^2 是（委托人）用于观察的时间——想法是他进行重复抽样。假定观察误差和产出的不确定性是独立的。还须强调的是，所有出现的函数和随机变量都假定是很好定义的：尽管异常点很重要，我们仍忽略它们。(51)式最大化的必要条件是，

$$U'(z) = 0 \quad (52)$$

和

$$U''(z) \leqslant 0. \quad (53)$$

委托人掌握代理人的产出并向他支付报酬。为方便起见，假定这两个变量以相同的单位度量，并设定委托人的效用函数为 $v(y - \phi, \theta^2)$。这样，他将选择 $\phi(\cdot)$ 和 θ 最大化。

$$E_\epsilon E_{y|z} v\left\{Y - \phi(y + \frac{1}{\theta}\epsilon), \theta^2\right\}$$

$$= \int\int v\left\{y - \phi(y + \frac{1}{\theta}\epsilon), \theta^2\right\} f(y, z) g(\epsilon) dy d\epsilon, \quad (54)$$

其中 z 由(51)式决定。

这个假定的一个奇怪的特点是，尽管人们通常会认为一个人只能从他可以观察到的东西上受益，但由 y 受益的委托人却不能

观察到它。但应注意的是，如果委托人得到的产出中包含许多代理人的贡献，假定看来就合理得多；我们将很快讨论这种情况。但无论在何种情况下，委托人通常是在进行了不可逆转的报酬支付后很久才获得收益；$Y+\frac{1}{\theta}\epsilon$ 理应被视为协定的报酬基础，它必须与实际上可能出现的产出相联系。

另一个奇怪的特点是，不存在明显的理由来解释模型中的委托人—代理人关系。但模型中隐含地假定了代理人须使用委托人所拥有的财产。除非人们要考虑代理人可以使用委托人财产的多大部分的决策，没有必要使这一点明晰化。尽管有时考虑这一决策很有趣，它对我现在想要阐明的关系并无裨益。

回到数学问题上来，我们必须在委托人的最大化行为中引入另一个约束条件——为使代理人接受合同，他必须得到足够大的预期效用。换言之，对于我们正在讨论的劳动力存在一个供给价格。（在奴隶制条件下，效用将不是一个有意义的约束变量；事实上，士气、动力和健康是应引入的考虑因素，但这会使问题进一步复杂化。）约束条件是

$$U(z)\geqslant A, \qquad (55)$$

其中 A 是一个固定的数值。

现在，分析在沿着我在别处使用过的方法进行。① 考虑将未确定的乘数 λ 和 μ 分别与(52)和(55)相联系的拉格朗日形式：

$$L=\int\int\{v(y-\phi,\theta^2)+\lambda u(\phi,z)+\mu(U_2+uf_z/f)\}fgdyd\epsilon.$$

（此处和以下，对 u 和 v 的数字下标代表 u 和 v 对有关自变量的微分。）求关于标量 z 和函数 $\phi(\cdot)$ 的微分，得到一阶条件：

$$\frac{\partial L}{\partial z}=\int\int vf_{z}gdyd\epsilon+\lambda U'(z)+\mu U''(z)=0,$$

① 莫里斯（1972b，1974），也见于斯宾塞和泽克豪森（1971）。

即

$$\mu = -U''(z)^{-1}\int\int v f_z g dy d\epsilon. \tag{56}$$

在求另一个导数之前，改变一个积分变量会对我们有很大帮助，记为，

$$L = \theta\int\int\{v(y-\phi(x),\theta^2) + \lambda u(\phi(x),z) + \mu(u_2 + uf_z/f)\}$$
$$f(y,z)g(\theta(x-y))dydx. \tag{57}$$

则

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = 0. \tag{58}$$

(因为我不打算计算解，我不对这一导数作明确的表达：很显然它是一个非常复杂的表达式)

$$\frac{\partial L}{\partial \phi(x)}$$
$$= \theta\int\{-v_1 + \lambda u_1 + \mu(u_{12} + u_1 f_z/f)\}f(y,z)g(\theta(x-y))dy = 0.$$

由于 u 及其导数独立于y，上式可改写为：

$$\frac{1}{u_1}\int v_1 fgdy/\int fgdy = \lambda + \mu\left\{\frac{u_{12}}{u_1} + \int f_z gdy/\int fgdy\right\},$$

或等价地，利用记号 $E(\cdot|x)$代表被观察到的(明显的)产出为 x 时的期望

$$\frac{E(v_1|x)}{u_1} = \lambda + \mu\left\{\frac{u_{12}}{u_1} + E(\frac{f_z}{f}|x)\right\}. \tag{59}$$

(56)、(58)和(59)与(52)式一起实际上确定了均衡，它是由数值 θ 和 z 及函数 ϕ 刻画的。给定 θ 和 z，(59)式决定了 ϕ。这样，尽管对一个实际情况求解显式解很困难，人们可以利用(59)式获得关于 ϕ 的形状的某些信息。

在对 ϕ 进行讨论之前，我们需要对 f 作某些假定。由于 z 越大意味着努力程度越高，且因此，平均产出越高，对较小的 y，它应该降低 f，而对于较大的 y，它应该降低 f。

我将进一步假定：

f_z/f 是 y 的增函数 (60)

由于对所有的 z，$\int fdy=1$，$\int f_z dy=0$；这样，(60)意味着当 y 很小时，f_z/f 为负，当 y 较大时，f_z/f 为正。对 g 也可作类似假定，其中 ϵ 是一个正态随机变量：

$\log g$ 是 ϵ 的凹函数 (61)

引理 $E(f_z/f|x)$在 x 上非递减

证明

$$\frac{\partial}{\partial x}E(\frac{f_z}{f}|x)=\frac{\partial}{\partial x}\{\int f_z g(\theta(x-y))dy/\int fgdy\}$$

$$=\theta\{f_z g'dy/\int fgdy-\int f_z gdy\int fg'dy/(\int fgdy)^2\}$$

$$=\theta\left\{E(\frac{f_z}{f}\frac{g'}{g}|x)-E(\frac{f_z}{f}|x)E(\frac{g'}{g}|x)\right\}. \quad (62)$$

现在，根据假定(60)和(61)，f_z/f 和 g'/g 都是 y 的增函数，并且因此，在给定 x 时它们是正相关的。所以，由(62)

$$\frac{\partial}{\partial x}E(\frac{f_z}{f}|x)\geqslant 0, \quad (63)$$

证毕。

这使我们可以推导出，如果(i)$\mu>0$；(ii)u_{12}/u_1是 ϕ 的非递增函数，并且(iii)u 和 v 在其第一个自变量上是凹的，则

$$\phi'(x)>0. \quad (64)$$

为证明(64)式，我们将 $E(v_1|x)/u_1$视为 ϕ 和 x 的函数 $a(\phi,x)$。一个与引理非常类似的论述表明，$a_x\leqslant 0$，而 u 和 v 的凹性意味着 $a_\phi>0$。从(59)式，我们得到：

$$\left\{a_\phi-\mu\frac{\partial}{\partial\phi}(u_{12}/u_1)\right\}\phi'(x)=\mu\left\{\frac{\partial}{\partial x}E(f_z/f|x)-a_x\right\}, \quad (65)$$

在前面所有假定基础之上，它意味着我们所期望的结论：$\phi'\geqslant 0$。假定(iii)是相当合理的；假定(ii)的条件也是必要的。但(i)不应

是一个假定，而应是一个被演绎出的结论。给定 $U''\leqslant 0$（并且忽略例外的情况 $U''=0$），从(56)式，我们看到 $\mu>0$ 当且仅当，给定工资方案，委托人能直接控制 z 时他希望 z 能进一步提高。当然这种情况是很可能的：可以设想出一种报酬安排使得代理人不会做委托人所希望他做的全部。但我还没有能够找到一组一般的假定，排除掉 $\mu<0$ 的可能性。

某些特殊情况是很令人感兴趣的。为使讨论能够深入下去，有必要进行大量的简化，从现在起我将假定

$$u_{12}=0. \tag{66}$$

情况 1　只有产出是不确定的

在这种情况下，ϵ 等于 0 的概率为 1，并且由于 x 与 y 相等，(59)式成为：

$$\frac{v_1(y-\phi(y))}{u_1(\phi(y))}=\lambda+\mu\frac{f_2(y,x)}{f(y,z)}. \tag{67}$$

这时，如果 $\mu<0$，ϕ 必然是 y 的减函数，并且

$$\begin{aligned}\int\int vf_zgdy\epsilon &= \int v(y-\phi(y))f_z(y,z)dy\\ &= \int \{v(y-\phi)-v(y_0-\phi(y_0))\}f_zdy\text{（原因在于}\int f_zdy=0\text{），}\end{aligned}$$

其中，y_0是当 $f_z=0$ 时 y 的值。这样，根据(60)，如果 ϕ 递减，则 $\int\int vf_zgdyd\epsilon>0$。但根据(56)，这意味着 $\mu>0$——矛盾。这样，在这种情况下，ϕ 必须在 y 上递增。事实上，由于 $\mu>0$，我们可以得到更多信息。进行微分，

$$\frac{v_{11}}{u_1}(1-\phi')-\frac{v_1u_{11}}{u_1^2}\phi'>0.$$

因此

$$\phi'>\frac{-v_{11}/v_1}{-v_{11}/v_1-u_{11}/u_1}$$

$$= \frac{\text{委托人的绝对风险回避}}{\text{绝对风险回避之和}} \tag{68}$$

只要代理人的绝对风险回避大大高于委托人，则他所能获得的边际份额就会很低。当然，(70)还可以使我们考察工资方案的更细微之处。但对企业内部组织的研究而言，第二种情况可能更为有趣。

情况 2　只有对工人业绩的观察是不确定的

在这种情况下，$y=z$ 的概率是 1。这是一般分析的一种极限情况；这时，或者可以返回到开头，或者可以用一个 δ 函数来代替(59)式中的 f。无论怎样做，结果都是：

$$\frac{v_1(z-\phi(x),\theta^2)}{u_1(\phi(x))} = \lambda - \mu\frac{g'(\phi(x-z))}{g}. \tag{69}$$

利用假定(61)和与情况 1 中相同的论证，我们可以再次证明 $\mu>0$。

这是本文其余部分将采用的模型，所以在此有必要对分析中一直被忽略的一个重要特征加以说明。如果考虑 ϵ 的一个正态分布，$g(\epsilon)=(2\pi)^{-\frac{1}{2}}e^{-\frac{1}{2}\epsilon^2}$，并且

$$\frac{g'}{g} = -\epsilon. \tag{70}$$

由于 ϵ 可在$(-\infty,+\infty)$的范围内变化，所以(69)式的右边有时会取负值。但这只是一个小麻烦，因为(69)的左边总是为正(假定 u 和 v 是收入的增函数)。有人可能会认为，出现这种麻烦是因为，当误差项为正态分布时，观察到的产出可能为负；但当 $x=ze^{\epsilon/\theta}$ 时，同样的情况也会发生。我们应该做的是明确地规定 $\phi=0$ 的情况可以发生。如果 $\phi=0$，则以 ϕ 为变量对拉格朗日函数进行最大化时得到不等式：

$$-v_1+\lambda u_1-\mu u_1 g'/g \leqslant 0. \tag{71}$$

如果 $\lambda-\mu g'/g<0$,(71)式中不等号严格成立,并且因此 $\phi=0$。

考虑委托人和代理人绝对风险回避系数均为常数的例子,

$$u_1=e^{-\alpha\phi},\quad v_1=e^{-\beta(x-\phi)},\tag{72}$$

我们可以清楚地看到这一点。

利用正态分析 g,我们发现:

$$\left.\begin{aligned}\phi(x)&=\frac{\beta z}{\alpha+\beta}+\frac{1}{\alpha+\beta}\log(\lambda+\mu\theta(x-z))\\&\qquad(x\geqslant x_0=z+(e^{-\alpha z}-\lambda)/(\mu\theta))\\&=0\quad(x\leqslant x_0)\end{aligned}\right\}\tag{73}$$

函数的图形如图(5)所示。在此,值得注意的是,我在研究保险和激励问题(1974)时所讨论的,当 $\phi=0$ 时 u 为 $-\infty$ 的情况是一种更为特殊的情形:得不到任何报酬的风险使人们会在给定激励下做所有的工作。但在此处的讨论中,这一假定并不恰当。

为了表明报酬曲线的上半部分并不必然是凹的,我提出另外两种特殊情况:

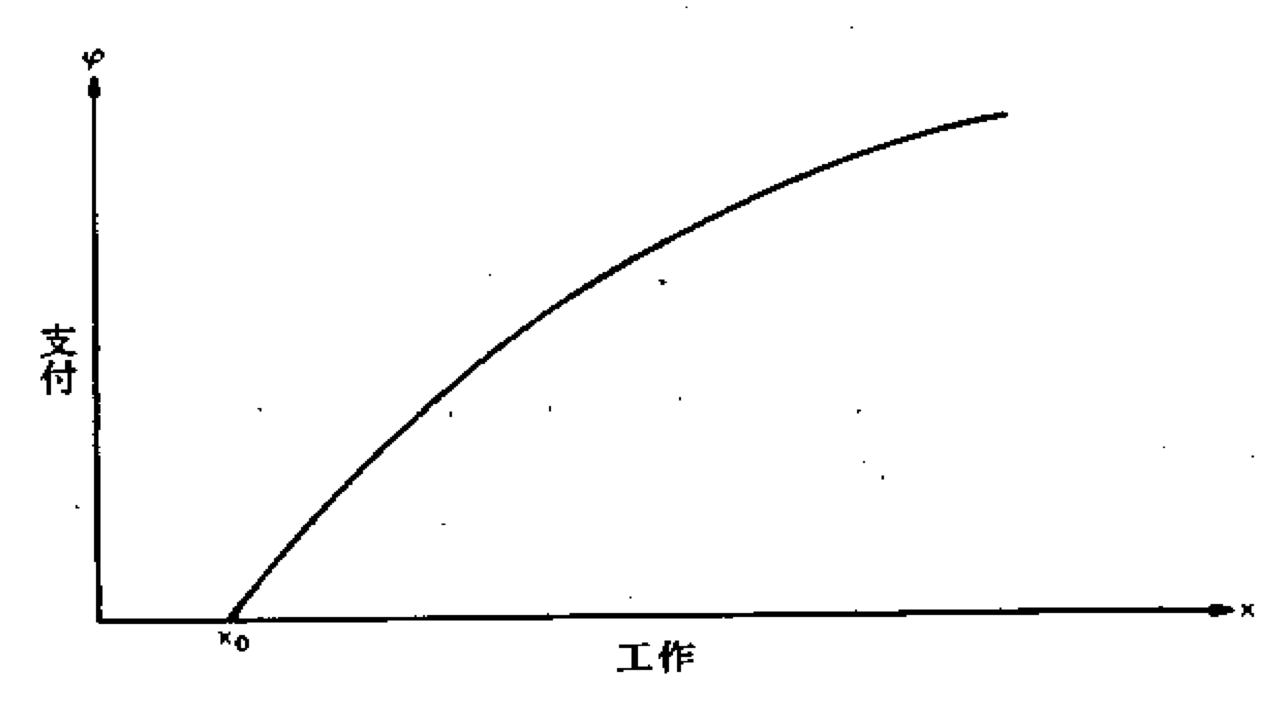


图 5　最优工资方案

(i) 委托人风险中性，代理人相对风险回避系数为常数 ρ

$$\phi(x)=[(B+Cx)^{1/\rho}]_{+}. \tag{74}$$

B 和 C 是由模型的其它方面决定的正常数。

(ii) 委托人和代理人相对风险回避系数均为常数 ρ：

$$\phi(x)=[x\{1+(B+Cx)^{-1/\rho}\}^{-1}]_{+}. \tag{75}$$

如果 $\rho\geqslant 1$，则(74)和(75)式在其取正的部分都是凹的。

我们想知道，当选取的 θ 及代理人收入和努力之间的替代弹性发生变化时，曲线将如何变化。不幸的是，由于条件(56)式的形式所造成的不便，在所有我举的例子中，这种分析都是很复杂的。由(73)，我们看到，如果$\frac{\mu\theta}{\alpha+\beta}e^{\alpha x}$和 $e^{\alpha x}$ 都很大，则如图 6 所示工资安排呈现了很陡峭的"逻辑曲线"形状。($\frac{\mu\theta}{\alpha+\beta}e^{\alpha x}$和 $e^{\alpha x}$分别是 ϕ 在 x_0 处的一阶导数和二阶导数值的绝对值。)这表明，代理人较大的风险回避与委托人的准确观察(表现为 θ 较大)相结合，产生了有点类似"指令"效果的曲线。在这里，"指令"是指承诺当产出在某一

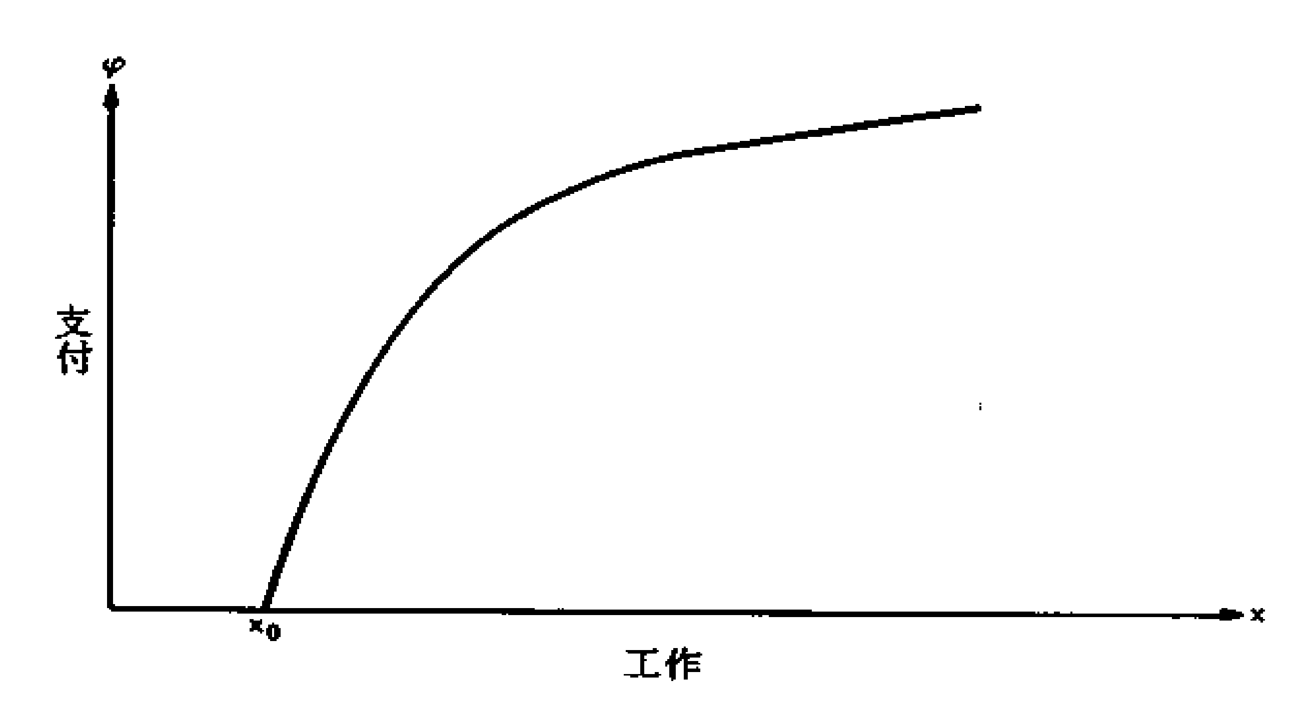


图 6　近似指令的工资方案

特定产出水平的邻域内，而不是其它范围，发生变化时，报酬会随之迅速变化。但不幸的是，这一设想只有当我们知道 μ 如何依赖于 α, β 和 θ 时才能够被验证，而这种依赖关系正是数学问题的难点所在。

但无论如何，有一点很清楚，即曲线采取"指令"情况下的陡峭形状只是一种例外。正常情况下，当人们对他们自己的工作成果及他们被别人观察到的工作成果感到不确定时，这种政策通常不是最优的。值得注意的是，当对不利于代理人的不准确观察很严重时，最优报酬曲线通常采取如图 5 所示的"不公平"形状。

在本文的余下部分，我将概述如何利用这个简单的两人模型作为关于复杂组织的模型的构造基石。

4. 两级组织

现在假定委托人须监督 n 个同质的代理人，像前面一样，他们选择 z 来最大化 $U(z)$；此外，还假定产出可加(即，规模报酬不变)。委托人(根据前面模型的第二种情况)得到 $nz-\sum_{i=1}^{n}\phi(z+\epsilon_i/\theta)$，他对 n 个代理人的监督是互相独立的。委托人选择 ϕ 和 θ 以最大化

$$V=Ev(nz-\Sigma\phi,n\theta^2). \tag{76}$$

$\phi(x)$的微小变化以比例于下式的数量改变 V，

$$-nE_2...E_nv_1(nz-\phi(x)-\sum_{i=2}^{n}\phi(X_i)), \tag{77}$$

其中，E_i 是对随机变量 $X_i=z+\epsilon_i/\theta$ 的期望算子。因此，关于 ϕ 的一阶条件是(比较(59)式)：

$$\frac{nE_2...E_nv_1}{u_1}=\lambda+\mu\left(\frac{u_{12}}{u_1}-\frac{g'}{g}\right)\quad(x>0). \tag{78}$$

拥有多个下级工人的影响是，工资方案由 v_1 的平均值决定。

如果委托人绝对风险回避系数为常数，则平均过程转变为：

$$n\{Ee^{\beta\phi(X)}\}^{n-1}e^{-\beta(nz-\phi(x))}\frac{1}{u_1}=\lambda+\mu\left(\frac{u_{12}}{u_1}-\frac{g'}{g}\right). \tag{79}$$

在这种情况下，最优报酬曲线与上一部分末尾所讨论的形状相同。没有理由认为随代理人数目增大它会变得更平缓或更陡峭。但如果绝对风险回避系数随收入增加而递减，则情况有所不同；这是因为随 n 增大，委托人的相对总风险会下降。这时，当 n 很大时，事实上可以认为委托人是风险中性的。他选择 ϕ 和 θ 以最大化：

$$v(nz-nEp(z+\varepsilon/\theta),n\theta^2), \tag{80}$$

且求解最优报酬函数的一阶条件形如：

$$\frac{1}{u_1}=\lambda'+\mu'\left(\frac{u_{12}}{u_1}-\frac{g'}{g}\right)\quad(x>0). \tag{81}$$

这种平均过程的影响大致是降低了报酬曲线的凹性。沿用前面的例子：

$$u_{12}=0,\quad g=(2\pi)^{-\frac{1}{2}}e^{-\frac{1}{2}\varepsilon^2},$$

相对风险回避系数为 ρ,σ

$$\phi''=-\phi'^2\left[\frac{\rho(\rho-1)}{\phi^2}+\frac{\sigma(\sigma+1)}{(z-\phi)^2}+\frac{2\rho\sigma}{\phi(z-\phi)}\right]。 \tag{82}$$

这样 $\rho<1$ 意味着如果 $\sigma=0$ 则曲线凸，但(除对较小的 x 外)如果 $\sigma>0$，则曲线凹。

即使不进行前面的数学运算，我们也可看到，这种形式的模型从一个方面解释了为什么组织规模不会超过某一定点。如果委托人既选择 θ 又选择 n，则他不会无限制地增大 n。如果 n 给定，则可能不存在一个最优解，使委托人能获得足够的效用从而愿意从事监督活动。对于随合作的代理人数增加企业回报递增的情况，这一结论也成立。这种模型也使我们能够考察，在何种情况下，一

群工人指定他们中的一个监督所有人的表现是有利可图的，以及相反；何种情况下他们会找到一个对称解，其中每个工人都将其部分时间用于监督（假定，其他人中一个）。当生产资料共同所有时，这里所描述的，并被阿尔钦和德姆塞茨（1972）假定为最优的非对称解事实上的最优性并不明显。

5. 等级组织

当工人的数量变得很大时，可以假定，建立一个监督等级结构是有利可图的。模型如下。我从工人这一级开始，然后渐次通过各监督等级：

(i) $z \max Eu^1(\phi_1(X^1), z)$,

其中

$$X^1 = z + \frac{1}{\theta_1}\epsilon^1,$$

(ii) $\phi_1, \theta_1 \max Eu^2(\phi_2(X^2), n_1\theta_1{}^2)$,

其中

$$X^2 = n_1 z - \sum_{i=1}^{n_1}\phi_1(X_i{}^1) + \frac{1}{\theta_2}\epsilon^2 = Z^2 + \frac{1}{\theta_2}\epsilon^2.$$

(iii) $\phi_2, \theta_2 \max Eu^3(\phi_3(X^3), n_2\theta_2{}^2)$,

其中

$$X^3 = \sum_{i=1}^{n_2} Z_i{}^2 - \sum_{i=1}^{n_2}\phi_2(X_i{}^2) + \frac{1}{\theta_3}\epsilon^3;$$

如此等等，直到最高一级：

$$\phi_{t-1}, \theta_{t-1} \max Eu^t(Z^t, n_{t-1}\theta_{t-1}{}^2),$$

其中

$$Z^t = \sum_{i=1}^{n_{t-1}} Z_i^{t-1} - \sum_{i=1}^{n_{t-1}} \phi_{t-1}(X_i^{t-1}).$$

在每一阶段，求解最大化受约束于前面阶段的最大化问题和每一等级工人的供给价格（用效用代表）必须满足。

在这个特定的模型里，我们假定总产出在每一等级都被准确地度量，高效的会计师根据每一部门的产出发工资。n_i 的选择可以由最高层也可以由每一等级分别进行。

不进行严格的数学推导，我们也可以清楚地看到，通过这种途径比仅严格地限于两级结构更有可能创造一个较大的、有生命力的组织；这是因为，通过固定任何一个人所监督的下级工人个数及用于监督每个工人的时间，通过确立一些简单的报酬规则（如部门净收入的固定比例），我们应该能够满足效用约束。因此没有理由为什么企业不能够无限地扩大其规模。

按这种办法建立的一个大型组织是否有一些优势可以弥补由监督人员增加所造成的劣势，需要我们进行更为细致的分析。可以证明，如果(i)每个监督者的直接监督对象人数相同，(ii)观察误差与被观察变量的均值成比例，(iii)每一等级的报酬规则成比例，(iv)所有个人同质，则存在一个报酬体系，使得每个监督者的期望效用至少与（第一级）工人的期望效用相同，并且（最高层）业主的收入约为：

$$Z^t \sim (AN + B + N^{\frac{1}{2}}\epsilon)z \quad (z = \text{每个工人的产值})$$

其中 N 是工人人数，A 和 B 是常数，ϵ 是一个独立于 N 的随机变量。当然，最优化时收入会更高。（我希望在别处证明这一结论并对模型作进一步的分析。）

忽略误差项，这一结果意味着人均利润随 N 增大而减少。但如果其它投入（如资本）的人均成本少于 zA，则只要企业家的相对风险回避系数下降得不是太快，他就会倾向于一个更大的组织。

(如果 B 足够大)完全竞争能够迫使 zA 和其它成本与其边际产出相等并鼓励小企业,但只须对竞争力量的很微小削弱就可以使较大的组织不仅能够存活而且比小企业有更高的利润。在任何要素上的规模报酬递增会加强这一趋势。

模型隐含了另一个有趣的结论。如果我们假定组织的成员相对风险回避系数为常数或随收入增加而下降(这并不是因为这种可能性很大),则,由于收入水平越高相对收入风险越小,所以报酬曲线的凹性应随收入水平提高而降低——更像利润分享而非“指令”。很显然,考虑到推理过程以某种猜测为基础以及模型本身的局限性,这一结论的根据并不充分,但它却是从这样一个模型中我们所能希望得到的一种结论。

6. 企业的规模

通常认为,企业的规模受管理人员的能力、控制一个大型组织所固有的困难以及由较长的权威链导致的信息交流损失所限制。上一部分的模型并未对负责较大部门的人员的管理能力提出明确要求。事实上,构造这个模型的意图是想看看在一个大型组织中会出现什么样的复杂性。它给企业中的每个人赋予了很常规的职责:工作或观察他人的工作结果;当然他们自己选择想要做什么。这样,关于工作的价值——它可以被解释为不同种工作的价值——的信息便在组织中自上而下地传递着。没有明确的理由解释为什么最高层人员的工作应比所有其他人的工作更难,也没有理由认为在最优政策下中层经理比工人得到更多的报酬。如果有理由表明等级结构中较高级别的工作比较低级别的工作须更高的能力,则模型基本上没有涉及这一点。可能最应进入模型的是制定决策的能力:因为工资方案的选择——它代表了建议和指令、为加

强生产力而采取的调整措施、甚至鼓励和纪律——肯定是在高层比在低层有更大的影响。这一考虑也支持了上面提到的规模报酬递减的第二个理由。一个包含了决策能力的完整的模型仍有待建立。

信息交流损失是威廉姆森(1970)分析企业规模的基础。他所引用的证据是经验性的，但极有可能较长的传递链条会使信息发生损失。然而，上一部分的模型例示了，当信息链上每一个环节的观察都是不完美的、每个个人都是根据个人利益选择其行为时，信息正是通过由此而创造的激励体系自上而下传递的。信息的传递是不完美的，比如说可以是因为任何人都没有积极性简单地服从一个指令或把它传达下去。然而，事实上等级组织结构对递减回报的贡献非常微弱，在大型组织中这种影响基本上可以忽略。信息传递中的不确定性并不必然意味着信息损失随企业规模扩大而成比例地增加。

7. 结论性评述

本文讨论了关于组织的两个不同模型，它们可与文献中已有的模型互为补充。在这两个模型中，组织内成员间的信息是不完全的。在这种意义上，它们与本文开头提到的阿尔钦—德姆塞茨(*Alchian - Demsetz*)的看法有相通之处。它们，尤其是本文后半部分的模型显得很繁琐，因而难以回答许多有关问题。例如，关于最优工资方案的分析很不完整，并且未对组织的最优结构(n_1，$n_2 \cdots n_{t-1}$之间的关系如何)作出任何说明。

除了模型的形式本身所引起的兴趣之外——我希望这一点不会被读者忽视，我将本文最重要的结论总结如下：

(1) 对雇员的不完全信息并不足以解释对企业理论的基本结

论，即工资率等于边际产出的偏离。

(2)（由于劳动力市场的买方垄断）当企业工资结构的设计是为了鼓励工作和使雇员展示其能力时，能力越高的工人，其边际产出高出其工资越多；但报酬曲线要比纯买方垄断理论所预言的更陡峭。

(3) 就企业整体而言，等级结构并不必然引起规模报酬递减。

(4) 在企业内部，当被观察到的工人表现低于某一水平时，对单个工人的最优工资方案是报酬为0（给定监督者的效用水平，这是一个从工人利益考虑的帕累托最优结果）。

(5) 本文所用的最优化模型的一个隐含意义是，当委托人高度风险回避时，在等级结构的较低层次，下达命令（而非允许创造性）更易接近最优结果。

参考文献

Alchian, A. A. and Demsetz, H. "Production, Information Costs and Economic Organization." *The American Economic Review*, Vol. 62, No. 5 (December 1972).

Arrow, K. J. *Essays in the Theory of Risk-Bearing*. London and Amsterdam: North-Holland, 1972.

——. *The Limits of Organization*. New York: W. W. Norton, 1974.

Cheung, S. "Private Property Rights and Share-Cropping." *Journal of Political Economy* (1968).

Marschak, J. and Radner, R. Economic *Theory of Teams*. New Haven: Yale Univ. Press, 1972.

Mirrlees, J. A. "An Exploration in the Theory of Optimum Income Taxation." *Review of Economic Studies* (April 1971).

——. "On Producer Taxation." *Review of Economic Studies* (January 1972a).

——. "Population Policy and the Taxation of Family Size." *Journal of*

Public Economics (August 1972b).

——. "Notes on Welfare Economics, Information and Uncertainty" in M.S. Balch, D.L. McFadden and S.Y. Wu, eds., *Contributions to Economic Analysis*. Oxford and Amsterdam: North-Holland, 1974.

Pauly, M. "The Economics of Moral Hazard." *The American Economic Review*, Vol.58, No.3 (June 1968).

Ross, S.A. "The Economic Theory of Agency: The Principal's Problem." *The American Economic Review*, Vol.63, No.2 (May 1973).

Simon, H.A. *Administrative Behavior*. New York: Free Press, 1957.

Spence, A.M. "Job Market Signalling." *Quarterly Journal of Economics* (August 1973).

——and Zeckhauser, R. "Income, Information, and Individual Action." *The American Economic Review*, Vol. 61, No. 2(May 1971), pp.380-387.

Stiglitz, J.E. "Incentives and Risk Sharing in Sharecropping," *Review of Economic Studies* (April 1974).

Williamson, O. E. "Hierarchical Control and Optimum Firm Size." *Journal of Political Economy* (April 1967). Reprinted in D. Needham, ed., *Readings in the Economics of Industrial Organization*. New York: Holt, Rinehart and Winston, 1970.

Wilson, R. "The Theory of Syndicates." *Econometrica* (January 1968).

Zeckhauser, R. "Mutual Insurance: A Case Study of the Tradeoff between Risk Spreading and Appropriate Incentives," *Journal of Economic Theory* (March 1970).

(张　磊 译)

原载于 The Bell Journal of Economics
Vol.7, No.1, Spring, 1976

六　退休年龄不确定时的社会保险模型*

本文研究了劳动供给能力由一个政府无法观察到的随机变量(健康)所决定的模型。当病痛降临时，消费者必须退休，但他也可以选择在任何其它时刻退休。我们对一期、两期和连续时间模型求解了最优社会保险政策。结果表明，在每种可能的情况下，如果社会保险政策为最优，则消费者在工作与退休之间无差异，但在能力许可时会选择工作。对社会保险体制的贡献随年龄增大而减少，得到的保险收益随退休年龄提高而增加。应阻止私人储蓄。最后是对美国社会保障体制的评论。

1. 引言

任何人都不知道未来他将胜任什么工作。在晚年，赚取收入能力的不确定性益发增加。个人所承担的这种风险通过私人保险和税收及社会保险体系得到减轻。完全消除风险是不可能的，因为私人保险和公共安排都不可能对自愿选择的低收入和不得已的低收入做到完全区分。完全保险制度会由于道德风险的存在而崩溃。正因为此，最优社会保险的设计是一个有趣而又困难的问题。在本文中，我们考虑一种简单形式的赚钱能力风险，并且研究由同

---

* (本文与 P.A.戴蒙德合著。)作者感谢本论文准备过程中，国家科学基金会提供的帮助。牛津大学社会研究院的计算与研究支持小组给予了作者计算帮助；本论文作者的研究助理为杰·赫尔姆斯(Jay Helms)。

质个体构成的公众的最优保险问题。[1]

我们假定，所有人的寿命同样长；在任何时刻，个人或者完全拥有或者完全丧失赚钱能力：不存在这一能力的部分丧失。能力的丧失随机地发生。假定政府不能区分没有能力工作的人和自愿选择不工作的人。个人被假定为最大化其期望效用，并且（无论是否与现实情况相违背）在适当的时候会宣称自己没有能力工作。

我们将采用一期、两期和连续时间三个模型。一期模型使我们能够简单明了地得出决定是否存在道德风险问题的基本条件。对存在道德风险问题的情况，我们将最优保险计划的规模与效用函数的特征相联系。利用两期模型，我们展示了道德风险问题的另外一方面，即对商品征税会使消费者期望效用提高。就本文模型而言，我们发现，在合理的假定之下，未被征税的个人会进行过度储蓄。这样，最优社会保险计划需要补之以一种利息所得税安排。在连续时间模型中，我们考察了工作时的最优消费路径及退休金和退休时间之间的最优关系。即使不对效用贴现并且储蓄的回报不必然为正，我们发现，消费随年龄增长而增加、退休收益随退休年龄提高而上升仍然是最优的。因此，我们提出了一种将本文结论包含进美国社会保障体制的收益结构中的方法。[2]

2. 一期模型

个人或者拥有工作能力或者丧失工作能力，他知道自己有工

---

① 在（尚未出版的）其它论文中，我们研究了储蓄机会只受线性性税收制度约束的同质和不同质的人群。

② 社会保险之于退休选择的理论效应见费尔德斯坦（*Feldstein*，1974 年）和谢欣斯基（*Sheshinski*，1978 年）。

作能力的概率是 θ。个人最大化期望效用，其效用可用三个效用函数表示：

$u_1(c)$ = 工作时消费 c 所带来的效用，

$u_2(c)$ = 有能力工作但选择不工作的效用，

$u_3(c)$ = 不能工作时的效用。

工作时，他生产 1 单位的产出。假定存在非线性所得税和同一种类型的个人，劳动供给的调整缺乏连续性并不重要，重要的是健康状况的离散性质。

由于假定，总体上工作是令人不愉快的，我们得到：

$$\text{对所有的 } c,\ u_2(c) > u_1(c), \tag{1}$$

我们还假定工作并且消费优于不工作：

$$u_1(1) > u_2(0). \tag{2}$$

不存在私人保险市场。政府能够对风险进行很好的管理，从而能按照每个人的工作有计划地分配消费，使得每个人消费的期望价值等于其产出的期望价值。

由于政府无法对工人不工作的原因作出区分，它的政策就完全地由下面两个参数来描述：c_1 代表正在工作的人的消费，c_2 代表不在工作的人的消费。这种政策使得每个个人的期望效用为：

$\theta u_1(c_1) + (1-\theta) u_3(c_2)$　如果有工作能力并在工作

$\theta u_2(c_2) + (1-\theta) u_3(c_2)$　如果不在工作

这样，个人愿意工作当且仅当：

$$u_1(c_1) \geqslant u_2(c_2). \tag{3}$$

此外还可以假定，即使在对工作和退休无差异的情况下，如果愿意并且能够工作，个人会去工作。我们将在下文评述这一假定。

当有能力的人都在工作时，总的资源约束是：

$$\theta c_1 + (1-\theta) c_2 \leqslant \theta \tag{4}$$

这是因为每个工人的产出为 1。否则 $c_2=0$。

这种状况可以图示在以 c_1 和 c_2 为轴的坐标系中，如图 1 和图 2，* 其中，平面被曲线 $u_1(c_1)=u_2(c_2)$分为两部分。由假设(2)，点 $c_1=1, c_2=0$ 位于曲线之下。沿曲线和在曲线以下，能工作的个人会选择工作；在曲线以上，个人不工作。可行区域是阴影部分加上原点。图中有三条无差异曲线 I_1I_1，I_2I_2，和 I_3I_3，在给定私人关于是否工作的决策下，沿每条无差异曲线的期望效用为常数。可以看到，曲线 $u_1=u_2$ 完全位于 45°线以下，这是由于假定(1)。

很明显，须分别考虑如图 1、2 所示的两种情况。在第一种情况下，无差异曲线与方程 $\theta c_1+(1-\theta)c_2=\theta$ 所刻画的直线相切。由于无差异曲线的斜率是

$$-\frac{\theta}{1-\theta}\frac{u_1'(c_1)}{u_3'(c_2)}, \tag{5}$$

而预算线的斜率是 $-\theta/(1-\theta)$，这种情况下的最优解是：

$$u_1'(c_1^*)=u_3'(c_2^*) \quad 并且\ \theta c_1^*+(1-\theta)c_2^*=\theta \tag{6}$$

这是我们所熟悉的对完全最优的描述形式。从图中可以看到，道德风险的约束无效：在完全最优下，有能力工作的人会愿意工作。

如果在(6)式所描述的配置下，$u_1<u_2$，则情况有所不同，须用图2来表示。这时，最优点位于预算约束与曲线 $u_1=u_2$ 的交点：

$$u_1(c_1^*)=u_2(c_2^*) \quad 并且\ \theta c_1^*+(1-\theta)c_2^*=\theta. \tag{7}$$

这种情况发生的条件是，交点处的无差异曲线比预算线更平缓。如果在曲线 $u_1=u_2$ 上的所有各点。$u_1'\leqslant u_3'$，则这种情况会

* 图形均刊于本文末尾。

出现。如果相反，在曲线 $u_1 = u_2$ 上所有各点 $u_1' > u_3'$，则第一种情况发生。为方便起见，我们用一个正式的定理来叙述这两种情况。[①]

定理 1　对所有满足 $u_1(x) = u_2(y)$的 x 和 y，如果

$$u_1'(x) \leqslant u_3'(y) \tag{8}$$

则最优结果由(7)式给出。如果

$$u_1'(x) \geqslant u_3'(y) \tag{9}$$

则最优结果由(6)式给出。

如果我们进一步假定，工作能力的丧失对效用有着可加性影响，则定理中的条件会采取一种更有趣的形式：

$$u_3(c) = u_2(c) - b. \tag{10}$$

由于这时，两种状态下消费的边际效用相同，条件(8)可以写作

$$u_1(x) = u_2(y) \quad \text{意味着} \quad u_1'(x) \leqslant u_2'(y), \tag{11}$$

对所有的 x 和 y。

这样，如果对工人进行补偿使其在工作和不工作之间无差异导致被补偿者消费的边际效用低于当他不工作并且得不到补偿时消费的边际效用，则道德风险问题就会产生。在我们看来，更经常地这一条件比相反的条件更为恰当。例如，当效用在消费和劳动上是可加可分时，劳动是为人们所厌恶的。

3. 道德风险下的比较静态分析

利用图形，我们可以考察当概率变化、当劳动的负效用变化及当消费的效用变化时，最优结果会如何改变。

---

① 我们研究的模型与可加性社会福利函数的标准最大化是等价的。就我们所知，此处所假定的特定的特征分布，此前还没有被研究过。

当 θ 提高时，预算线变得更陡峭，它绕固定点(1,0)顺时针方向旋转。这样，如果道德风险存在，c_1^* 和 c_2^* 都会提高。类似地，工作的负效用 u_2-u_1 的提高，使 $u_1=u_2$ 曲线向下移动，使得 c_1^* 提高、c_2^* 下降。

通过考虑 $u_1=u_2$ 曲线的移动，也可以对消费的效用发生变化时的情况进行分析。例如，我们可以说明，风险回避程度的增加将导致保险范围的缩小，这可能与一些人的直觉恰恰相反。假定无论工作与否，并且当风险回避程度提高时，c_2^* 点的效用和边际效用保持不变。由此，对所有的 $c>c_2^*$，u_1 下降，特别对 c_1^* 亦然(见图 3)。因此，在 c_2^* 的邻域内，曲线 $u_1=u_2$ 右移。结果是最优的 c_1^* 增大，而最优的 c_2^* 减少：正如前面所称，保险的范围缩小了。一种不同类型的风险回避程度提高可以产生相反的效果，例如，当风险回避程度提高时，c_1^* 点的效用和边际效用保持不变。与图 3 类似，但曲线 $u_1=u_2$ 向上移动。

一期模型表明，政府对个人是否拥有工作能力的缺乏判断力可能会也可能不会使最优结果无法达到。如果达到最优结果的可能性受到影响，这意味着存在道德风险问题，则当个人事前同质并只存在两种能力水平时，在最优点，个人对工作和不工作无差异。读者将看到，当我们扩展分析的时间框架时，这一性质仍能保持。

4. 两期模型

两期模型假定，第一期每个人都能工作，第二期个人能够工作的概率是 θ。政府了解这一情况。我们想利用这一模型来讨论私人储蓄行为的重要性，但在目前，我们假定政府向个人提供第一期

和第二期的消费时，如果第二期工作，为(c_0, c_1)；如果第二期不工作，为(c_0, c_2)。不存在私人储蓄。在每种情况下，效用是两个时期消费的函数。特定的效用函数用上标而非下标区别表示，下标将用于表示导数。

预算约束是：

$$c_0 + R[\theta c_1 + (1-\theta)c_2] = 1 + \theta R \tag{12}$$

这里假定每个工人工作的总产出是 1 个单位，并且有一个常数贴现因子 R①。为在二维平面上作图，我们利用预算约束(12)来消去当每个能工作的人都工作时的一个变量。最方便的作法是使用变量 c_0 和

$$z = c_1 - c_2, \tag{13}$$

其中 Z 是对工作的回报，$1-Z$ 是对劳动收入的税收。则由(12)式我们得到，

$$c_1 = \frac{1-c_0}{R} + \theta + (1-\theta)z, \tag{14}$$

$$c_2 = \frac{1-c_0}{R} + \theta + (1-z). \tag{15}$$

由于消费水平非负，所以，只要每个人在其有工作能力时都工作，则 c_0 和 z 受三个线性不等式约束，$c_0 \geqslant 0$，$c_1 \geqslant 0$ 和 $c_2 \geqslant 0$。它们在(c_0, z)平面上定义了一个三角形，如图 4 所示。

但是，仅当

$$u^1(c_0, c_1) \geqslant u^2(c_0, c_2) \tag{16}$$

时，人们才在其有工作能力时愿意工作。如果 $z \leqslant 0$，$c_2 \geqslant c_1$，则在工作带来负效用的假定下，$u^2(c_0, c_2) > u^1(c_0, c_1)$。这样，不等式(16)意味着 $z > 0$。还要注意，由于 z 的增加会使 c_1 增大、c_2 减

---

① R 等于$\frac{1}{1+\text{利率}}$。

小，则只要(c_0, z)满足(16)式并且$z' > z$，则(c_0, z')满足(16)式。人们有工作能力时会选择工作的区域是图4中ABC围成的区域：AB是人们在工作与不工作之间无差异的点的轨迹。如果(c_0, z)不在这一区域内，则或者这些c_0和z的取值是不可行的配置方案，或者第二期无人工作。

在后一种情况下，$c_0 + Rc_2 = 1$，并且期望效用是$\theta u^2(c_0, c_2) + (1-\theta)u^3(c_0, c_2)$。令

$$v_m = \max[\theta u^2 + (1-\theta)u^3 : c_0 + Rc_2 = 1] \quad (17)$$

为第二期无人工作时所能得到的最大效用。

图中的无差异曲线是在第二期有人工作的假定下所绘，每条曲线所代表的期望效用$\theta u^1 + (1-\theta)u^2$为常数。图中所画的是完全最优，即点$F$，无法达到的情况，并且最大可得效用大于$v_m$，所以最优时存在道德风险，第二期有人在工作。类似第2部分的论述表明，完全最优无法达到的条件是，如果

$$u^1(x_0, x_1) = u^2(x_0, x_2)$$

意味着 $u_1^1(x_0, x_1) \leqslant u_2^3(x_0, x_2)$， (18)

其中u_i代表u关于x_i的偏导数。

我们集中考虑最优时道德风险存在并且第二期有人工作的情形。则最优时，无差异曲线与曲线AB相切。此外，z的微小增加将使效用水平降低。c_0的增加对效用的影响方向不定，依赖于最优点曲线斜率的符号。很快我们将对此加以讨论。

有趣的一点是，当z固定不变时，一个使期望效用增加的c_0的变化代表了一个储蓄机会，这个机会是在允许私人储蓄时，个人所希望获得的；从(14)和(15)式中可以看到，c_0的变化会引起c_1和c_2与储蓄或负储蓄行为发生时引起的相同的变化。因此，一般而言，只有当个人无法进入资本市场或对私人储蓄采取一种适当的税收或补贴时，最优点才可能达到。

最有可能发生的情况是，代表道德风险约束的AB曲线在切点的斜率为负。如果当c_2趋于0时u^2趋于负无穷大，则只有当c_1也为0时，曲线$u^1=u^2$才能与直线$c_2=0$相交，即，交点在纵轴上，$z=0$。由于在B点$z>0$，曲线AB的斜率总体上为负。我们还能找到一个相当合理的局部条件，使如图4所示的最优点能够发生。为进一步分析，我们假定u^2和u^3之差为常数，即，它们导数相同。

定理2　假定$u^3=u^2-b$，对于所有满足$u^1(x_0,x_1)=u^2(x_0,x_2)$的$x_0$、$x_1$和$x_2$，如果

$$u_1^1(x_0,x_1)\leqslant u_2^2(x_0,x_2), \tag{i}$$

$$\left(\frac{\partial x_1}{\partial x_0}\right)_{u^1}\leqslant\left(\frac{\partial x_2}{\partial x_0}\right)_{u^2}, \tag{ii}$$

则最优时，个人希望储蓄更多。

证明　要证明的是，在最优点，当z固定不变时，c_0的减小将使期望效用增大，即在最优点，曲线$u^1=u^2$的斜率为负。由于u^1-u^2是z的增函数，我们须说明它是c_0的增函数，

$$\frac{\partial}{\partial c_0}(u^1-u^2)=u_0^1-u_0^2-\frac{1}{R}(u_1^1-u_2^2).$$

在此，数字下标表示对相应的消费水平的微分。

我们将证明，在最优点，

$$\frac{1}{R}=\theta\frac{u_0^1}{u_1^1}+(1-\theta)\frac{u_0^2}{u_2^2}. \tag{19}$$

由(19)式，如果u_0^1/u_1^1大于u_0^2/u_2^2，即条件(ii)，则$\frac{\partial}{\partial c_0}(u^1-u^2)$为正(反之亦然)。

现在要证，在最优时存在道德风险的假定下(条件(i))，(19)式成立。由图4，我们知道，在D点，一条无差异曲线与道德风险约束曲线相切，由两条曲线斜率相等，得到：

$$\frac{\theta(u_0^1-\frac{1}{R}u_1^1)+(1-\theta)(u_0^2-\frac{1}{R}u_2^2)}{\theta(-\theta)(u_1^1-u_2^2)}$$

$$=\frac{(u_0^1-\frac{1}{R}u_1^1)-(u_0^2-\frac{1}{R}u_2^2)}{(1-\theta)(u_1^1+\theta u_2^2)}$$

交叉相乘，即(19)式。证毕。

定理中的第一个条件，我们在前面已经认为它是貌似有理的，并且它在最优时存在道德风险几乎是必须的条件。第二个条件是说，如果无论第二期工作与否效用相同，则不工作时个人更有积极性进行储蓄。我们的结论是，最优社会保险政策通常要与对储蓄的征税相结合。

现在假定允许私人储蓄并且不对储蓄征税。这意味着，最优化进一步受储蓄均衡条件约束，即期望效用对c_0的导数为0。这一条件由图5中*FE*曲线，即无差异曲线上斜率为无穷的点的轨迹代表。沿这条曲线向右移动，效用和社会保险方案的规模都会缩小。如果个人在制定其储蓄计划时假定他们未来将会工作，则完整的分析须将储蓄约束与道德风险约束 $u^1(c_0,c_1)=u^2(c_0,c_2)$相结合，并且最优点在两条约束曲线的交点 *E* 达到。但是，如果个人同时决定储蓄和在未来工作，则我们会得到不同的道德风险约束条件：

$$\max_{s}\,[\theta u^1(c_0-s,c_1+s)+(1-\theta)u^3(c_0-s,c_2+s)]$$

$$\geqslant\max_{s}\,[\theta u^2(c_0-s,c_1+s)+(1-\theta)u^3(c_0-s,c_2+s)].$$

对于结果个人在第二期工作则其最优储蓄水平为 0 的情况，这是一个更严格的条件；因为调整储蓄行为的能力使那些在第二期不工作的人可得到的效用提高。这如图 5 的 *GJ* 曲线所示，最优点为 *H*。(在另一篇论文中对这一模型进行了更细致的分析。)值得

注意的是，当个人可以自由进行储蓄而不受税收约束时，最优点仍然在可行集的边界上达到。[①]

这些最优解的下述方面应该受到进一步的重视。由于最优解都是在可行集的边界上达到，所以，事实上个人对第二期是否工作无差异。类似地，在单期模型中，它们对是否工作是无差异的。如果这种无差异表现为随机选择而不是不合理地坚持政府的愿望，则严格地说，最优点并不存在。尽管政府可以采取某些非常类似我们已经讨论过的、使个人在有能力工作时必然愿意工作的政策，任意逼近最优。这就是为什么像我们已经做过的那样，当消费者对工作与否无差异时，假定政府可以进行选择是一种适当的做法。当然，对这些问题作出完全令人满意的分析须在模型中明确地引入作出选择的成本，而这会使我们离题太远。

这一部分的主要结论是，政府在制定社会保险计划时，通常希望抑制私人储蓄，例如通过征税；如果它做不到这一点，则它会缩小社会保险计划的范围。这举例说明了道德风险情况下的一般特征，即保险的提供者通常想要控制有关商品的交易。例如，火灾保险公司希望其客户购买灭火器，并希望看到对烟草消费的高额税收。

5. 连续时间模型

现在我们转入退休时间连续可变的模型，但保留每一时刻劳动选择离散的假定。这一模型使我们能够提出两个更深入的问题：在工作时的消费决策应如何随年龄而变化？退休的收益如何

---

① 为在图4中D点达到最优，政府必须关闭资本市场或者引进非线性财产税以确保个人不愿储蓄。

依赖于退休的年龄？由于道德风险约束已无法再在二维图形上表示，模型的数字将比前面的模型更为复杂，但前面的分析还将被用来指导我们求解模型。

我们作如下假定。如果每个人都在工作，则每单位时期的产出为1。真实利率为0。效用是未经折现的瞬时效用的积分。当个人工作时，他的瞬时效用为 $u_1(c)$；不工作时，根据其是否有能力工作，其瞬时效用分别为 $u_2(c)$ 或 $u_3(c)$。这三个函数都是严格凹的。为简化分析，我们从一开始就假定 u_2 与 u_3 相差一个常数：

$$u_2(c)=u_3(c)+b \qquad b\geqslant 0$$

储蓄受政府控制。由此，工作时的消费是年龄的函数 $c_1(t)$；退休时的消费是年龄 t 和退休年龄 r 的函数 $c_2(t,r)$。个人丧失工作能力的时刻 s 是一个随机变量，密度函数和分布函数分别为 f 和 F。生命的长度用 T 代表，并且，对于 $0<s<T$，$f(s)>0$。分布中不存在微粒点。

如果退休年龄为 r，丧失能力的年龄为 s，并且 $s\geqslant r$，则效用为：[1]

$$\begin{aligned}&\int_0^r u_1(c_1(t))dt+\int_r^s u_2(c_2(t,r))dt+\int_s^T u_3(t,r)dt\\&=\int_0^r u_1(t)dt+\int_r^T u_2(t,r)dt-b(T-s),\qquad(20)\end{aligned}$$

在此我们利用了(19)式并引入这个表示法

$$u_1(t)=u_1(c_1(t)),\quad u_2(t,r)=u_2(c_2(t,r)).$$

个人和政府都无法影响(20)式的最后一项，因此，在进一步分析中我们将它忽略。我们感兴趣的是工作和消费的效用。对确实在年龄 r 退休的人而言，这个效用可以写作：

$$v((r)=\int_0^r u_1(t)dt+\int_r^T u_2(t,r)dt.\qquad(21)$$

---

① 我们不考虑退休后重返工作的可能性。处理这一复杂性的办法之一是将工资和退休金与资历而非年龄相联系。

对计划在年龄 r 退休的人而言，期望效用为：

$$V(c_1, c_2, r) = \int_0^r v(s)f(s)ds + v(r)[1 - F(r)], \quad (22)$$

这是因为，如果 s 早于计划退休年龄，则个人必须在年龄 s 退休。这样，如果到年龄 r 个人仍有能力工作，则 r 就是他决定退休的年龄。

方程式(22)将目标函数表示为 v 的平均值，即 $v(\min(s, r))$ 的期望值。这一平均值将在我们的分析中经常出现，为方便起见，我们用一个特殊的记号来表示它。对任何可积函数 h，我们定义

$$J_r(h) = \int_0^r h(s)f(s)ds + h(r)[1 - F(r)]. \quad (23)$$

J_r 的性质：

(i) 对每一个 r，J_r 是一个正线性函数，

(ii) 如果 h 单调递增(递减)，则 $J_r(h)$在 r 上单调递增(递减)，

(iii) $J_r(h)$是 r 的常值函数当且仅当 h 是一个常数，

(iv) 如果 h 可微，

$$\frac{d}{dr}J_r(h) = h'(r)[1 - F(r)]. \quad (24)$$

证明 (i)和(iv)可以直接从(23)式得到。为证(ii)，令 $r' > r$，从(23)式计算下式：

$$J_{r'}(h) - J_r(h) = \int_r^{r'}[h(s) - h(r)]f(s)ds + [h(r') - h(r)]\int_{r'}^{T}f(s)ds. \quad (25)$$

这样，如果 h 单调递增，则 $J_{r'}(h) > J_r(h)$。h 单调递减的情况可作类似证明。

由(25)式可知，如果 h 是常数，则 $J_r(h)$是常数。为完整地证明(iii)，假定对所有的 r，$J_r(h) = c$，c 为常数。由(23)，$h(r)$可微，则(24)式意味着 $h' = 0$，即 h 是常数。证毕。

在年龄 r 退休的工人给政府造成的净资源成本是：

$$z(r)=\int_0^r c_1(t)dt+\int_r^T c_2(t,r)dt-r, \qquad (26)$$

其中最后一项是因为工人在每一时期创造单位产出。如果政府需要 A 单位产出自用，则总的资源约束是：

$$J_r(z)+A\leqslant 0, \qquad (27)$$

这时假定所有人选择相同的退休年龄并且政府受到期望资源成本约束。

现在我们可以将我们所要解决的问题作一正式表述。我们要最大化 $J_r(v)$，约束条件是(27)式和

$$J_t(v)\leqslant J_r(v)，对所有\ t\leqslant r. \qquad (28)$$

第二个约束条件的意思是，个人不倾向于在 r 之前退休。由于政府可以为任何在它选定的年龄之后退休的人确定一个等于0的消费水平，所以我们毋须考虑那些计划工作时间过长的人。这样，对政府的有效约束是，它选择 r 及函数 c_1 和 c_2，使(27)和(28)式成立。

在完全最优点，政府仅受(27)式约束，所有情况下消费的边际效用都应相等。

$$c_1(t)=c_1^0, c_2(t,r)=c_2^0；并且\ u_1'(c_1^0)=u_2'(c_2^0). \qquad (29)$$

如果在这些情况下，$u_1(c_1^0)\geqslant u_2(c_2^0)$，则不存在道德风险问题；因为从(21)式可以看到，$v(r)$是 r 的非递减函数，从而 $J_t(v)$是 t 的非递减函数。

在不存在道德风险问题的情况下，最优退休日期将通常为 T。由于不存在道德风险问题这一事实，利用(24)式可以得到，期望效用是退休年龄的非递减函数：

$$\frac{\partial}{\partial r}J_r(v)=[u_1(c_1^0)-u_2(c_2^0)][1-F(r)]\geqslant 0$$

如果期望资源成本也随退休年龄递减，则最优点在 T 达到。再次利用(24)式，得

$$\frac{\partial}{\partial r}J_r(z) = [c_1^0 - c_2^0 - 1][1 - F(r)].$$

这样

$$c_1^0 - c_2^0 - 1 < 0.$$

是最优点为 T 的充分条件。$u_1'(x) = u_2'(y)$可能意味着 $x \leqslant y + 1$。如果这样，则结果易得。即使不是对所有的 x 和 y 上式都成立，如果政府在其它方面资源需要为正($A > 0$)，并且最优时有人在工作，则在最优点该式也成立。因为有 $A = -J_r(z)$和

$$z(s) = sc_1^0 + (T - s)c_2^0 - s$$
$$= (c_1^0 - c_2^0 - 1)s + Tc_2^0.$$

这样，如果 A 为正，则 $J_r(z)$为负，则得到所要求的 $c_1^0 - c_2^0 - 1 < 0$。根据前面的论证，易得，最优解是计划退休时间为 T。

正如上面所论证的，我们感兴趣的是 $u_1' = u_2'$与 $u_1 \geqslant u_2$ 不一致的情况，这时存在道德风险问题。相应地，从现在起我们假定：

对所有使 $u_1(c_1) = u_2(c_2)$的 c_1, c_2,

$$u_1'(c_1) \leqslant u_2'(c_2). \tag{30}$$

在继续分析之前，我们须注意最优解的一个会给分析带来方便的特征。一旦一个人退休，他就不再能从对消费的无效率跨时期配置中得到好处。工作的积极性依赖于期望效用，后者是退休年龄的函数，因此，以退休年龄为约束提供期望效用的成本应最小化。在不对效用进行折现和利率为 0 的情况下，这意味着：

$$c_2(t, r) = c_2(r). \tag{31}$$

这样 v 和 z 可以写作，

$$v(r) = \int_0^r u_1(t)dt + u_2(r)(T - r), \tag{32}$$

$$z(r) = \int_0^r c_1(t)dt + c_2(r)(T - r) - r. \tag{33}$$

我们所面临的最大化问题的一个不好的性质是，缺乏凹性条件，从而无法使最优解的必要条件也成为充分条件。在任何一个控制变量 c_1、c_2 和 r 上，我们都不能期望代表道德风险约束的(28)式为凹。但如果我们将 u_1 和 u_2 视为控制变量，则目标函数、约束(28)式是它们的线性函数，资源约束(27)式在 u_1 和 u_2 上是凸的。这样，如果视 r 为给定，则问题就成为一个标准的规划问题。首先，我们要推导出以给定 r 值为条件的最优解的必要和充分条件，然后再推导以 r 为变量的最优化问题的必要条件。

在前面模型的解中，个人对是否工作无差异。相应地，我们可以预期，根据现在的模型，个人对退休的年龄无差异。首先我们考虑包含这一特征的最好路径，然后我们要说明这就是最优路径。对 $u_1(t)$和 $u_2(t)$的增长我们先推出两个微分方程，在讨论了他们的性质之后，我们将最优结果作为定理 3 提出并加以证明。如果 $J_t(v)$是一个不依赖于 t 的常数，则根据性质(iii)，$v(r)$是一个不依赖于 r 的常数。记为

$$\int_0^r u_1(t)dt + u_2(r)(T-r) = \bar{v} . \tag{34}$$

给定 v 为常数，我们的问题是，u_1 和 u_2 的最优组合是什么。它与给定 $J_r(z)$最大化 $\bar{v}$ 或给定 $\bar{v}$ 最小化$J_r(z)$是等价的。

令 G_1 和 G_2 分别为 $u_1(c)$和 $u_2(c)$的反函数。从而 $c_1(t) = G_1(u_1(t))$，$c_2(t) = G_2(u_2(t))$。这样，我们可以利用不变效用条件将资源耗用写作 $u_1(t)$的函数：

$$z(r) = \int_0^r G_1(u_1)dt + G_2\left(\frac{1}{T-r}[\bar{v} - \int_0^r u_1 dt]\right)(T-r) - r. \tag{35}$$

我们可以将(35)式代入期望成本 $J_r(z)$的表达式中并找出期望成本最小化在函数 $u_1(t)$上的一阶条件。从(35)式，得到：

$$\frac{\partial z(r)}{\partial u_1(t)}=\begin{cases}G_1'(u_1(t))-G_2'(u_2(r)), & t\leqslant r,\\ 0, & t>r.\end{cases} \tag{36}$$

进而，对 $t\leqslant r$，

$$\frac{\partial}{\partial u_1(t)}J_r(z)=J_r\left(\frac{\partial z}{\partial u_1(t)}\right)$$

$$=\int_t^r[g_1(t)-g_2(s)]f(s)ds$$

$$+[g_1(t)-g_2(r)][1-F(r)], \tag{37}$$

其中

$$g_1(t)=G_1'(u_1(t))=1/u_1'(c_1(t)), \tag{38a}$$

$$g_2(t)=G_2'(u_2(t))=1/u_2'(c_2(t)), \tag{38b}$$

对成本最小化问题，对所有 t，(37)式表示的导数应为0：

$$\int_t^r[g_1(t)-g_2(s)]f(s)ds+[g_1(t)-g_2(r)][1-F(r)]=0. \tag{39}$$

对 t 求微分，并用一点来表示时间的导数，我们得到

$$[1-F(t)]\dot{g}_1(t)=[g_1(t)-g_2(t)]f(t), \tag{40}$$

它可以等价地写成：

$$[1-F(t)]\frac{d}{dt}\frac{1}{u_1'(c_1(t))}$$

$$=\left[\frac{1}{u_1'(c_1(t))}-\frac{1}{u_2'(c_2(t))}\right]f(t).$$

同时，在(39)式中令 $t=r$，得

$$g_1(r)=g_2(r), \tag{41}$$

或等价地

$$u'_1(c_1(r))=u'_2(c_2(r)).$$

至此，我们已证明，如果最优时人们对退休年龄无差异(从而 v 为常数)，则(40)和(41)式成立。进一步，由于 $v(r)$ 为常数，求(34)式对 r 的微分，我们得到，

$$(T-t)\dot{u}_2(t)=u_2(t)-u_1(t). \tag{42}$$

这样，最优路径就由两个微分方程(40)和(42)及两个进一步的条件，(41)式和资源约束(27)式，来描述。注意(40)和(42)式是时间依赖的微分方程。

图6是(c_1, c_2)平面上这两个微分方程的相位图。由于方程是时间依赖的，所以有无穷多条路径穿过图中的大多数点，解的路径可以互相交叉。然而，相位图还是有用的：因为，由(40)，当$g_1=g_2$时，c_1是稳定的；由(42)，当$u_1=u_2$时，c_2是稳定的。这两条曲线不随时间而变化。由于u_1和$g_1=1/u_1'(c_1)$是c_1的增函数，u_2和g_2是c_2的增函数，所以两条稳定态曲线斜率都为正。

根据假定(29)，$u_1=u_2$曲线位于$g_1=g_2$(即$u_1'=u_2'$)曲线之下。在这两条曲线之间，c_1和c_2都随t而增大。(41)式的意思是，我们所求出的解必须在$t=r$时与$g_1=g_2$曲线相交。因此，在整个解路径上，c_1和c_2都是t的增函数。现在我们要证明，满足(40)—(42)式及资源约束的路径是所有会诱使人们在一特定年龄r退休的路径中最好的一个。我们还要给出在给定r时最优解存在的条件。并且表明在计划退休年龄，最优路径是连续的。(读者可以直接转到第7部分对最优r的讨论，这并不影响对全文的理解。)这些结果的正式表述如下：

定理3 假定对所有满足$u_1=u_2$的c_1和c_2，$u_1'\leqslant u_2'$，令$r<T$。如果

$$\dot{u}_2=\frac{u_2-u_1}{T-t},$$

$$\dot{g}_1=(g_1-g_2)\frac{f}{1-F},$$

$$g_1=g_2 \qquad \text{当 } t=r,$$

并且$J_r(z)+A=0$，则这样定义的政策对给定的r是最优的。进一步假定$u_1(0)=u_2(0)=-\infty$；并且对某一常数$B>0$，$-u''_1/$

$u_1' \geqslant B$。则对任意在$(0, T)$区间内的 r，存在一个包含上述性质的解，使得

$$\int_0^r [1 - F(s)] ds > A. \quad (43)$$

(即，使得正的消费是可行的。)

6. 定理 3 的证明

最初，我们按照标准的步骤，即通过为约束条件引入拉格朗日乘数，并证明一阶条件对有约束的最大化问题的充分性，证明了定理 3。但这种方法相当复杂。这里给出的证明要简明一些，但由于未明确引入拉格朗日乘数而略显意图不明确。首先我们要建立一些预备性结论。包括最优影子价格和满足道德风险约束的其它计划。利用引理，我们可以证明，任何其它路径都不能带来更高的期望效用。满足定理条件的政策用星号标明。

引理 1 对任何满足 $J_t(v) \leqslant J_r(v)$的 v, $J_r(g_2^* v) \geqslant g_1^*(0) J_r(v)$,

由于 c_1^* 是 t 的增函数，所以 g_1^* 是 t 的增函数，并且有：

$$\int_0^r \dot{g}_1^*(t)[J_r(v) - J_t(v)] dt \geqslant 0. \quad (44)$$

由于 $J_r(v)$不依赖于 t，

$$\int_0^r \dot{g}_1^* J_r(v) dt = [g_1^*(r) - g_1^*(0)] J_r(v). \quad (45)$$

并且，

$$\begin{aligned}\int_0^r \dot{g}_1^* J_t(v) dt &= \int_0^r \dot{g}_1^*(t) \int_0^t v(s) f(s) ds dt \\ &+ \int_0^r \dot{g}_1^*(t) v(t)[1 - F(t)] dt \\ &= \int_0^r [g_1^*(r) - g_1^*(t)] v(t) f(t) dt\end{aligned}$$

$$+\int_0^r [g_1^*(t)-g_2^*(t)]v(t)f(t)dt,$$

这一步首先利用了对 $J_t(v)$的定义，然后第一个积分式中改变了积分的顺序，第二个积分式中利用了(40)式。最后一个表达式可以简写作：

$$\int_0^r \dot{g}_1^* J_t dt = g_1^*(r)\int_0^r vfdt - \int_0^r g_2^* vfdt$$
$$= g_1^*(r)J_r(v) - J_r(g_2^* v), \qquad (46)$$

因为 $g_1^*(r)=g_2^*(r)$。

将(44)、(45)和(46)式相结合，我们得到引理 1。

引理 2 $J_r(g_2^*)=g_1^*(0)$

定理的第二和第三个条件等价于，对所有 t，(37)式为 0。令 $t=0$，我们得到所要的结论。

现在我们来证，任何可行路径所带来的期望效用不会大于满足定理条件的路径所带来的期望效用。从 z 的定义，我们有：

$$z(s)-z^*(s)=\int_0^s [G_1(u_1)-G_1(u_1^*)]dt$$
$$+[G_2(u_2(s))-G_2(u_2^*(s))](T-s).$$

由于 G_1 和 G_2 是其自变量的凸函数，我们可以利用凸函数不等式得到：

$$z(s)-z^*(s)\geqslant\int_0^s g_1^*(t)(u_1(t)-u_1^*(t))dt$$
$$+g_2^*(s)(u_2(s)-u_2^*(s))(T-s).$$

利用 v 的定义、(32)式及 $v^*(s)$为常数的性质，可将上式写为

$$z(s)-z^*(s)\geqslant\int_0^s (g_1^*(t)-g_2^*(s))(u_1(t)$$
$$-u_1^*(t))dt+g_2^*(s)(v(s)-v^*)$$
$$=\int_0^T \frac{\partial z^*(s)}{\partial u_1^*(t)}(u_1(t)-u_1^*(t))dt$$

$$+ g_2^*(s)(v(s) - v^*). \qquad (47)$$

第二步来自导数的表达式,即(36)式。现在,我们希望将线性算子 J_r 应用到(47)式。由于对所有 t,(37)式为 0,所以右边第一项为 0:

$$J_r\left(\int_0^T \frac{\partial z^*(r)}{\partial u_1^*(t)}(u_1(t) - u_1^*(t))dt\right)$$

$$= \left(\int_0^T J_r \frac{\partial z^*(r)}{\partial u_1^*(t)}\right)(u_1(t) - u_1^*(t))dt = 0.$$

这样,由引理 1、2 我们得到

$$J_r(z) - J_r(z^*) \geqslant J_r(g_2^* v) - J_r(g_2^*)v^*$$

$$\geqslant g_1^*(0)[J_r(v) - v^*] \qquad (48)$$

现在 $J_r(z) + A \leqslant 0$,并且 $J_r(z^*) + A = 0$,所以(48)式意味着

$$J_r(v) \leqslant v^*,$$

即,其它路径所带来的期望效用不会大于满足定理条件的路径带来的期望效用。至此,我们证明了一阶条件对定理成立的充分性。由于 G_i 严格凸,(48)式严格不等号成立意味着解的唯一性。

下面我们证明定理的后半部分,即解的存在性部分。考虑满足微分方程(40)和(42)及终端条件 $u_1'(c_1(r)) = u_2'(c_2(r))$ 的所有路径。将这些路径中任意一个带来的期望效用记为 $V(x, r)$,其中 r 是计划退休年龄,x 是 $c_1(r)$ 的值。用图形表示,我们是考虑图 6 中所有在时间 r 与曲线 $g_1 = g_2$ 相交的路径。将这类路径的期望资源成本记为 $Z(x, r)$。尽管不作正式的证明,我们仍应注意 V 和 Z 都是 r 和 x 的微分方程。如果 $Z(x, r) + A = 0$,则存在最优路径。我们想证明的是,当 $u_i(0) = -\infty$ 并且 $-u''_1/u'_1$ 下界大于 0 时,存在 x,它满足资源约束。在图 6 中,由于当消费为 0 时边际效用为无穷,因而,当消费为 0 时 g_1 和 g_2 也为 0,$g_1 = g_2$

曲线经过原点。类似地，曲线 $u_1=u_2$ 经过原点。这样，我们可以选择任意大或任意小的 x，并且找到一条路径，当 $c_1(r)$等于 x 时它与 $g_1=g_2$ 曲线相交。

通过选择足够小的 x，当 $0\leqslant t\leqslant r$ 时，$z(t)+t$ 可以一致地任意小。这样，$J_r(z(t)+(t))$可以任意小。通过分部积分，

$$J_r(t)=\int_0^r tf(t)dt+r-rF(r)=\int_0^r[1-F(t)]dt$$

因此，如果(43)式成立，通过选择足够小的 x，可以使 $J_r(z)+A$ 为负。

现在我们要证明，通过选择足够大的 x，可以使 $J_r(z)+A$ 为正。由方程(40)，我们得到，

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}\log g_1&=\left(\frac{g_2}{g_1}-1\right)\frac{d}{dt}\log[1-F(t)]\\&\leqslant-\frac{d}{dt}\log[1-F(t)],\end{aligned}$$

这是因为 $g_1/g_2\geqslant0$ 并且 $1-F$ 随 t 增大而减小。对方程 $\log g_1=-\log u'_1(c_1)$微分，我们得到

$$\dot{c}_1=\frac{u_1'}{u_1''}\frac{d}{dt}\log g_1.$$

在 $0\leqslant t\leqslant r$ 上积分并利用假定 $-u_1''/u_1'\geqslant B$，得到

$$c_1(0)\geqslant c_1(r)+B^{-1}\log(1-F(r))\tag{49}$$

因此，通过选择足够大的 x，可使 $c_1(0)$以及 $c_1(t)$对任意 $0\leqslant t\leqslant r$ 达到任意大，从而 $J_r(z)$达到任意大。

存在性证毕。

使得(49)式成立的、定理中最后一个假定也有助于证明，对于所有 $r\leqslant\dot{r}$，$\dot{r}<T$，最优的 x 值有界。(利用定义(33)式)，(49)式意味着，

$$z(t)\geqslant[x+B^{-1}\log(1-F(r))-1]t$$

从而

$$-A = J_r(z) \geqslant (x + C)\int_0^r [1 - F(t)]dt \qquad (50)$$

其中 $C = B^{-1}\log(1 - F(\bar{r})) - 1$。当 r 有界并小于 T 时 x 有界，这一结论对下文非常有用。

为证明存在性而引入的对效用函数的限制条件并不是必要的。我们通常并不认为总消费的提高会遇到障碍。引入 $c = 0$ 时的条件仅仅是为了排除零消费的情况及随之而来的角点解条件。

在整个证明过程中，我们都假定了 $r < T$。微分方程的形式表明，$r = T$ 的情形须慎重对待，并且，在这种情况下，存在性证明根本无法完成。在下一部分我们将会看到，在大多数可能情况下，r 的最优取值小于 T。这是对最优计划退休年龄 r 的讨论中所得到的一个副产品。

在转到这一问题之前，我们先来证明，最优路径在 r 上是连续的。我们已经定义了 $V(x, r)$为满足微分方程(40)和(42)并在时间 r 与曲线 $g_1 = g_2$ 相交、$c_1(r) = x$ 的路径所带来的期望效用。对给定的 r，如果 x 也满足 $Z(r, x) + A = 0$，则由定理 3，满足上述条件的解路径产生唯一最优值。因此，方程 $Z(r, x) + A = 0$ 的解唯一，我们可以用

$$Z(r, x(r)) + A = 0 \qquad (51)$$

定义函数 $x(r)$。由(50)式我们已经知道，$x(r)$是有界函数，Z 在 x 和 r 上连续。这样，我们有：

引理 3　对 $r < T$，$x(r)$是 r 上连续函数。

由引理 3，最优消费路径和最大期望效用水平 $V(r) = V(x(r), r)$在 r 上连续。

7. 计划退休年龄

我们已经找到了特定计划退休年龄下最优消费路径存在的充分条件。我们也证明了，最大期望效用 $V(r)$和最优计划 $c_i^r(t)$, $i=1,2$，是 r 的连续函数。在下一部分，我们将证明，$V(r)$是 r 的可微函数。在这一部分，我们要推导出 $V'(r)$，通过令 $V'(r)$等于 0，我们得到计划退休年龄的必要条件。

关于最优解我们可以作出三个较深入的结论，即最优解存在的充分条件，最优时$c_i^r(r)$的唯一性(尽管不假定r的唯一性)，最优时r的充分条件是$r<T$。这样，我们就可以讨论最优解的性质并计算一个实例，后者将在第 9 部分以对数效用函数为例进行。

$V'(r)$的一个启发式计算如下，将 r 减少ϵ，在一阶近似下，我们可以忽略 r 的变化所引起的$c_i^r(t)$的变化。由于 $v(t)$为常数，r 的减小不会对期望效用产生直接的一阶效应。但 r 的减小会对资源约束产生影响，这是因为，当 r 下降时，在年龄 r 仍能工作的消费者将消费c_2 而非 c_1，c_1 和 c_2 都介于 $r-\epsilon$ 和r 之间，产出减少 1 个单位，在从 r 到T 的时间内，消费量减少$(T-r)\dot{c}_2(r)\epsilon$。由于处在这种境况下的个人为$1-F(r)$，则 r 的减小对资源约束的效应是：

$$(1-F(r))(1-c_1+c_2-(T-r)\dot{c}_2)\epsilon.$$

这一资源收益可以用来提高工人在其工龄开始时的消费而不会对道德风险约束条件产生任何影响。在一阶近似下，由此导致的效用提高 $u_1'(c(0))$乘以资源的增加，等于 $V'(r)\epsilon$.

这样

$$V'(r)=u_1'(0)[1-F(r)][1-c_1+c_2-(T-r)\dot{c}_2]. \tag{52}$$

为将(52)式改写为一种更方便的形式，我们利用(42)式将$(T-r)\dot{c}_2$代换为$(u_2-u_1)/u_2$；由于最优化条件是$t=r$时$u_2'=u_1'$，所以$(u_2-u_1)/u_2$又等于$(u_2/u_2')-(u_1/u_1')$。这样

$$V'(r)=u_1'(0)[1-F(r)][1+h_1(r)-h_2(r)], \tag{53}$$

其中，我们定义

$$h_i(r)=\frac{u_i(c_i^r(r))}{u'_i(c_i^r(r))}-c_i^r(r); \tag{54}$$

由于$c_i^r(r)$唯一地决定于r，所以h_i是r的函数。

从(53)式，我们得到最优化关于r的一阶条件，

$$h_1(r)-h_2(r)=-1 \tag{55}$$

在本节的余下部分及下一节，我们均考虑沿曲线$g_1=g_2$上h_1-h_2+1的符号；这是因为，当r变动时，对应于每一个r，最优路径的终点都在曲线$g_1=g_2$上。

通过简单的计算，得到

$$\frac{dh_i}{dg_i}=u_i \tag{56}$$

由此，当$g=g_1=g_2$发生变化时，

$$\frac{d}{dg}(h_1-h_2)=u_1-u_2 <0, \tag{57}$$

因为在曲线$g_1=g_2$上，$u_1<u_2$。

不等式(57)意味着，在曲线$g_1=g_2$上，至多只存在一点$(\bar{c}_1,\bar{c}_2)$，在这一点$h_1-h_2+1=0$，从而对任何满足$c_i^r(r)=\bar{c}_i$，$i=1,2$的r，$V'(r)=0$。如果$(c_1^r(r),\ c_2^r(r))$位于该点以左，则$V'(r)>0$；相反则$V'(r)<0$。如果存在这样的一点$(\bar{c}_1,\ \bar{c}_2)$，并且

如果存在 $r^* < T$,使得

$$c_i^{r^*}(r^*) = \bar{c}_i \qquad i = 1,2 \tag{58}$$

则 r^* 定义了最优政策。至此,我们尚未论证满足(58)式的 r^* 的唯一性。

为了给出最优路径存在的充分条件,我们需要满足($\bar{c}_1$, $\bar{c}_2$)定义的点的存在性条件。在下一部分,我们将证明,(除对每个 $r < T$,存在一个最优路径这一条件外)以下三个条件是充分的,即,边际效用的取值可以是任意正数,道德风险问题不会小到可以被忽略,以及如果当 $t \to T$ 时 $f \to 0$, f 趋于 0 的速度不会很快。特别地,我们有:

定理 4 假定对 $i = 1,2$, $u_i'(0) = \infty$, $u_i'(\infty) = 0$;
存在 $a > 0$,使得

$$\text{当 } u_1' = u_2' \text{ 时}, \quad u_2 - u_1 \geqslant a$$

以及当 $t \to T$ 时

$$\frac{(T-t)f(t)}{1-F(t)} \tag{59}$$

有界。则存在一个最优的 r,并且 $r < T$。最优路径或路径族由满足下式的唯一点($\bar{c}_1$, $\bar{c}_2$)或 $c_i^r(r)$ 的最小可能取值确定

$$h_1(\bar{c}_1) - h_2(\bar{c}_2) = -1, \qquad u_1'(\bar{c}_1) = u_2'(\bar{c}_2).$$

条件(59)被用来证明最优 r 小于 T:如果当 $t \to T$ 时 $f(t)$ 趋于一个非零的极限值,则显然有 r 小于 T。在最优 r 恰等于 T 的情况下,必须有,当 $t \to T$ 时 c_1 和 c_2 都趋于无穷。因此,这是一类相当特殊的情况。

下一部分将给出上述定理的证明,跳过它不会影响理解的连续性。

8. 定理 4 的证明

我们通过提出一系列引理来完成对定理 4 的证明。

引理 4 $V(r)$是一可微函数，并且

$$V'(r)=\frac{1-F(r)}{J_r(g_2)}[h_1(r)-h_2(r)+1], \tag{60}$$

其中 h_1 和 h_2 由(54)式定义。

证明 考虑计划退休年龄为 r 并带来效用 v 的路径族，它们可按如下方法构造：首先，无论 v 取何值，选择 u_1^r 以最小化 $J_r(z_{V(r)}^r)$，然后选择 c_2 以实现效用水平 v：

$$c_1^r(t)=G_1(u_1^r(t)), \tag{61a}$$

$$c_t^r(t)=G_2\left(\frac{1}{T-t}\left[v-\int_0^t u_1^r(t')dt'\right]\right). \tag{61b}$$

仅当 $v=V(r)$时，这一路径的可行性才能得到保证，不过，我们无须为此担心。在证明中，通过选取最优路径 u_1^r，对所有 r 和 s，我们有：

$$J_r(z_{V(r)}^s)\geqslant J_r(z_{V(r)}^r), \tag{62}$$

其中，对任意 r 和 v，我们利用(61a)和(62a)式作如下定义：

$$z_v^r(t)=\int_0^t c_1^r(t')dt'+c_2^r(t)(T-t)-t. \tag{63}$$

由于资源约束给定，在任何路径上，资源耗用相同：

$$J_r(z_{V(r)}^r)=J_s(z_{V(s)}^s). \tag{64}$$

这样，将(63)与(64)式相结合，我们得到下面两个不等式：

$$J_r(z_{V(r)}^s)-J_s(z_{V(s)}^s)\geqslant 0, \tag{65a}$$

$$J_r(z_{V(r)}^r)-J_s(z_{V(s)}^r)\leqslant 0. \tag{65b}$$

$z_V^r(t)$是 r 的连续函数。因此，(65)式意味着，存在 s'，它界于 r 和 s 之间，使得：

$$J_r(z^{s'}_{V(r)}) - J_s(z^{s'}_{V(s)}) = 0. \tag{66}$$

(66)式中包含的两条路径使工人获得相同的消费水平。对 $z^r_{v(t)}$ 应用中值定理有：

$$\begin{aligned} & z^{s'}_{V(r)}(t) - z^{s'}_{V(s)}(t) \\ & = (T-t)\left\{G_2\left[\frac{1}{T-t}(V(r) - \int_0^t u^{s'}_1(t')dt')\right]\right. \\ & \left. - G_2\left[\frac{1}{T-t}(V(s) - \int_0^t u^{s'}_1(t')dt')\right]\right\} \\ & = G'_2\left[\frac{1}{T-t}(v' - \int_0^t u^{s'}_1(t')dt')\right][V(r) - V(s)], \end{aligned} \tag{67}$$

其中，v' 是 r，s，s'，t 的函数，v' 界于 $V(r)$ 和 $V(s)$ 之间。当 $s \to r$ 时，(67)式中 G'_2 趋于：

$$g^r_2(t) = G'_2\left(\frac{1}{T-t}V(r) - \int_0^t u^r_1(t')dt'\right)$$

并且因此，

$$\lim_{s \to r} J_s(G'_2) = J_r(g^r_2). \tag{68}$$

将 J_s 用于(67)式并以(66)式代入，得到：

$$J_r(z^{s'}_{v(r)}) - J_s(z^{s'}_{v(r)}) + J_s(G'_2)\{V(r) - V(s)\} = 0. \tag{69}$$

J 算子的定义表明：

$$\frac{J_s(z) - J_r(z)}{s-r} = \frac{\int_r^s z(t)f(t)dt - z(r)\int_r^s f(t)dt}{s-r} + \frac{z(s)-z(r)}{s-r}\{1 - F(s)\}. \tag{70}$$

令 $z = z^{s'}_{V(r)}$，我们看到，当 $s \to r$ 时，第一项趋于 0，而

$$\frac{z(s)-z(r)}{s-r}$$

$$= \frac{\int_r^s [c_1(t') - c_2(r)]dt' + (c_2(s) - c_2(r))(T-s) - s + r}{s-r}$$

$$\to c_1^r(r) - c_2^r(r) + c_2(r)(T-r). \tag{71}$$

以 $r-s$ 除(69)式，将(70)和(71)式代入，再对(69)式取当 $s\to r$ 时的极限值，我们看到，V 可微、并且其取值由(60)式给出。

引理 5 如果 $i=1,2,\ u_i'(0)=\infty,\ u_i'(\infty)=0$；并且如果存在 $a>0$ 使得：

$$\text{当 } u_1'=u_2' \text{ 时}, u_1-u_2 \geqslant a \tag{72}$$

则存在 $\bar{c}_1$ 和 $\bar{c}_2$，使得

$$h_1(\bar{c}_1)-h_2(\bar{c}_2)=-1,\quad u_1'(\bar{c}_1)=u_2'(\bar{c}_2) \tag{73}$$

证明 首先，考虑当 $c_i\to 0$ 或等价地当 $g\to 0$ 时，$h_i(c_i)$ 取值的变动情况。令 ε 为任意小的正数。由于 u_i 是凹的，

$$u_i(c_i)+u_i'(c_i)(\varepsilon-c_i)\geqslant u_i(\varepsilon).$$

由此，

$$\text{当 } c_i\to 0 \text{ 时}\quad h_i(c_i)=\frac{u_i(c_i)}{u_i'(c_i)}-c_i\geqslant\frac{u_i(\varepsilon)}{u_i'(c_i)}-\varepsilon$$
$$\to -\varepsilon.$$

显然，如果当 c_i 较小时 u_i 为负，则 $\lim h_i(c_i)=0$；而如果 $u_i(0)\geqslant 0$，同样有 $\lim h_i(c_i)=0$。这样

$$\lim_{g\to 0}[h_1(c_1)-h_2(c_2)]=0. \tag{74}$$

现在，考虑当 c_1、$c_2\to\infty$ 或等价地，由于 $\lim u_i'=0$，所以 $g\to\infty$ 时情况将如何。由(57)、(72)及假定 $g\to\infty$，h_1-h_2 将无限减小：

$$\lim_{g\to\infty}[h_1(c_1)-h_2(c_2)]=-\infty. \tag{75}$$

由于 h_1-h_2 是 g 的连续递减函数，并且(74)和(75)成立，则(73)的解必然存在。引理得证。

引理 6 令

$$\phi(t)=\frac{(T-t)f(t)}{1-F(t)} \tag{76}$$

在 $t\to T$ 时有界。如果 $x(r)$ 由下式定义

$$Z(r,x(r))+A=0,$$

并且 $A<\int_0^T[1-F(t)]dt$ （从而消费为正），$u_1'(0)=-\infty$，则

$$当\ r\to T\ 时，x(r)\to\infty \tag{77}$$

证明 如果结论不成立，则存在趋于 T 的序列 $\{r_v\}$ 和一正数 M，使得对 $r=r_1,\ r_2,\cdots$，

$$c_1^r(r)\leqslant M \tag{78}$$

我们将证明，(78)式意味着，对每一个 $t<T$，当 $r_v\to T$ 时，有

$$c_1^{r_v}(t)\to 0,\qquad c_2^{r_v}(t)\to 0$$

这样，在极限条件下，资源并未得到充分利用，从而这些路径为最优方案的假设不成立。

令 $\epsilon>0$，则存在 $\alpha>0$ 使得

$$\max\left[\frac{1}{u_1'(c_1)}-\frac{1}{u_2'(c_2)},u_2(c_2)-u_1(c_1)\right]\geqslant\alpha, \tag{79}$$

其中 $\epsilon\leqslant c_1\leqslant M$，$c_2\geqslant 0$。这是因为，否则，必存在极限点 c_1' 和 c_2'，使得 $u_1'(c_1')\geqslant u_2'(c_2')$，$u_1(c_1)\geqslant u_2(c_2)$，$0<c_1'$，而由假定这是不可能的。

现在考虑满足(78)式的 r 最优计划。将(79)式用于为最优路径所满足的微分方程，则只要 $c_1^r(t)\geqslant\epsilon$，就有，

$$\begin{aligned}\frac{d}{dt}(g_1+u_2)&=(g_1-g_2)\frac{f}{1-F}+(u_2-u_1)\frac{1}{T-t}\\&\geqslant\alpha\ \min\left(\frac{f}{1-F},\ \frac{1}{T-t}\right).\end{aligned} \tag{80}$$

由于由(76)式所定义的 ϕ 有界，所以存在 $N>1$，使得：

$$\frac{(T-t)f(t)}{1-F(t)}\leqslant N,$$

从而(80)式意味着，

$$\frac{d}{dt}(g_1+u_2)\geqslant\frac{\alpha}{N}\frac{f}{1-F}$$

$$= -\frac{\alpha}{N}\frac{d}{dt}\log[1-F(t)].$$

在(t, r)上积分，我们得到

$$g_1(t)+u_2(c_2^r(t)) \leqslant g_1(r)+u_2(r)$$

$$+\frac{\alpha}{N}\log[1-F(r)]-\frac{\alpha}{N}\log[1-F(t)]. \tag{81}$$

由于任何最优计划都满足 $u_2' \geqslant u_1'$，我们得到，

$$c_2^r(t) \leqslant \phi(c_1^r(t)) \tag{82}$$

其中 ϕ 是一连续递增函数，其图形是图 6 中 $g_1 = g_2$ 曲线。由于 $u_1'(0)=u_2'(0)=\infty$，所以 $\phi(0)=0$。在(81)式中应用(78)和(82)式，并省略掉正数项 $g_1(t)$，则如果 $M \geqslant c_1^r(t) \geqslant \varepsilon$，有，

$$u_2(c_2^r(t)) < u_2(\phi(M))+\frac{1}{u_1'(M)}$$

$$+\frac{\alpha}{N}\log[1-F(r)]-\frac{\alpha}{N}\log[1-F(t)],$$

如果 $c_1^r(t) < \varepsilon$，则(82)式意味着 $c_2^r(t) < \psi(\varepsilon)$。这样，在任何情况下，都有：

$$u_2(c_2^r(t)) < \max\left\{D(t)+\frac{\alpha}{N}\log[1-F(r)],\ u_2(\psi(\varepsilon))\right\}, \tag{83}$$

其中 $D(t)$ 独立于 r。令(83)式中 $r=r_v \to T$，$\varepsilon \to 0$，可以推导出，对任意 $t < T$，

$$c_2^{r_v}(t) \to 0 \tag{84}$$

为了证明 $c_1^{r_v}(t)$ 也趋于 0，我们利用微分方程

$$\dot{g}_1=\frac{f}{1-F}(g_1-g_2),$$

它的解可以如下形式表示：

$$[1-F(t)]g_1(t)=[1-F(r)]g_1(r)$$

$$+ \int_{t}^{r} g_2(t')f(t')dt'.$$

因此，如果 $t<s<r_v$，利用(78)和(82)式，我们可以得到：

$$[1-F(t)]g_1^{r_v}(t) \leqslant [1-F(r_v)]\frac{1}{u_1'(M)}$$

$$+ \int_{t}^{s} g_2^{r_v}(t)f(t')dt' + [F(r_v)-F(s)]\frac{1}{u_2'(\psi(M))}.$$

现在，令 $r_v \to T$，这样 $s \to T$。我们得到

$$g_1^{r_v}(t) \to 0, \qquad t<T,$$

它等价于

$$c_1^{r_v}(t) \to 0, \qquad t<T, \tag{85}$$

由(84)和(85)式，显然，当 $r_v \to T$ 时，

$$J_{r_v}(z) \to -\int_{0}^{T}[1-F(t)]dt,$$

后者严格小于 $-A$。因此，对所有足够接近 T 的 r_v，存在未被利用的资源，前述方案不是最优的。这样，对一系列趋于 T 的 r，(78)式成立的假定导致矛盾。引理得证。

当这些引理的假定满足时，最优 r 值 r^* 小于 T。这是因为当 $x(r)>\hat{c}_1$ 时，$V'(r)<0$。由于根据引理6，$x(r)\to\infty$，所以对所有与 T 足够接近的 r，$V'(r)<0$。由于 V 显然在 T 点连续，T 不可能是 r 的最优取值。

至此，我们已找到所希望的点($\hat{c}_1$，$\hat{c}_2$)的存在性和唯一性以及当 r 足够接近 T 时它小于($c_1^r(r)$，$c_2^r(r)$)的条件。还有一个不严格的结论。如果政府将其净资源也投入社会保险体系，即 $A<0$，则当 r 变动时，$c_i^r(r)$ 的最小取值严格为正。如果 $\hat{c}_1$ 小于 $c_1^r(r)$，则最优值为角点解。

9. 解的特征

分析过程中包含了最优解的几方面特征，应引起注意。首先，

由于 v 是常数，所以消费者对其退休日期无差异。事实上，我们假定了消费者在政府希望他退休的时候退休。对最优解的微小偏离将使消费者对 r 的偏好严格优于其它退休日期。但政府希望消费者在其生命结束之前退休(并且可以通过对退休较晚者分配零消费量来达到这一目标)。后一特征与完全最优可以实现的情形形成鲜明对比，在那种情况下，通常，每个有工作能力的人都在工作。在日期 r 后仍然继续工作的愿望来自退休金的增长，这种增长快到足以使效用(42)得到保持。正如我们在下面将看到的(见定理5)，在计划退休日期，一个工人继续工作对政府的净成本停止缩小并开始增长。这样，如果对额外工作的全部补偿不超过劳动的边际产出，个人将不会选择在日期 r 后继续工作。

第二，由于在日期 s 丧失工作能力者一生的效用为 $v(s)-(T-s)b$，所以健康受损者的成本完全由他本人承担，[①] 但这是不同个人之间效用差别的唯一来源。如果 $b=0$，则所有个人一生的效用都相等，而每个人在不同时期消费的边际效用则个个不同。在普通人而非经济学家看来，保险是完全的。

第三，最优解独立于 b，即独立于健康受损所造成的影响，这一点可能会使人感到很奇怪。但它的原因是，我们假定了边际效用不受消费者健康状况的影响。在更一般的情况下，即 u_2 与 u_3 之间的差异依 c_2 的变化而变化，则最优解将受到这一依赖关系的影响。

第四，有必要对图形中所体现出的最优解的基本特征作一总结：

$$u_2(c_2)>u_1(c_1). \tag{86}$$

---

① 只有假定退休者消费的边际效用独立于其健康状况，我们才可能得到这一结果。

这样，如果退休，则个人效用总会迅速提高。个人愿意继续工作只是因为额外工作会使退休收益提高。考虑为什么人们不希望 $u_2 = u_1$ 可能会有所帮助。从这种情况出发，由退休前消费量 c_1 的减少带来的退休后消费 c_2 的增加将提高自该时期计划退休的期望效用，这是因为，这种行为将消费转到能带来较高边际效用的状态。这样，在某一点后继续工作的愿望不会受到抑制，效用提高。在 $t = r$ 时上述论证成立，则在较早的时点，论证也成立。[①]

此外，

$$u'_2(c_2) > u'_1(c_1). \tag{87}$$

因此，个人偏好更多的保险。道德风险使社会保险的范围缩小。

我们还应记起基本的跨时期条件，即，c_1 和 c_2 是时间的可微函数，并且

$$\frac{dc_1}{dt} > 0, \tag{88}$$

$$\frac{dc_2}{dt} > 0. \tag{89}$$

理论上，计算最优政策并不困难。首先，通过解联立方程组 $u'_1 = u'_2$ 和 $h_2 - h_1 = 1$，可以找到最优路径的终点。由此出发，对于 r 的不同取值，我们可以倒推出相应的路径。在每种情况下都要计算 $J_r(z)$，对资源约束的每一个特定值，可以求出最优解。我们用下面的简单例子来说明这一过程。

例：

$$u_1 = \log c, \qquad u_2 = a + \log c \quad a > 0$$

$$f(s) = 1, \qquad T = 1.$$

---

① 换言之，较高的退休收益会为每一个人提供较早时期更高的工作激励。退休日期越晚，工作激励持续的时间越长。随退休金增加，工资也应相应地增加。从固定消费计划出发，将更多的资源转向老年时期，意味着更多的资源被用于可带来更高的边际效用的消费中。

容易验证，定理 3 和定理 4 适用。用 c_1 和 c_2 表示，定理 3 中的微分方程为：

$$(1-t)\frac{\dot{c}_2}{c_2}=\log\frac{c_2}{c_1}+a,$$

$$(1-t)\dot{c}_1=c_1-c_2.$$

终点由 $c_1=c_2$ 给出，并且

$$c_1(\log c_1-1)-c_2(\log c_2+a-1)+1=0,$$

因而 $c_1=c_2=1/a$。

为求解微分方程，我们定义

$$w=\log\frac{c_1}{c_2},\quad m=\log(1-t)-\log(1-r).$$

采用这些变量，我们有

$$\frac{dw}{dm}=e^{-w}-w+a-1,\quad \text{当 } m=0 \text{ 时 } w=0,$$

$$\frac{dc_2}{dm}=c_2(w-a)\qquad \text{当 } m=0 \text{ 时 } c_2=\frac{1}{a}.$$

对于 r 的任意取值，最优路径由这些方程的解给出。然后，对每个 r，我们计算 $J_r(z)$，通过简单的运算，我们得到：

$$J_r(z)=\int_0^r(1-t)(c_1+c_2-1)\,dt+\frac{(1-r)^2}{a}$$

$$(1-r)^2\left[\int_0^{-\log(1-r)}(c_2+c_2e^{-w}-1)e^{2m}dm+\frac{1}{a}\right].$$

在这种情况下，由于只要求解出微分方程组的一个解，所以，不同资源约束下解的计算相对容易一些。

在表 1 中，我们给出当[①] $a=0.5$，以及政府对保险计划的净

---

① 如果劳动为 y 时的效用函数为 $\log c+\log(2-y)$，这意味着在不存在一次性总付收入时劳动供给为 1 个单位，则工作的负效用为 $\log(2-0)-\log(2-1)\log2=0.6931$，这种科布—道格拉斯模型可能高估了完全不工作时所得到的效用。

表1　$a=0.5$.

t	$A=-0.5$ c_1	c_2	$A=0$ c_1	c_2	$A=0.2$ c_1	c_2
0	1.00	0.77	0.50	0.38	0.30	0.23
0.1	1.03	0.78	0.51	0.39	0.31	0.24
0.2	1.05	0.81	0.53	0.40	0.32	0.24
0.3	1.09	0.83	0.54	0.42	0.33	0.25
0.4	1.13	0.86	0.56	0.43	0.34	0.26
0.5	1.17	0.90	0.59	0.45	0.35	0.27
0.6	1.24	0.95	0.62	0.47	0.37	0.28
0.7	1.32	1.02	0.66	0.51	0.40	0.31
0.8	1.45	1.12	0.73	0.56	0.44	0.33
0.9	1.69	1.34	0.86	0.66	0.51	0.39
0.95	1.92	1.64	1.01	0.77	0.60	0.46
0.99			1.46	1.13	0.88	0.67
	$r=0.969$		$r=0.998$		$r=1.000$ (更精确地说，$r=1-1.8\times10^{-4}$)	

表2　$a=1$.

t	$A=-0.5$ c_1	c_2	$A=0$ c_1	c_2	$A=0.2$ c_1	c_2
0	0.87	0.59	0.49	0.28	0.30	0.17
0.1	0.90	0.63	0.52	0.30	0.31	0.18
0.2	0.93	0.69	0.54	0.32	0.33	0.19
0.3	0.96	0.75	0.57	0.34	0.35	0.20
0.4	0.99	0.85	0.61	0.36	0.37	0.21
0.5			0.66	0.39	0.40	0.23
0.6			0.72	0.44	0.44	0.25
0.7			0.80	0.51	0.50	0.29
0.8			0.91	0.65	0.59	0.35
0.9					0.78	0.49
0.95					0.96	0.76
0.99						
	$r=0.494$		$r=0.882$		$r=0.963$	

补贴$-A$取三个不同值：0.5，0和-0.2时的解。表2列出了净补贴相同但工作的负效用更大，即$a=1$时的解。值得注意的是，在表1中，当$t=r$时，$c_1=c_2=2$。与单位工资相比，这是一个很高的数值。由于期望消费为$r-(r^2/2)-A<\frac{1}{2}-A$，所以，与平均消费相比，这一数值显得更高。只有对工作的负效用作出某种非常难以置信的假定，才可能将$c_1(r)$和$c_2(r)$降到低于1单位。但在所有情况下，绝大多数人在工作期间得到的消费低于工资加净补贴，只有极小部分人得到的退休收益大于工资加净补贴。

这一数字结果的另外两个特征也值得注意。第一，在所有情况下，在t非常接近r之前，c_1-c_2都随t增加而增大。

第二，在表1中，即使存在一个很大的政府赤字($A=-0.5$)，r也几乎为1。这样，由消费者可以在有工作能力时退休而不受任何特殊惩罚这一事实所引起的道德风险问题的直接影响几乎完全不存在：几乎没有人会提前退休。然而，这一最优政策与可以直接阻止消费者在有工作能力时退休的最优解有很大不同。在后一种情况下，无论个人是在工作还是退休，其消费水平均为一相同的常数。

当比较第一最优解和次优解所带来的期望效用水平时，可以看到，尽管每种情况下最优政策有很大差别，但由道德风险问题引起的效用损失可以很小。在上述每种情况下，最优时$r=1$，并由此决定消费水平。为计算次优时的期望效用，我们利用效用不随计划退休日期而变化的性质，可以推出，期望效用等于在日期0退休者的效用，即$u_2(c_2(0))$。结果由表3给出。为使数字与消费水平可比，我们对实际效用水平进行了指数化变形，可以看到。当$a=0.5$时，道德风险带来的效用损失很小，但当$a=1$时，效用损失很显著(高达消费的6%)。

除比较最优解和次优解之外，很自然地还应考察较简单的政策的含义。作为这类政策的一个例子，考虑在工人一生的工资和退休收益均为常数的假定下，最优工资和退休收益的选择。这类政策中最好情况下的期望效用水平见表3中的第3列（令 $\log c_1 = a + \log c_2$）。指数化的期望效用水平等于实际消费水平 c_1。c_2 的水平满足 $c_1/c_2 = e^a$。当 $a = 0.5$ 时，这一政策下的期望效用与其它两个政策下的期望效用很接近。对数效用函数使得，尽管消费模式有很大不同，但却产生类似的期望效用：最优时，c_2/c_1 为 1，而最优常数政策时 $c_2/c_1 = 0.61$。当 $a = 1$ 时，政策之间的差异更显著。从最优常数政策到最优政策，比率 c_2/c_1 从 0.37 变到 1。

表3　最优解处的效用[a]

a	A	最优	次优	不变政策
0.5	-0.5	1.28	1.27	1.24
0.5	0	0.64	0.63	0.62
0.5	0.2	0.39	0.38	0.37
1	-0.5	1.65	1.60	1.46
1	0	0.82	0.76	0.73
1	0.2	0.49	0.46	0.44

a. 记入上表的数字是 e^u，u 为期望效用，因而对一生都进行工作的人来说，u 也即是他的等价消费水平。我们没有对丧失工作能力所致的效用损失作出任何解释，在所有情形中，我们都是这样处理的。

10. 私人储蓄

像在较简单的模型中那样，我们可以提出这样的问题：如果消费者认为他们可以按政府所面对的零利率进行借贷，他们是否会改变其消费计划。通过计算储蓄带来的利益，我们将证明，个人会选择进行储蓄。

如果

$$u_1'(c_1(t))<[u_1'(c_1(t'))(1-F(t')) + \int_t^{t'} u_2'(c_2(s))f(s)ds]/[1-F(t)]$$

则时间 t 仍在工作的消费者会愿意贷出，以在时间 $t'(<r)$ 获得偿还。当相反的不等号成立时，个人将选择在时间 t 贷出，并在时间 t' 偿还。[1]

用 $t'-t$ 去除上式并令 $t'\to t$，我们发现，如果

$$\frac{d}{dt}u_1'(c_1)>\frac{f}{1-F}(u_1'-u_2'), \tag{90}$$

则消费者愿意储蓄。仅当(90)式取等号时，消费者才满足于政府代表他们储蓄。参考定理 3 可以看出，最优政策不会消除人们进行储蓄或负储蓄的积极性，因为在最优时，

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{u_1'}\right)=\frac{f}{1-F}\left(\frac{1}{u_1'}-\frac{1}{u_2'}\right). \tag{91}$$

现在，一个简单的计算表明，

$$-(u_1')^2\left(\frac{1}{u_1'}-\frac{1}{u_2'}\right)=\frac{(u_1'-u_2')^2}{u_2'}+u_1'-u_2' > u_1'-u_2'. \tag{92}$$

在(91)式中应用(92)式，得到：

$$\frac{d}{dt}u_1'>\frac{f}{1-F}(u_1'-u_2'). \tag{93}$$

这证明消费者愿意贷出，即储蓄。政府可以通过对储蓄征收适当的税赋来阻止私人储蓄。[2]

一个有趣的问题是，如果政府已经自愿选择了或不得不允许

---

① 原文如此。——译者

② 由于 $u_2'>u_1'$，只有通过对储蓄征税才能抑制非意愿储蓄：对财富征税是不够的，因为如果储蓄之后很快便是退休和负储蓄，则储蓄带来的税收收入将是微不足道的。

一个完全的、未征税的资本市场的存在，则它应该做些什么。在这种情况下，均衡时，

$$\frac{d}{dt}u_1' = \frac{f}{1-F}(u_1' - u_2'), \tag{94}$$

此外，

$$当\ t = r\ 时, \quad u_1' = u_2'. \tag{95}$$

最后一个等式成立是因为，人们可以为退休进行储蓄，或从知道自己将要退休的时刻起，就以退休收益为信誉借入。

我们猜想，当私人储蓄不受限制时，第三优是由(94)、(95)式及消费者对退休年龄无差异的条件所定义。

11. 转移支付的数量

如果一种保险计划使得退休年龄的变化对个人所得到的转移收入的净现值没有影响，则这种保险计划就可以认为是公正的。在这种意义上，我们所推导出的最优社会保险计划实际上并不公正。对退休年龄为 s 的个人所作的转移支付的净现值是 $z(s)$(见(33)式)。

如果 $z'(s)<0$，则转移收入会随工作时间增加而下降。根据政府的预算约束方程，我们可将 $-z'(s)$理解为对 s 时刻工作的人的净税收。也就是说，净税收等于劳动的边际产出减去对工作的回报，后者等于由工作带来的附加消费，$c_1 - c_2$，加上退休金的增值$(T-s)\dot{c}_2(s)$。此外，转移收入下降的速率随年龄增大而下降：$z''(s)>0$，即，对工作的净税收随年龄增长而减少，并在最优退休年龄时达到 0。正式地，我们有：

定理 5 对 $s<r$，当社会保险计划为最优时，z 是 s 的递减函数。此外，$z'(s)$随 s 增大而递增，并在 $s=r$ 时达到 0。

证明 定理的第一个命题来自它的第二个命题。从

$$z(s)=\int_0^s c_1(t)dt+c_2(s)(T-s)-s$$

我们可以计算

$$z'(s)=c_1(s)-c_2(s)+\dot{c}_2(s)(T-s)-1$$

$$=c_1-c_2+\frac{u_2-u_1}{u_2'}-1$$

以及

$$z''(s)=(1-\frac{u_1'}{u_2'})\dot{c}_1+(1-\frac{u_2-u_1}{u_2'^2}u''_2)\cdot\dot{c}_2. \qquad (96)$$

由于 $\dot{c}_1,\dot{c}_2,>0$, $u_1'<u_2'$, 并且在最优路径上 $u_1<u_2$, (96)式表明 $z''>0$。当 $s=r$ 时, $u_1'=u_2'$且 $\dot{c}_2=0$, 这样 $z''(r)=0$。

这一结果的意义是,与那些在年龄很大时仍能够工作的人相比,那些不幸在较年轻时就丧失了工作能力的人从国家得到更多的转移收入。最优社会保险计划对退休较早的人进行补贴,尽管补贴的程度要与保持对工作的激励机制相容。换言之,存在对工作的净税收,从而政府净收入随个人工作增加而提高。此外,对工作的税率随年龄增长而下降,并在最优退休年龄为0。并且,由于 $\dot{c}_2>0$,增加工作所带来的收益总会超过由于工作带来的额外现期消费。于是,我们得到下面的推论:

定理5推论 在最优政策下,对所有 $t\leqslant r$,

$$c_1(t)-c_2(t)<1$$

即,由工作带来的额外现期消费总小于劳动的边际产出。

12. 美国的社会保险

尽管数学上很复杂,我们所考虑的模型仍然是非常特殊的。根据我们所推出的那些特殊方程来制定政策将是很愚蠢的。尽管

如此，仍可以在我们所进行的分析的基础上，对当前美国公共养老金计划的两个方面作一些评论。首先，我们要对模型作一恰当的概述。如果个人的储蓄行为是理性的，则工作的积极性来自由额外工作带来的一生预算约束的变化。这种变化如何在现期工资和增加的未来收益之间划分并不重要。如果个人只消费他们的净工资，则有必要对由工作的现期工资所带来的工作激励和作为附加工作结果的增加的未来养老金所带来的工作激励进行分别考虑。如果个人按照与模型中不同的规则进行储蓄，则这两部分补偿的作用就很不相同，尽管这种不同并不必然与我们的分析相一致。毫无疑问，完全理性模型绝不足以描述美国公众的行为，对后者的描述需要许多不同的模型。由于对理性消费者而言，区分工作的回报如何在工资和养老金的增加之间划分并不重要，所以，在设计总补偿如何在这两者之间划分时，我们应关注那些储蓄行为非理性的人。

在我们所分析的模型中，我们发现，给定道德风险问题，不断增长的退休金收益会使相对工资而言，退休金较比其他情况更高。然而，如果退休金随所做工作增加是为了鼓励人们多工作，则个人须了解退休金与所做工作之间的关系。尽管临近退休者要从社会保险管理委员会获得更多的关于其未来退休金状况的信息成本很高，但这样做仍是值得的。

根据新近通过的美国社会保障制度修正案，个人所得退休金将与其在70岁以后是否工作无关。在70岁以前，在获取养老金资格上存在限制。用我们的符号来表示，独立于退休年龄的收益的支付代表了工作时的消费 c_1 的一个大而不连续的增加。分析中，我们发现，最优时，c_1 的水平是不断增长的，但这一增长应该是连续的；连续增长的实现或者通过对继续工作的人的反复减税，或者通过在不受任何退休年龄限制下，将退休金收益的一个稳定

增长的部分支付给个人。例如，在 65 岁时，收益中 15% 的支付不受退休年龄限制，85% 的支付要受到退休年龄的限制。随着个人年龄渐趋 70 岁，前一部分稳定地增大到 100%。考虑公众的多样性将会影响对工作的最优总补偿。正如上文所论证，分析中所考虑的因素在将总所得划分为两个部分时起着不成比例的作用。

13. 结论

我们通过这样的方式来总结本文所得的主要结论，即，强调他们在现实世界中能够被充分应用时所提供的政策建议。许多结果意味着须实际政策发生改变，这些结论值得在更为现实的模型中加以研究。

(1) 道德风险问题的存在意味着，政府政策应使消费者对退休年龄无差异。在个人能力禀赋不同或丧失工作能力的概率分布不同的模型中，这一结论会有所变化。

(2) 对消费者的资本交易征税是最优保险计划的一个重要附属成分。在大多数情况下，税收是正的，以抑制储蓄。如果考虑到非理性储蓄行为，这一结论将被修正。

(3) 随退休年龄的增大，退休后收益呈很强的上升趋势。

(4) 随年龄的增长，对保险的贡献$(1-c_1)$会下降；有时，下降的速率会很快；最终，会变为负值。这一结论实际上并不像它看起来那样奇怪，因为最优配置可以通过另一种方法，即部分退休金的支付独立于退休年龄来实现。定理 5 的推论表明，由工作而非退休带来的额外现期消费绝不应超过边际产出。

(5) 许多迹象表明，随年龄增长，对保险的贡献下降得越来越快，而由保险获得的收益上升得也越来越快。

(6) 在最优保险计划下，即使未丧失工作能力就退休能获得

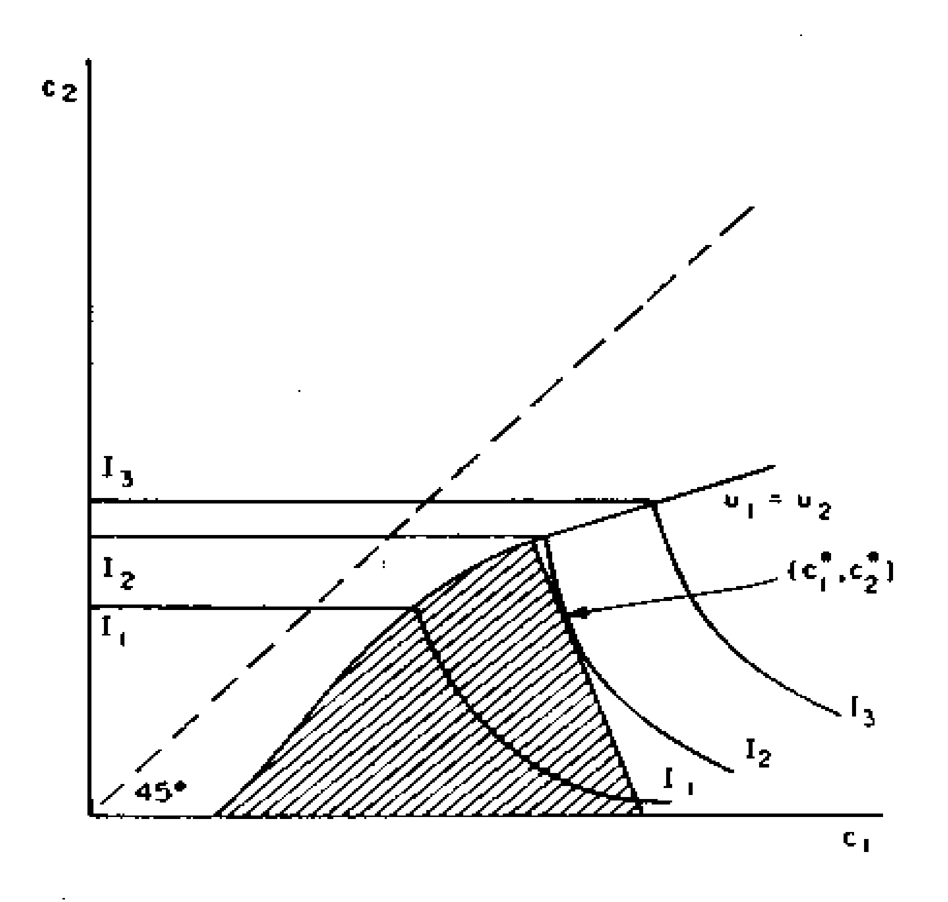

c2
I3
I2
I1
u1 = u2
(c1*, c2*)
I3
I2
I1
45°
c1

图　1

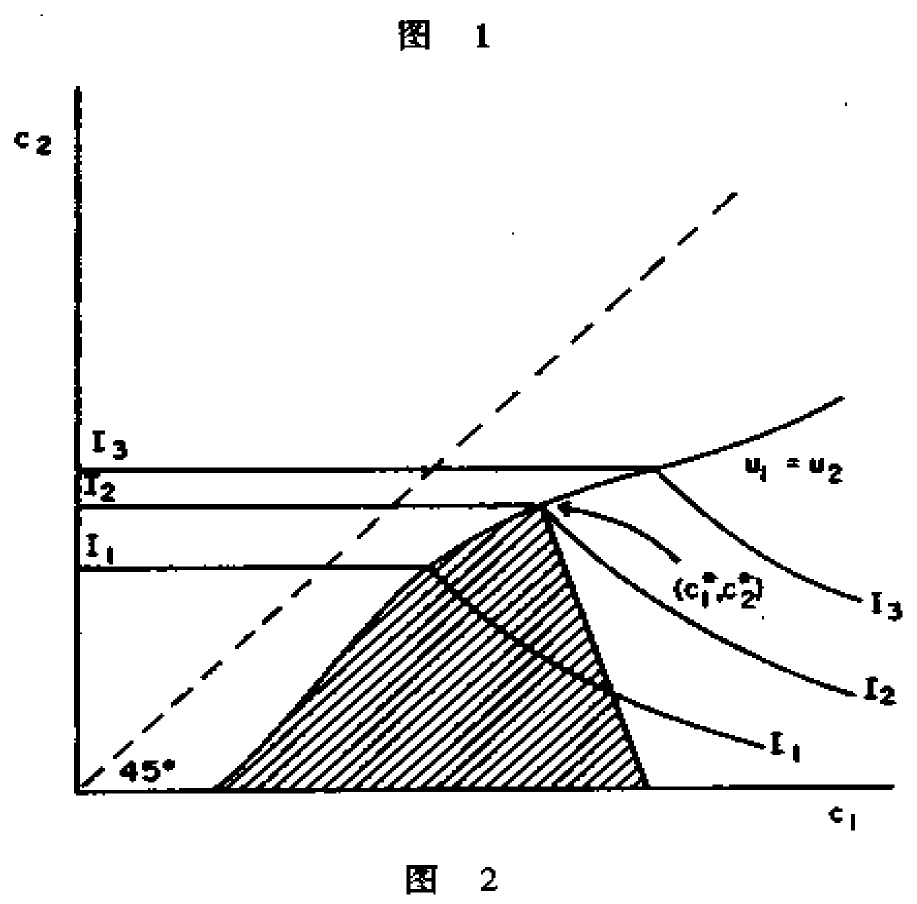

c2
I3
I2
I1
u1 = u2
(c1*, c2*)
I3
I2
I1
45°
c1

图　2

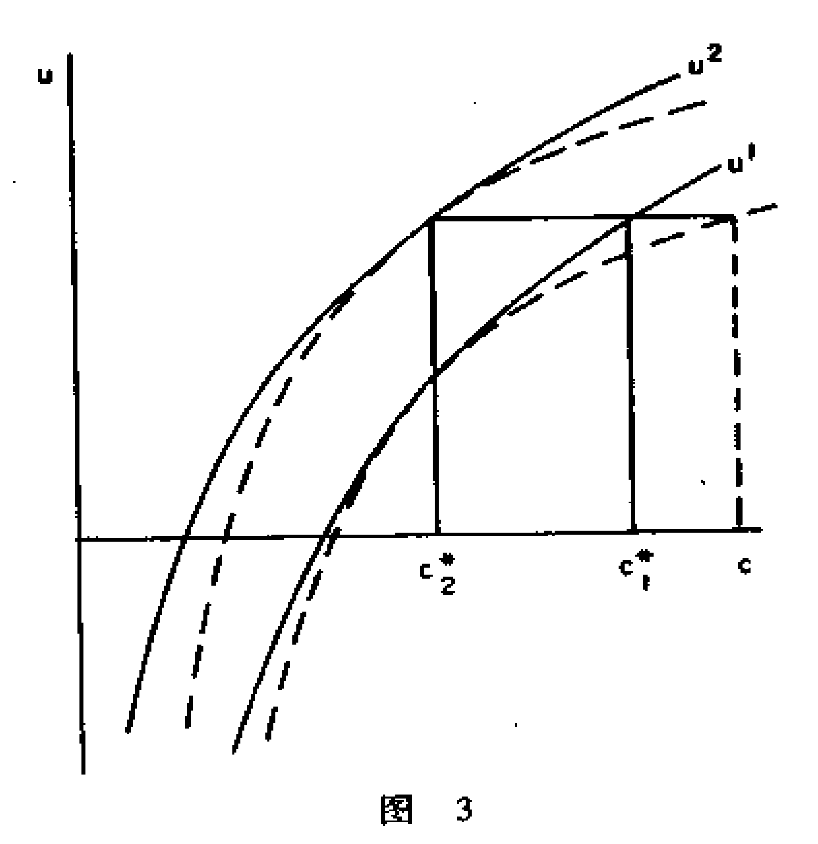


图 3

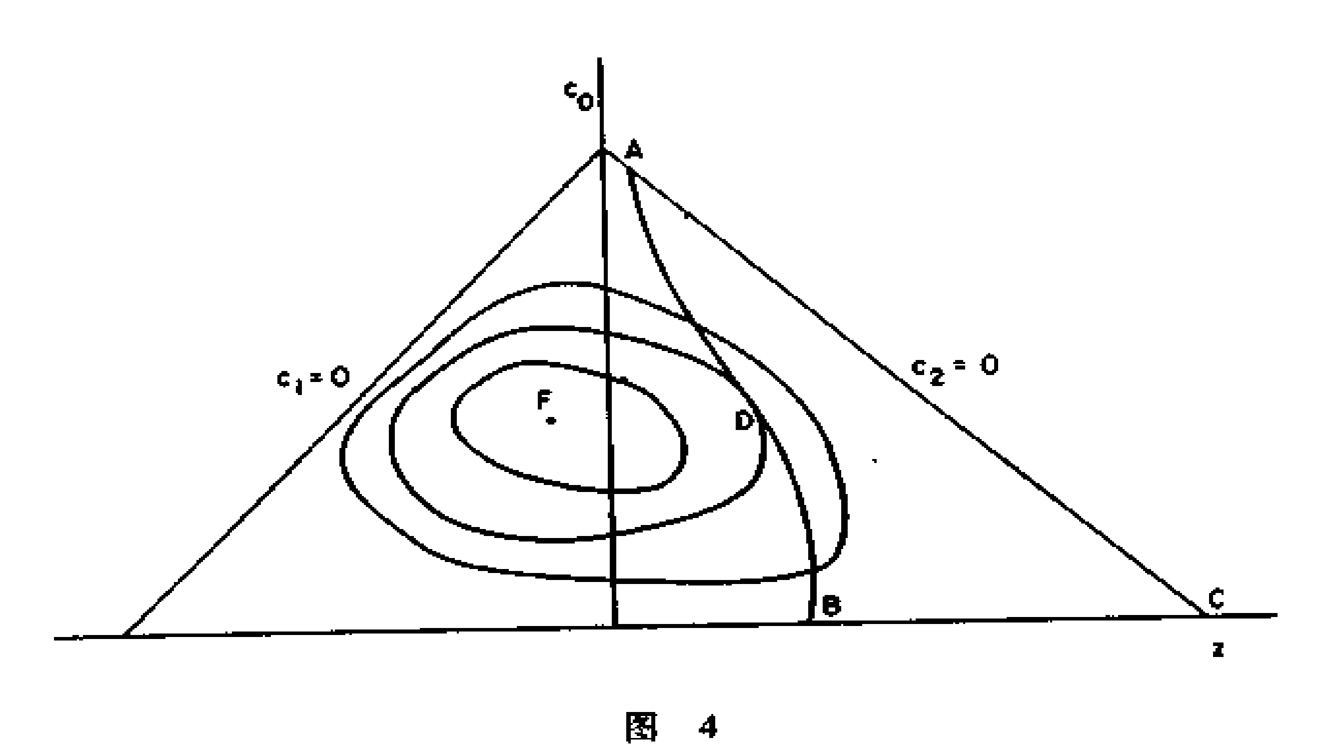


图 4

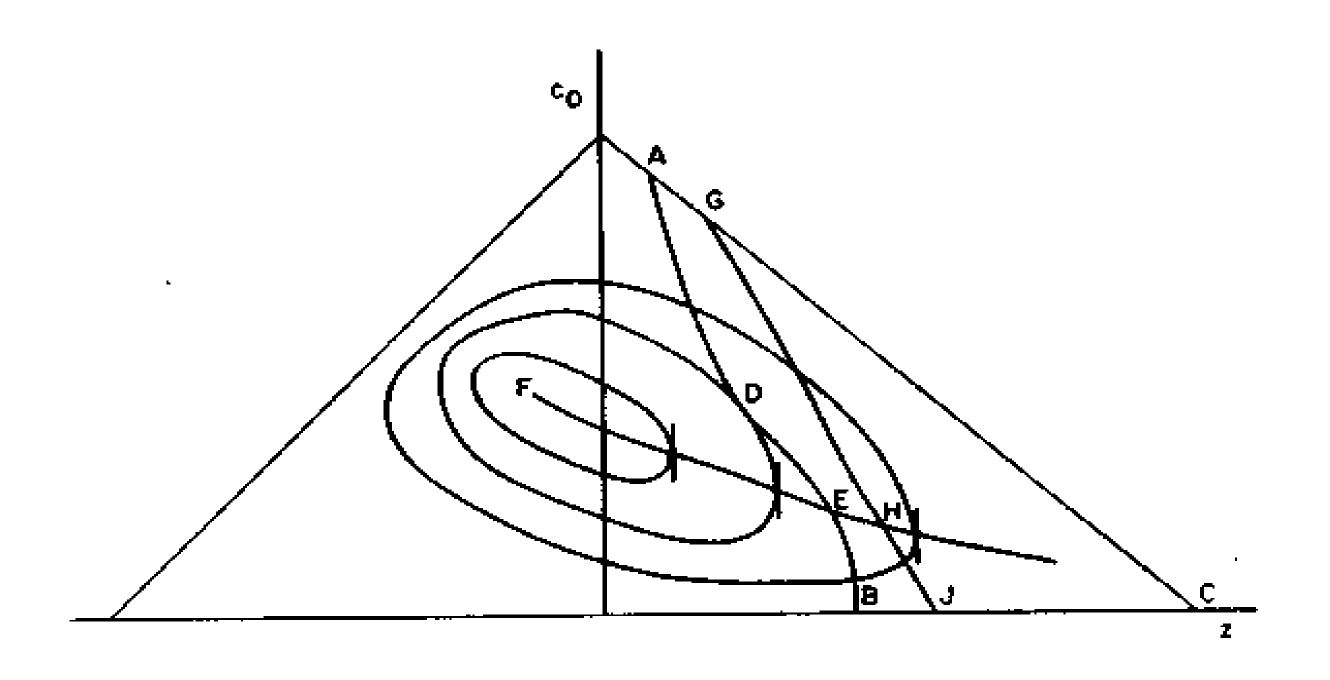


图 5

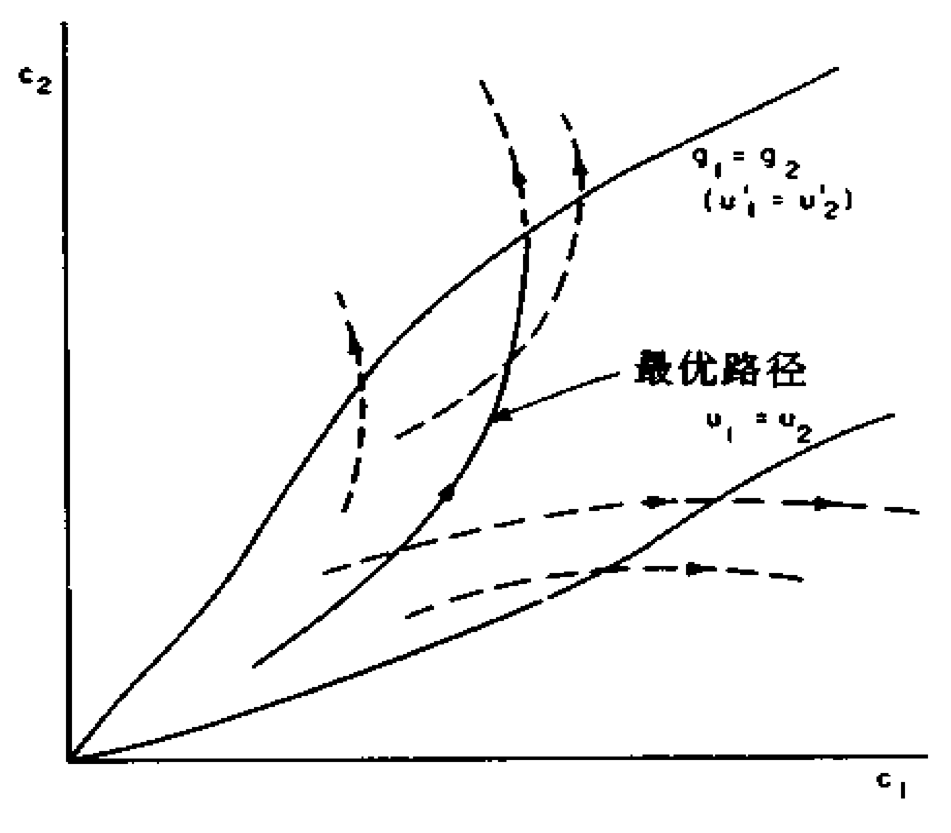


图 6

很大的瞬时效用，这种退休出现的可能性也很低。尽管如此，最优保险计划很可能与不同年龄之间的收入最优再分配计划有很大不同，后者忽略掉工作激励因素。

（7）与最优保险计划相比，实际中公平的保险计划更鼓励退休。

参考文献

Feldstein, M., 1974, Social security, induced retirement and aggregate capital accumulation, *Journal of Political Economy* 82, 905－926.

Sheshinski, E., 1978, A model of social security and retirement decisions, *Journal of Public Economics*, this issue, 337－360.

（张　磊 译）

原载于 Journal of Public Economics

10 (1928) p. 295－336.

七　养老金的保险特性*

1. 延期的工资支付

假如国家没有提供一个充分的养老金系统，可以想见，雇主就会向工人提供养老金服务，有些国家正是这样做的。在一个信息充分和市场完善的世界中，私人养老金可能是一种工人与独立的保险公司之间的单独契约形式。我们不想解释上述情况没有发生的全部原因。代之以，我们将考察雇主提供养老金服务时私人养老金可能采取的形式。我们以这样的工作来代替对一个仁慈政府的最优养老金政策的研究，并与现存制度的特征相比较。这些分析可能有助于找到一些管理和实施私人养老金的途径，以此增进社会福利。

本文的第一项任务是通过一个简洁明了的模型揭示公司养老金的一些重要特征。为了说明其中一些特征，我们首先追溯养老金为何存在，即为什么一部分本应即时支付的工资转成未来养老金权益（这在某种程度上说明了养老金服务由雇主向工人提供，而不是由工人自雇主安排的原因）。然后，我们探讨何种因素制约了延期支付的程度。在本文 2—4 部分，我们试图构造一个简单的三期模型来考察上述制约性因素对养老金的影响。在第 5 部分我们研究私人养老金对提前退休的有效性。本文的余下部分非正式地

---

* 本文系与彼得·A.戴蒙德合著。

讨论了一些简单模型无法阐明的问题，包括通货膨胀的影响，养老金计划的形式，重复性的工资和养老金谈判的效应。

那么，为什么一部分工资要延期支付呢？第一个原因，它可能用来作为储蓄。在过去，通过雇主的养老金计划形成的储蓄具有税收上的好处。无论如何，由雇主管理的大额投资可能获得更高的资本收益，特别是在这种情况下交易费用相对低廉。另一种可能的解释是，这种从工资中扣除所形成的储蓄是一种有效的承诺，它对于担心自身意志薄弱的工人和他们的受益人是有吸引力的。在这里我们不想将上述想法模型化，因为它们对养老金的影响易于理解，也不会影响养老金计划的理想形式，如果存在理想计划的话。

部分工资延期支付的第二个原因就是提供各种形式的保险。我们假定工人是理性的，这个假定将贯穿本文始终；因此他们希望通过保险预防与工作有关的意外事件。第一位也是最显而易见的是伤残。在更一般的意义上，许多不确定性会影响工人的未来生产力。我们试图区分一般意义上生产力的不确定性和相对于经济中其它地方生产力而言的现有工作岗位上生产力的不确定性。以后我们会发现，这种区分是很有意义的。这些不确定性与预期时间内可直接观测的因素有关，如未来将挣得的工资。同时还存在除了工资差别原因以外改换工作愿望的不确定性，如改变厂内同事关系。实际上还经常存在与相对跨时消费的价值有关的不确定性，它与改换工作的愿望截然不同。这些不确定性经常由难以确证的因素引起，因而不能直接通过保险加以规避。

因此，工人愿意保留全部现有工资的一部分以便能应付各种意外，在那时这种收入会变得更为重要。在工人退休时向他提供一笔养老金是获得这种保险的简便形式，如果工人愿意从全部工资中扣除一部分作为退休和伤残基金的话。同时也不能排除这样

一种可能，工人在工作期间的某个阶段，希望减少本应支付的退休基金，并且消费额超过他全部现有工资；这取决于他的工资状况，在一段时间内，他的养老金可能为负，或以养老金权益作抵押进行借贷。

最后一个考虑表明养老金支付水平会发生变动，并可能随着工人个人经历而发生很大变动。为什么我们发现工人的养老金计划由雇主负责而不是委托给独立的保险公司呢？一个明显或许也正确的答案是，对保险公司来说，对一组工人安排保险而不是对工人个人安排保险，更为有效，因为这既降低了交易费用（个人保险的费用相对较高）又能缓解逆向选择的影响。这种在一个公司、行业或一国的经济部门中实行普遍的养老金计划的作法可能是获得以上好处的唯一手段。

既然养老金计划的实施者付出很多努力来消除逆向选择问题，我们就顺其自然地将我们的主题（第 5 部分的一些论述除外）集中到制约保险程度的两个其他因素上：与理想保险契约有关的事件的不可观测性；工人没有能力对未来支付作出承诺。导致工人离职或退休的原因可能是难以观测的：在理想的保险中，一个不能工作的工人应该比一个能够工作但不愿工作的工人获得更多的养老金支付；养老金支付应随工作变动的原因而定，以免工人为谋取更为舒适的工作而流动。我们会发现，可观测性问题与承诺问题是互相作用的。承诺问题与所有未来的契约有关，并受法律和信誉的制约。即使法律要求履行支付承诺，保证执行的成本也会很高：违反承诺而使信誉受损的成本往往因此变得重要。还存在其他可观测的成本，如社会舆论的谴责——它对于某些社会团体和某种形式的契约显得更为重要——我们将对此忽略不计。

对信誉问题的考虑意味着，厂商比工人更容易作出一项可信

和有效的承诺。我们将在本文结尾的第 8 部分对此进行讨论。国家可能建立一种低廉和有效的机制来确保工人信守承诺，例如引入对税收或社会保险统筹的自愿承诺。但是从总体而言，在现实的模型中，合理的假设是，工人不能保证实现对雇主的未来支付，而雇主却能保证对工人的未来支付。我们将假定，比如说，工人不可能作出一种安排来保证自己不会为个人好处而接受一个竞争性雇主出价更高的工资，虽然他本来可能愿意将来自好状态的意外收入在一个不够理想的状态下运用。

以上考虑意味着我们所构造的劳动市场模型如下。工人的生存时间分为三个时期。在第一期中，工人和雇用他的企业签订一个工资协议。这项协议确定了第一期的工资支付和随后两期企业应做的支付，这种支付是状态依存的，如支付数额与工人是否与原先的雇主呆在一起以及他在第二期是否工作有关。已确定的支付包括余下的所有时期。在第三期，工人退休。我们的经济是竞争性的，工人之间和企业之间互相竞争，但是工人可能在不同的企业里有不同的生产力——这是第二期中的一个论题。在第一期中，我们假定，工人和企业都不知道第二期中工人的生产力和可选择的工资机会。对于第二期而言，我们将考察多种知识和可观测性的可能情形：工人可能知道或不知道他在第一期企业中的边际生产力；企业能或不能根据工人在替代性工作岗位上所得工资的观测结果行事。一个有趣的混合情状是，在替代性工作岗位上工资的可观测性可以决定可转移养老金的水平，但不能决定工人继续为第一期雇主工作时的工资。

不管我们对可观测性所作的假定如何，我们发现区分三种工作变动是有意义的。第一种是，在均衡条件下，工人实际上不会变换工作，因为不管他们在哪里工作，他们的生产力是相同的，虽然他们本来可能会变换工作，均衡契约已考虑了这种可能性。哈里

斯(*Harris*)和霍姆斯特姆(1982)在一个多期模型中已经研究过这种情形。我们把它称为"流动威胁"情形。他们的研究是我们分析的起点。第二种情形是外生工作流动，即工人由于不能客观确证的原因而希望转换到其它工作岗位(或者不转换)。在这种情况下，雇佣合同在拟订时充分注意到：即使当不可观测性的原因不适用时，对这样的意外事件的保险也可能鼓励流动。剩下的一种情形称为内生工作流动，即工人发现在其他企业那里能获得更高的工资，原先的雇主也同意工人离职，因为他们在其他地方有更高的生产力。在这种情形下，原先的雇主可能观测到或观测不到替代性工资要约。如果观测不到，内生和外生工作变动的区别仍然会存在，即，一个理性的工人希望通过保险预防后一种情况的发生和前一种情况的不发生。因伤残而被迫提前退休是外生工作变动的极端情况。

2. 流动威胁

我们首先建立一个模型并说明它如何运用于流动威胁的情形。我们的策略是尽可能地简化以便使结论更加清晰。因而我们定义每期具有相同的消费效用，$u(c)$，劳动、替代性雇主和伤残的负效用从消费效用中适当扣除。我们假定 u 是递增的可微凹函数，并且当消费量趋向于 0 和 $+\infty$ 时 u' 为趋向于 $+\infty$ 和 0。我们同时假定真实利率为零。在一个信息充分的理想世界中，消费在所有时期和所有自然状态中相同。我们考虑的是从这种理想的不变状态的偏离。

在前两期中，第一个雇主下的劳动边际生产力定义为 m_1 和 m_2。然后我们考察替代性雇主，我们定义那里的边际生产力为 m_2'。实际支付的工资分别为 w_1，w_2 和 w_2'。工人无法进入资本

市场(因为我们强调的是保险特性,所以作了这样一个极端的假设。储蓄的存在在某种程度上会使情况复杂化,但不会引起结论的变化[①])。企业能以零真实利率自由借贷(一种明显的简化,只要我们不考虑利率变动的影响)。由于在第二期和第三期之间,对工人的支付的分配不存在可观测性和承诺问题,同时工人都在第三期获得支付,并已知在该期退休,我们可以把所有这两期获得的支付加以合计,不管有多少,这些支付可以在这两期中分成相等的两部分。[②] 因此我们用 b, b'表示第一期工作岗位产生的养老金预缴量,它表示,如果工人在第二期转换到一个新的工作岗位时,这种预缴量可能会发生变化。工人的收入总额,包括工资和养老金,在第二期和第三期为 $w_2 + b$ 或 $w'_2 + b'$,取决于他是否离开原先的雇主。我们定义 $W = w_2 + b$, $W' = w_2' + b'$, $U(W) = 2u(W/2)$。

企业是风险中性的。那么在均衡状态下,工人的预期支付(包括延期支付额),等于他的预期边际产品。为了竞争工人,企业必须设计契约以最大化工人的预期效用,同时考虑到工作流动的可能性。

在流动威胁情形,$m_2 = m_2'$。如果工人在第二期中变换工作,他能从新雇主获得 m_2'的收入。如果工人原先的劳动契约使得这种工作变动是合算的,那么对原先的雇主来说,修改契约同时又不会对工人造成损害一定是值得的。因此一个均衡契约由下式决定:

$$\max_{w_1, W(\cdot)} u(w_1) + EU[W(m_2)] \qquad (1)$$

---

① 关于私人储蓄对最优社会保险的影响,请对照我们论文(1978)和(1982)。

② 虽然延期支付只在第三期发生,就不很正确,但是在模型中没有理由作这个限制。

$$\text{s.t.}\quad w_1 - m_1 + E[W(m_2) - m_2]. = 0$$
$$W(m_2) \geqslant m_2$$

注意 m_2 为随机变量，对之运用期望算子。

如果对于 m_2，$W(m_2) > m_2$，那么第二个约束条件不起作用，同时边际效用相等：$W = 2w_1$。否则约束条件决定工资。因此，解为：

$$\begin{aligned} W(m_2) &= 2w_1, & m_2 \leqslant 2w_1, \\ &= m_2, & m_2 \geqslant 2w_1, \end{aligned} \tag{2}$$

(1)式中的第一个约束条件决定 w_1 的水平。这正是引入退休这一期后经调整的哈里斯—霍姆斯特姆结果。哈里斯—霍姆斯特姆结果是，如果边际产品有足够的增加，那么工资不会下降而会上升。我们引入两时期模型，并且 $U(W) = u(W)$，得到的结论是，如果第二期的边际产品高于第一期，那么第二期工资高于第一期工资。退休期的存在使得第一个雇主在工人不离开他时才支付养老金，因此工人的现有收入有更大的可能性保持不变，只有当 $m_2 > 2w_1$时，第二期和第三期的工资才会上升。

当工作变动是合意的情况下，采用不可转移的养老金权益是缺乏吸引力的。

3．外生流动

我们引入外生工作流动的办法是，假定工人有必要离开第一个雇主的概率为正，记为 p。我们仍然假定工人没有必要转移工作时，他在替代性工作岗位上的边际产品与原先厂商相等。因此，对契约的限制是这种工人不应该被诱使转换工作。一个不得不变换工作的工人的边际产品定义为 m'，我们发现均衡的契约由下式决定：

$$\max_{w_1, W(\cdot), b'} u(w_1) + (1-p)EU[W(m_2)] + pEU(m' + b') \quad (3)$$

$$\text{s.t. } w_1 - m_1 + (1-p)E[W(m_2) - m_2] + pb' = 0$$

$$W(m_2) \geqslant m_2 + b', \quad b' \geqslant 0$$

注意，我们考虑了一个可转移养老金成分 b'，它独立于 m'：即新的工资假定是不可观测的。第三个约束条件，即 $b' \geqslant 0$，表明工人没有能力对未来支付作出承诺。要讨论的主要问题是，在均衡状态下 $b' > 0$ 是否成立，如果成立，大小程度如何？

与前面部分相同的原因，W 设定为等于 $2w_1$，除非对 W 的约束不成立，在这种情况下，第二期工资正好能阻止那些没有必要变换工作的工人变换工作。很明显地：

$$\begin{aligned} W(m_2) &= 2w_1, \quad m_2 \leqslant 2w_1 - b', \\ &= m_2 + b', m_2 \geqslant 2w_1 - b', \end{aligned} \quad (4)$$

假定(4)式成立，期望效用关于 b' 的导数为：

$$(1-p)\int_{2w_1 - b'}^{\infty} U'(m + b')dF(m) + pEU'(m' + b'),$$

这里 F 是 m_2 的分布函数。对于 b'，(3)式中的第一个约束条件(即负的人均利润)对 b' 的导数为：

$$(1-p)[1 - F(2w_1 - b')] + p = 1 - (1-p)F(2w_1 - b').$$

由于约束条件的值为 $u'(w_1)$（通过对 w_1 的变分求得），对 b' 的一阶条件为：

$$(1-p)\int_{2W_1 - b'}^{\infty} U'(m + b')dF(m) + pEU'(m' + b')$$
$$- [1 - (1-p)F(2w_1 - b')]u'(w_1) = 0, \quad (5)$$

$b' > 0$；或 $b' = 0$，同时(5)式的左边是非正的。当 $b' > 0$ 时，第一期的边际效用等于第二期的期望边际效用。

运用(4)式，我们也得到零利润条件：

$$w_1 - m_1 + (1-p)\int_0^{2w_1 - b'}(2w_1 - b' - m)dF(m) + b' = 0, \tag{6}$$

即，第一期的工资低于第一期的边际产品以便支付第二期无条件的转移 b'，和(可观测的)边际产品较低时第二期工资的增加。$b'>0$时，(5)和(6)在什么条件下会同时满足？一种情况是内生流动威胁在 $b'=0$ 时并不有效(对于所有 m_2，$m_2<2w_1$)[①]。

命题 1 假定 m_2 的取值从来不会大于

$$M = \frac{m_1 + (1-p)E(m_2)}{\frac{3}{2} - p} \tag{7}$$

同时有

$$U'(M) < EU'(m'), \tag{8}$$

那么最优的 b'为正值。

证明 我们要说明的是，在所述的前提下，当 b'在(6)式中的值为零时，(5)式的左边为正。因此 $b'=0$ 不可能成立，从而我们可得到所希望的结论。当 $b'=0$，可以得到(6)式的解为：

$$w_1 = M/2,$$

因为在此情况，$F(2w_1)=1$，且积分结果为 $M - E(m_2)$。即，在可转移养老金为零的情况下，使两个时期的支付相等是可行的。

把 w_1 上述值代入(5)式的左边，我们发现积分为0，方括号中的表达式变成 p。我们得到：

$$pEU'(m') - pu'(M/2) = p[EU'(m') - u'(M)],$$

根据(8)式的假设，上式为正。证毕。

我们应当注意到，当 U'是凸的时，(8)式成立的充分条件为 $M>E(m')$。只要第一个假设成立，这个结论就是明显合理的，实

① 我们感谢罗伯特·默顿(*Robert Merton*)指出本例子的这一方面。

际上(8)式适用于任何一种效用函数。结论的意义在于：只有当 m_2 的分布是高度分散的，或必要的离职会降低消费的边际效用，$b'=0$ 才成立。上限为 M 的约束相当严格：$m_1=E(m_2)$ 和 $p=\frac{1}{2}$ 时，$M=\frac{3}{2}E(m_2)$。但命题的条件是异常充分的。我们可以放心地得出结论：$b'>0$ 总是成立，认识到有必要提高消费的边际效用。

要确定 b' 究竟为多大并非易事。b' 越大，第二期工资和最终养老金更有可能比第一期工资高。对外生工作流动实行一定程度的保险是可行的，但代价是，当工作流动是不必要时，预防较低的第二期生产力的保险会减少。

在发生伤残的情况下，m' 总是为零，此时不管 m_2 是否超过 M，b' 总是为正。我们以前的论文从社会最优的角度研究过这种情形（m_2 不是随机变量）。我们在第 5 部分将回到多期的伤残案例，并对承诺问题进行更为细致的研究。

4. 内生流动

我们现在来研究一种模型，其中工人对于不同的雇主具有不同价值，这种价值在第一期并不了解。因为工人不能预先确定在第二期中是否与他的第一个雇主在一起，磋商合同时，必须假定，如果流动是值得的，工人就会流动。[①] 如果其他雇主向工人支付的工资（减去转换工作的成本）加上所有可转移的养老金权益超过他留在第一个雇主那里得到的工资（加上养老金），这种支付就能

① 关于替代性契约假定下的流动性分析，参见莫顿森（*Mortenson*，1978），戴蒙德和马斯金（*Damond and Maskin*，1979），霍尔和拉齐尔（*Hall and Lazear*，1981），穆尔（*Moore*，1982），迪尔（*Deere*，1983）和斯皮内温（*Spinnewyn*，1982）。

使工人转换工作。为了与外生流动形成鲜明的对照，我们假定除替代性工资出价允许的以外，不存在工作变动的正效用或负效用。实际上我们假定，首先，这种净工资出价是可观测的。这个可观测假定在某些情形中过度强烈。我们也考虑另外两种情况：工资出价完全不具观测性和工资出价对可转移养老金（直到第三期才支付）是可观测的，但此时第一期雇主的工资出价是不可观测的。在隐性契约文献（参阅哈特（*Hart*，1983））中，第二期与第一个雇主的生产力是不可观测的。我们通过考虑两种情形加以处理，取决于 m_2 是否可观测。因此我们有六种情形需要分析，我们只考察其中的五种。我们不考察更接近现实，不够极端的情形，即外部出价有时可观测以及边际产品只是不完全地可观测。

与原先的和其他厂商（根据可观测的工资出价识别）的边际生产力 m_2 和 m'_2 是联合分布的，且无微粒点。这种分布由一个密度函数 $f(m_2, m'_2)$ 给出。[①]这样，我们假定 m'_2 的分布独立于工资契约。由于这两个变量是可观测的，W 和 b' 都是 m_2 和 m'_2 的函数。承诺约束意味着 b' 是非负的，变动由 W 和 $m'+b'$ 中哪个大来决定。均衡条件由下式给出：

$$\max_{w_1, W, b'} u(w_1) + EU[\max(W, m'_2 + b')] \qquad (9)$$

s.t.

$$w_1 - m_1 + \iint_{W > m'_2 + b'} (W - m_2) f dm_2 dm'_2 + \iint_{W < m'_2 + b'} b' f dm_2 dm'_2 = 0$$

$$b' \geqslant 0.$$

与前面一样，约束条件的影子价格是 $u'(w_1)$。对于每个 m_2 和 m'_2，选出最优的 W 和 b'，即，使得函数

① 我们也假定 f 有充分大的支撑，允许我们在下文考察所有情形。特别地，我们假定：对于 m_2 的所有值，m'_2 可能大于或小于 m_2，同时对于 w_1 的均衡值，m_2 可能大于或小于 $2w_1$。

$$V(W,b')=\begin{cases}U(W)-u'(w_1)(W-m_2), & W\geqslant m_2'+b',\\ U(m_2'+b')-u'(w_1)b', & W<m_2'+b',\end{cases}\tag{10}$$

在 $b'\geqslant 0$ 的条件下被最大化。当 $m_2>m_2'$时，这些表达式的第一个大于第二个，如果我们设定 $W=m_2'+b'$。因此我们在满足约束条件 $W\geqslant m_2'$(从 $b'\geqslant 0$ 得出)下最大化第一个表达式。这可以通过设定 W 等于 $2w_1$ 和 m_2'中的较大者得到。在此种情形下，b'可为 0 和 $\max(2w_1-m'_2,0)$之间的任何值，因为它不会被领取。当$m_2<m_2'$时，类似的讨论表明工人将变换工作。那么 b'设定为 $\max(2w_1-m_2',0)$，W 为低于 $\max(2w_1,m'_2)$的任何值，因为它不会被领取。

简而言之，我们有

命题 2 如果存在内生工作流动，工资出价和边际产品可观测，工人没有预先承诺，工人在第二期将流向生产力最高的地方。如果与原先雇主在一起时生产力最高，第二期和第三期的收入为 w_1 或 $m_2'/2$，取其中最大者为准。如果最佳的替代性工资出价高于原先雇主的生产力，可转移养老金正好能将第二期和第三期的总收入提高到 w_1，如果大于 $m_2'/2$，否则，可转移养老金就为零。定理的阐释见图 1。

如果 m_2 对于工人而言不具可观测性，厂商保证 W 和 b'的最低水平，并保留当企业可观测到 m_2 时提高这两个变量的权利，如果这样做对厂商有利的话。我们定义这种保证水平为 $W_0(m_2')$ 和$b_0'(m_2')$。假设工人知道企业实际所做的支付的分布。这样在存在额外的控制变量 W_0，b_0'和额外约束条件时，

$$\max_{W,b'} V^*(W,b')=\begin{cases}m_2-W, & W\geqslant m_2'+b',\\ -b', & W\leqslant m_2'+b',\end{cases}\tag{11}$$

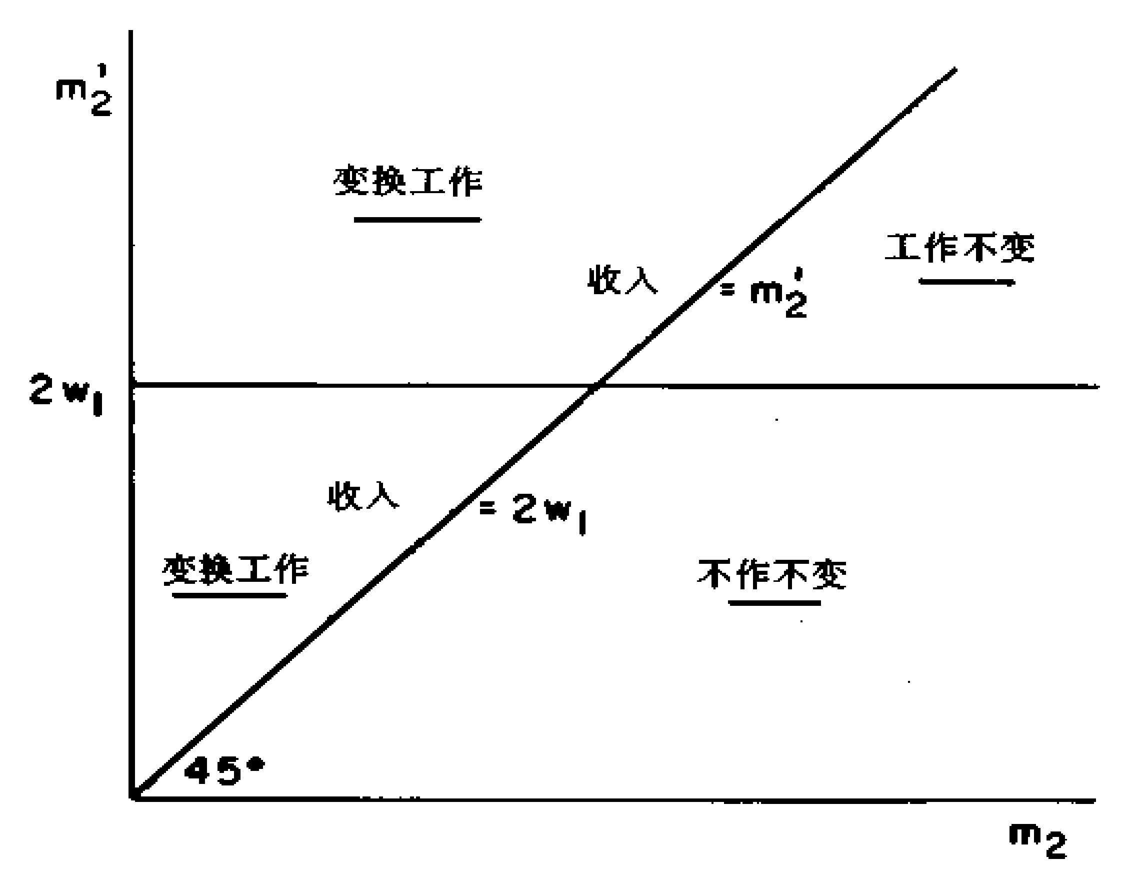


图 1　定理 2 和 3

s.t.

$$W(m_2,\ m_2') \geqslant W_0(m_2')$$

$$b'(m_2,\ m_2') \geqslant b_0'(m_2').$$

均衡的契约与(9)式的解相同。

当 m_2 可观测时，通过设定 W_0 等于 $2w_1$ 和 $b_0'(m_2')$ 等于 max $[(0,\ W_0 - m'_2)]$，并且选择 W 和 b' 以诱导工人当且仅当 $m'_2 > m_2$ 时，变换工作，企业可以精确地复制最优契约。由于在这种情况下没有附加的约束条件，契约也能满足最大化要求，可观测性的最优化等价于不可观测性的最优化。因此，我们有

定理 3　如果外部工资出价是可观测的，不管与原先企业的边际生产力是否可观测，最优的配置是相同的。

结果与哈里斯—霍姆斯特姆模型相当类似，“工资”或收入保持不变，除非替代性雇佣机会引起收入增长。收入(非意愿)的增长并不是工人边际生产力不可预测的增长引起的，而是在经济的

部分中边际生产力出现不可预测的增长引起的。因此在一个企业数量较小但规模较大的经济中所形成的均衡状态更接近理想状况，因为只有较少的属于企业之外的可能性，这意味着工资只在较少的自然状态下出现增长，均衡情况下原始工资较高。

如果工人离开一个工作岗位以寻求更高的收入，或有激励证明他的工资是较低的（$w_1 > m_2/2$, $m_2' > m_2$），或者——不太现实地——不能证明替代性工资出价是真实的，那么 W 不能根据 m_2' 决定，尽管可能由于国家的干预，b' 仍可能根据 m_2' 决定。我们下面考察 b' 是而 W 不是 m_2' 的函数时的情形。我们同时简单地假定（忽略搜寻的情况）工人在决定转换工作时知道 m'_2，虽然雇主不能确证 m_2'。

如果 m_2 是可观测的，W 仅取决于 m_2 但是 b' 取决于 m_2 和 m_2'，那么，考虑一个特定的 m_2，W 和 b' 最大化

$$\int V(W, b') f dm_2', \tag{12}$$

这里 V 定义为（如(10)式）

$$V(W, b') = \begin{cases} U(W) - u'(w_1)(W - m_2), & W \geqslant m_2' + b', \\ U(m_2' + b') - u'(w_1)b', & W < m_2' + b'. \end{cases}$$

我们应该立即注意的是，在这种情形中，W 从不会小于 $2w_1$，因为如果那样的话，我们可以通过提高 W 并同时提高 b'（如果有必要保持 V 的定义中两种情况之间的区分不变），来增加 V。

现在考察 b' 的选择，暂且假定 W 固定不变。b' 限定为非负。因此 $m_2' > W$ 意味着 $W < m_2' + b'$，同时请记住 $W \geqslant 2w_1$，b' 应尽可能地小；

$$b' = 0, \quad m_2' > W. \tag{13}$$

现在假定 $m_2' \leqslant W$。如果 $m_2 \geqslant m_2'$，工人应该会选择留在原先的工作岗位，因为当 $W > m_2' + b'$ 时，$U(W) - u'(w_1)W \geqslant U(m_2' + b') - u'(w_1)(m'_2 + b')$。因此，

$$b' < W - m_2', \quad m_2' \leqslant m_2, W. \tag{14}$$

如果 $m_2 < m_2'$，工人应该到新的工作岗位，其工资加上养老金尽可能地接近 W。这可以通过设定下式得到

$$b' = W - m_2' + \epsilon, \ m_2 < m_2' \leqslant W, \tag{15}$$

其中 ϵ 为小的正值，ϵ 应为无穷小。

对于 b'的这些选择，我们有

$$V(W, b') = \begin{cases} U(W) - u'(w_1)(W - m_2), & m_2 \geqslant m_2' \leqslant W, \\ U(W) - u'(w_1)(W - m_2'), & m_2 < m_2' \leqslant W, \\ U(m'_2) & m_2' > W. \end{cases}$$

在这里，由于我们已经考虑到 b'引起的的工作变动决策，我们可以设定 $\epsilon = 0$。当 $m_2 \leqslant 2w_1$，W 应该被设定等于 $2w_1$，因为它最大化

$$\int_0^W [U(W) - u'(w_1)W\} f dm_2' + \int_W^\infty [U(m_2') - u'(w_1)m_2'] f dm_2'.$$

当 $m_2 > 2w_1$，W 应该小于 m_2；因为当 $W > m_2$ 时 V 的积分为：

$$\int_0^W [U(W) - u'(w_1)(W - m_2'] f dm_2' + \int_W^\infty U'(m_2') f dm_2' + u'(w_1) \int_0^{m_2} (m_2 - m_2') f dm_2',$$

通过减少 $W > 2w_1$，上式的值会增加。因此，事实上，W 最大化

$$\int_0^W [U(W) - u'(w_1)(W - m_2] f dm_2' + \int_W^\infty u(m_2') f dm_2'。$$

一阶条件为

$$[U'(W) - u'(w_1)] \int_0^W f dm_2' = u'(w_1)(W - m_2) f(m_2, W) \tag{16}$$

我们证明了

命题 4　在内生流动情形，如果在原先企业的边际产品可观

测，但是工资出价的可观测性仅决定可转移养老金，一个在所有企业中的第二期生产力小于第一期工资的两倍的工人，在整个生存期间收入都相同，同时在他生产力最高的地方工作；而另一方面，第二期生产力比在某些工作岗位上高的工人，如果流动，得不到可转移养老金，如果不流动，他得到工资加养老金，低于他的生产力(由(16)式给出)。

这种情况在图2得到了说明。

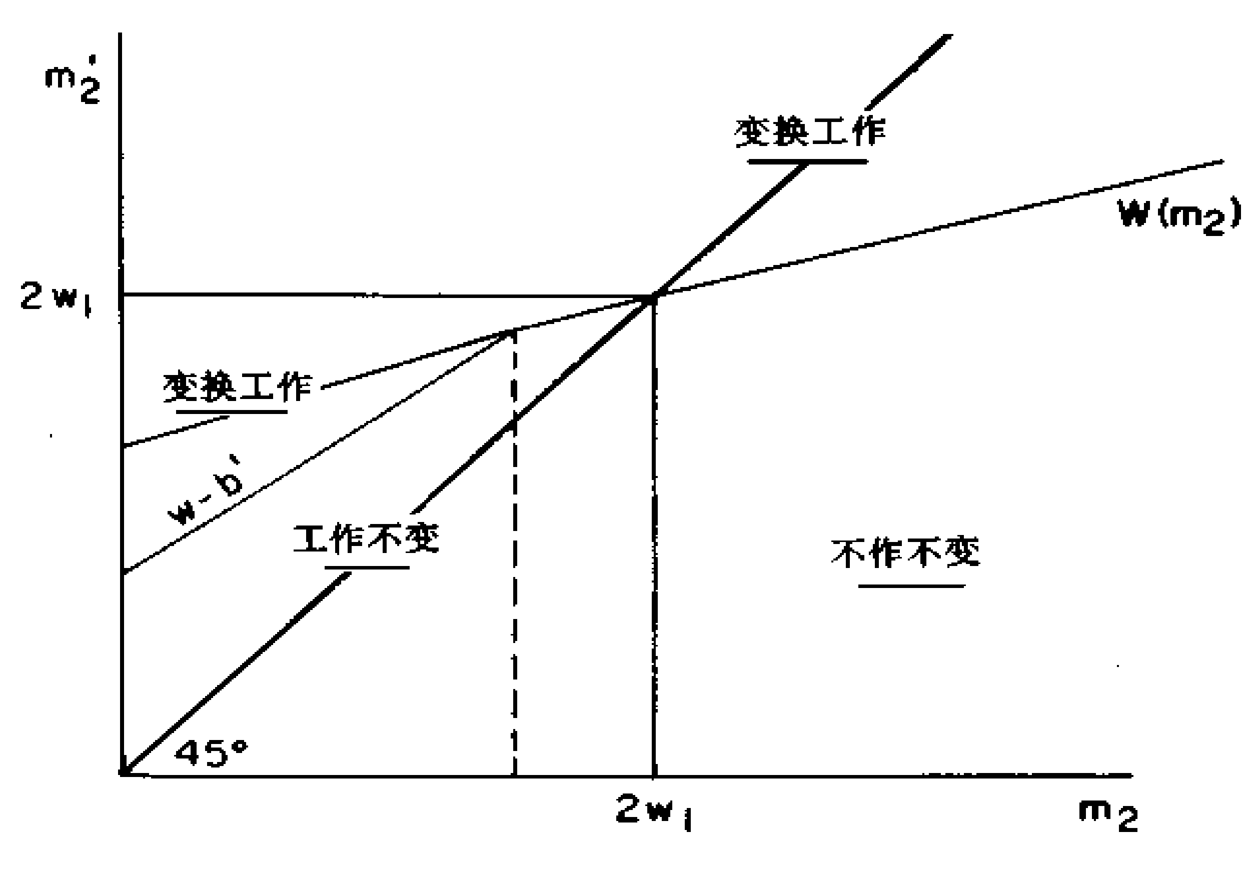


图2 定理4

没有进一步的假设，等式(16)不能告诉我们更多的有关W的情况。当m_2和m_2'独立分布时，$f(m_2, m_2') = g(m_2)g'(m_2')$，我们有

$$m_2 = W + \left[1 - \frac{U'(W)}{u'(w_1)}\right] \frac{\int_0^W g' dm_2'}{g'(W)} \tag{17}$$

很合理地，如果$\int_0^W g'dm_2'/g'(W)$对于 $W\geqslant 2w_1$ 是 W 的增函数，等式的右边是一个递增函数，梯度大于 1。这意味着 W 是 m 的递增函数，梯度小于 1。

如果雇佣契约不根据 m_2 确定 b'，但根据 m_2'确定 b'，这个结果有些不够简洁，我们在这里不再深入研究。

m_2 可观测时，均衡由与(9)式相同的最大化给出，除了 W 和 b'被限定独立于 m_2'之外。在转入一阶条件的讨论前，我们注意到，如果 m_2'大于 m_2 的概率为正，W 和 b'就会被规定以诱使某些工作流动。如果 $W-b'$超过 m_2'可能的最大值，就不会发生流动。在这种情形下，可以考虑将 $W-b'$提高到不超过 $W-m_2'$的任何水平。这种做法将使那些变换工作的工人的境况得以改善并为厂商节约收益，因为每个变换工作者生产力的损失不会高于从变换工作中获得的补偿节约。当然，这些讨论并不意味着最优的 b'等于$W-m_2$。这样，我们有 $W-b'\leqslant \max m_2'$。通常的包络论证意味着这个不等式对于最优的 b'是严格不等式。以上结论成立，其一阶条件为：

$$[U'(W)-u'(w_1)]\int_0^{W-b'} fdm_2'$$
$$-u'(w_1)(W-b'-m_2)f(m_2,W-b')=0 \quad (18)$$

$$\int_{W-b'}^{\infty}[U'(m'_2+b')-u'(w_1)]fdm_2'$$
$$+u'(w_1)(W-b'-m_2)f(m_2,W-b')=0 \quad (19)$$

或当 $b'=0$ 时(19)式是非正的。

我们分别分析这两种情形。暂且假定 $b'>0$。(19)式中积分区域变为 $m_2'>W-b'$，因此我们有：

$$U'(m_2'+b')<U'(W).$$

在(19)式中运用上式，我们发现

$$[U'(W)-u'(w_1)]\int_{W-b'}^{\infty} fdm'_2$$
$$+u'(w_1)(W-b'-m_2)f(m_2,W-b')>0.$$
与(18)式比较，可以发现
$$U'(W)-u'(w_1)>0$$
$$W-b'-m_2>0. \tag{20}$$
从(20)式们有
$$2w_1>W>m_2+b'>m_2 \tag{21}$$
因此对于 $m_2 \geqslant 2w_1$，b'必须为零，(20)式中的后一项条件意味着对变换工作的隐性税收(工作不变的工人获得超过边际产品的净补偿)。

现在假定 $b'=0$，那么，(18)式变为
$$[U'(W)-u'(w_1)]\int_0^W fdm'_2$$
$$=u'(w_1)(W-m_2)f(m_2,W).$$
这样我们有
$$\text{sign}(W-2w_1)=\text{sign}(m_2-W).$$
对于当 b'等于零时的 m_2 值而言，W 介于 $2w_1$ 和 m_2 之间。我们可以得出结论：拥有较高边际产品的工人所获得的支付小于他们的边际产品。

根据上述结果，我们有

命题 5 在内生工作流动情形，如果在原先企业的边际产品可观测但是工资出价不可观测，同时不存在工人的预先承诺，那么和原先雇主在一起的工人，并且边际产品低于第一期的工资，他在第二期和第三期的收入低于第一期。如果工人有正的可转移养老金，养老金小于 $W-m_2$。如果工人与原先雇主在一起且边际产品高于第一期工资，就不存在可转移养老金，同时在随后期间的收入高于第一期但低于边际产品。对什么样的 m_2 值具有正

的 b' 值这个问题一般很难回答，它取决于 f 的性质。这个定理由图 3 说明。

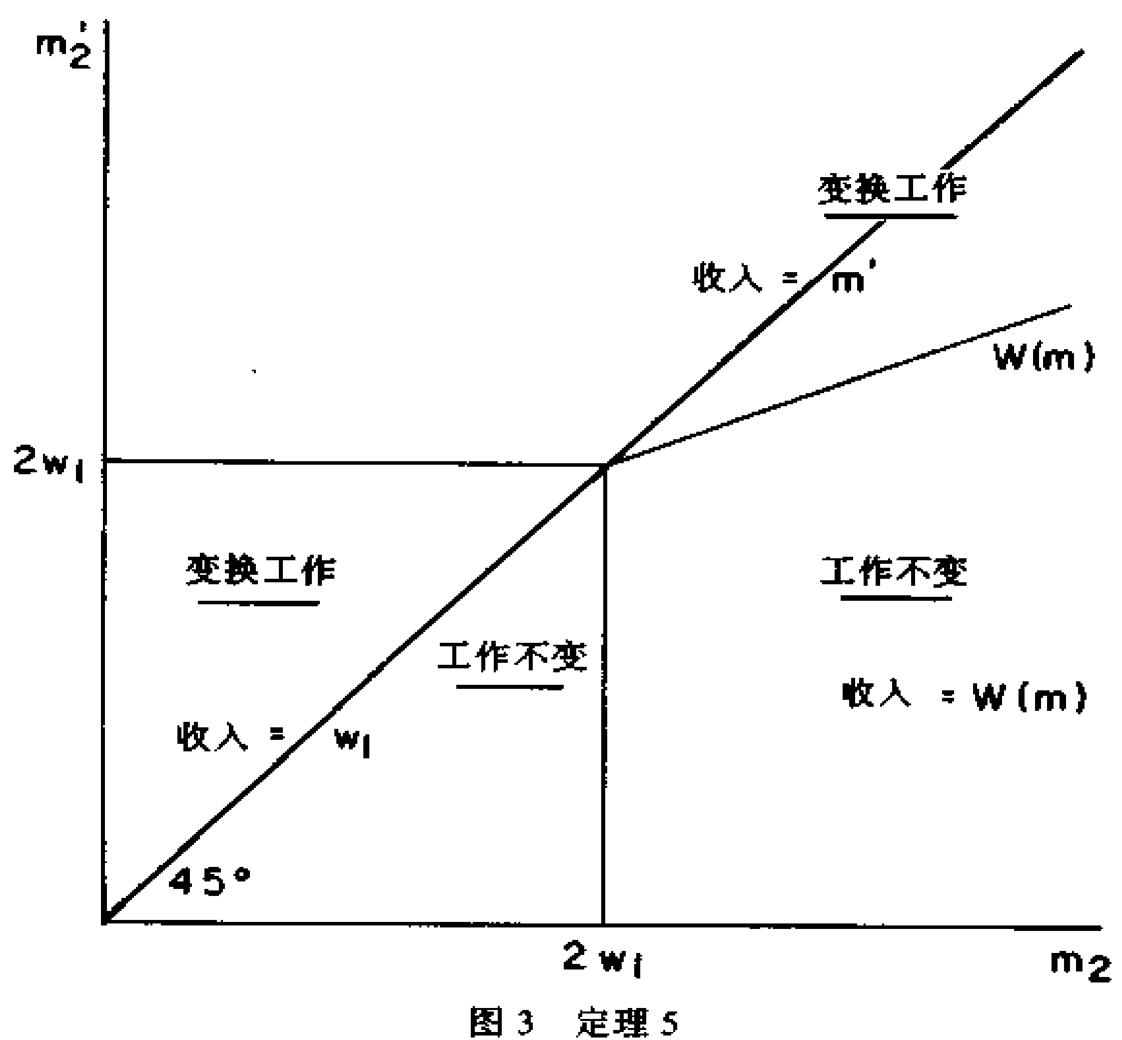


图 3 定理 5

还有余下的一种情形需要分析，即 m_2 和 m'_2 都不可观测的情形。在这种情形下，企业选择 w_1，W_0，b'_0，$W(m_2)$和 $b'(m_2)$ 最大化(9)式，满足第二期中自身的利益所确定约束条件：

$$\max_{W,b'} \int_0^{W-b'} (m_2 - W) f dm_2' + \int_{W-b'}^{\infty} - b' f dm_2' \qquad (22)$$

s.t. $W \geqslant W_0$

$b' \geqslant b_0'$

这样我们有一阶条件

$$(m_2 - W + b') f(m_2, W - b') - \int_0^{W-b'} f dm_2' \leqslant 0$$

$$-(m_2-W+b')f(m_2,W-b')-\int_{W-b'}^{\infty}fdm_2'\leqslant 0$$

(23)

如果 $W>W_0$ 和 $b'>b_0'$分别成立，则取等式。从不同项的正负号看，我们有 $W=W_0$ 或 $b'=b_0'$，或都成立。而且，对于 $m_2>W_0-b_0'$，有 $b'=b_0'$，并且对于 $m_2<W_0-b_0'$，有 $W=W_0$。此外，当 $W>W_0$ 时，$W<m_2+b_0'$，当 $b'>b_0'$时，有 $b'<W_0-m_2$。

为了分析 W_0 和 b'_0，我们需要考察从(9)式得到的一阶条件。这是一项难度很大的计算，因为当 $W>W_0$ 时，W 取决于 b'_0，同时当 $b'>b'_0$ 时，b'取决于 W_0，我们把对这个问题的分析留待将来。

5. 提前退休

在以上分析的模型中，每个人都在前两期工作并且没人在第三期工作。这个思路忽略了目前所观察到的退休年龄分布的分散性。实际上，许多养老金计划允许选择退休年龄并且把养老金的数量与退休年龄以及工资历史和工作年限相联系。

我们最初对于公共退休体制的分析集中在最优津贴规模和退休年龄的关系方面。在那项研究中，自然没有对应于转移的养老金权的非负约束的限制。我们简要地回顾一下那项分析的主要观点，通过分析工人对企业债务的非负约束何时生效，将它与本文的论题联系起来。

假定工人的生产力和工作的事实是可观测的，但是工作能力不可观测(我们把他取作 0－1 变量)。那么，忽略那些不能在整个生命周期工作的人，可以实行一种基于生产力的一次性支付的再

分配体制并采用保险性的公平养老金。保险性的公平养老金意味着整个生命周期的预算约束随着工作经历的长短而变动，如同产出的变动那样。工作经历的长短取决于个人选择和随机因素对生产力的影响（这是对影响工作的负效用，工作的可得性以及生产力等因素的一个简化）。这里有两个原因可以确保在公共再分配和退休体制中选择保险性的公平养老金能改善个人的境遇——收入再分配和保险条款。

为了区分出收入再分配的动机，我们暂时忽略工作能力的不确定性。如果个人在（不可观测的）劳动的负效用以及生产力方面存在差别，那么，对仅基于生产力的一次性支付的再分配，仍为基于劳动负效用的进一步再分配留有余地。一般而言，那些较早退休者有较高的消费的社会边际效用。因此通过收入分配向提前退休者倾斜以影响退休决策是有意义的，这些提前退休者有较低的事后预算约束线（实质上当我们在下文中考察保险问题时，这个论点同样成立）。一旦我们发现，因为生产力差异而实行收入再分配通过一种扭曲性的年度所得税而不是一次性税收解决时，这一个论点得到进一步强化。收入再分配受到关于工作时间的激励问题的制约。除了保险性的公平养老金体制（公平性由政府总预算定义），通过再分配抑制较长工作周期也是适合的手段，如果我们认识到生产力和工作周期的长度的正相关关系（它反映了生产力与劳动负效用以更高补偿之间的负相关关系）。

在传统的经济学假设下，再分配对于私人养老金的设计没有作用（虽然工会可能受到关注）。实际上，逆向选择问题表明通过保险预防赚钱能力的过早损失存在成本。我们在这个论文部分的余下内容中忽略再分配和逆向选择问题。

由于所有个人的生产力，偏好和伤残的风险在事前都是完全相同的，双方同意的保险性的提前退休条款提供了保险以预防赚

钱能力的提前损失，并且它是最优劳动契约的自然组成部分。我们在以前的论文中，在工人储蓄或不储蓄的替代性假定下，推出了求导最优工资和退休津贴计划的方程式。如果我们现在所作与本文前一个部分相同的承诺假设，并假定其它地方有完全相同的机会，那么社会最优的契约对私人是可行的，只要预期的未来补偿不低于预期的未来生产力。我们现在考察何时这种情况可以满足。

在我们以前的两篇论文中，我们在边际产品不变的情况下把最优计划下的生命周期的消费与工作周期的长度相联系。生命周期的消费是工作周期的增函数，但是比生命周期生产的增长要慢得多(一直到计划的退休时期，此时增长的速率相等)。换一种方式表述，即最优的计划是对工作征收的一项隐性税收，它贯穿整个工作周期一直到计划的退休年龄，此时税收为零。这是通过保险预防提前退休后的不幸事件的一般途径。在简单的制度安排下，已支付的工资被消费或储蓄，最优的计划在存在工作流动性时就无法持续下去，因为从工作中征收的税收在工作周期一开始就用于一次性转移支付。

但是，养老金代表一种不同于简单的年度工资支付的制度安排，因为未来某个时间的养老金津贴取决于退休的日期。在实际的养老金中，津贴的支付以不在自己的厂商中工作为条件。在一个边际产品不变和变换工作没有成本的世界中，这一条件没有缺陷，同时养老金不会比简单的工资提供更多的保险功能。如果养老金的支付以完全退休为条件，那么就存在保险的可能性。如果存在对早期工作的隐性税收，私人的均衡状态总能支持社会的最优状态，但如果存在对早期工作的隐性津贴，则不能支持。为了考察私人模仿社会最优状态的可行性，我们考虑以下制度安排。在年龄为 t 时工作，其工资为 $c(t)$，全部用于消费。

在年龄为 t 时退休，在此后的生命周期中得到的退休金为 $b(t)$。在年龄为 t 时变换工作，得到一笔一次性的转移支付 $R(t)$，带到替代性厂商用于今后退休。如果最优的 $b(t)$ 和 $c(t)$ 意味着产出超过预期支付的一个非负净剩余，社会的最优体制能被私人代行。

一个在年龄为 t 时变换工作的工人必须为他的新雇主创造足够的价值(在企业中的净产品)，以弥补向他所作的未来支付的期望值，如果他一直为新雇主工作至退休。如果当他不变换工作时上述情况成立，那么在他再次变换工作时也同样成立，假定新的转移支付总额同样足够能弥补雇用他所造成的预期净损失。我们对此正式加以表述，运用我们以前论文中的符号，$F(t)$ 表示工人的年龄 t 时还能工作的概率；r 是一个健康人的退休年龄；T 表示寿命；m 表示不变的边际产品。根据转移支付的期望值和 t 期之后所作支付表述等式，是很方便的，这里，我们对时间零取期望。如果我们运用条件概率会得到相同的结果。我们要求 $R(t)$ 的水平满足

$$R(t)[1-F(t)]=\int_t^r[c(s)-m][1-F(s)]ds$$
$$+\int_t^r b(s)(T-s)f(s)ds+b(r)(T-r)[1-F(r)]. \tag{24}$$

社会最优状态下的预算平衡约束决定了 $t=0$ 时 R 等于零。当 $t=r$ 时，R 明显为正。如果上式的右边部分最初为 t 的一个非递减函数，然后为非递增函数，可以得到对于所有的 t，$R\geqslant 0$。通过求微分，我们发现若存在 $s\leqslant r$ 使得

$\leqslant m$ 对于 $t\leqslant s$

$$c(t)+b(t)(T-t)\frac{f(t)}{1-F(t)} \tag{25}$$

$\geqslant m$ 对于 $s \leqslant t \leqslant r$.

时，上述看法是正确的。

因为，如我们所引用的论文所指出的，b 和 c 是 t 的增函数，$R \geqslant 0$ 的充分条件是，

$$\frac{(T-t)f}{1-F} \tag{26}$$

是 t 的非递减函数。

特别是对于均匀分布，上述结论成立，并且更为一般地，对

$$f(t)=\frac{ae^{at}}{e^{aT}-1} a>0, \tag{27}$$

上述结论成立。

由于(26)式对于(25)式足够充分，我们的结论是：不太容易找到简单的情形，使得社会最优状态，在理论上讲不能被私人所代行。又一次，我们发现，一个明显合乎需要的可转移养老金体制与私人理性是一致的。尽管社会最优的 R 有时为负，但是可以确信，受约束的最优状态对于变换工作的年龄具有正的 R 值。

6. 通货膨胀

以上的分析没有涉及通货膨胀。如果通货膨胀是完全中性的，以上分析从真实变量的角度解释劳动契约。但是当其他因素变化时通货膨胀经常发生。为了在以上运用过的背景中分析通货膨胀，必须了解边际产品的联合分布在工作变动或不变动时是否会随着通货膨胀的上升而发生变化。同时也应当将这些变化结合在真实利率中。我们没有进行这种分析。

同时也有必要探讨现存的养老金结构如何受通货膨胀的影响。这要求考虑到整个劳动契约。在一个确定性的捐助式养老金计划中，假定工资对通货膨胀的反应独立于现存养老金的规模，工

人承担与通货膨胀有关的实际利率风险。尽管这是一个合理的假定，没有什么能阻止真实的或隐含的契约将当期工资与养老基金的业绩相联系。分析实际利率风险的最优分配方式要求对工人和股东的整个资产组合状况作一描述。在确定性的捐助式计划中，那些离开企业的工人承担所有风险。

对确定性的津贴计划，我们还应该区分已离开的和正在岗位的工人。对于已离开的工人，按名义值支付未来款项的现有承诺是一个对工人不利而对企业有利的计划，通货膨胀越严重越是如此。实际收益率的下降会减少企业累积起来的权益。只有当通货膨胀的上升降低了名义收益率时，才会使企业和工人的效用沿着同一方向变动。因此，确定性的养老津贴计划看来不是最优契约的一部分。

对于留在企业中的工人，通货膨胀的分配取决于最终工资与通货膨胀的关系。在某些情形下，很明显工人受长期契约中一些条款的保护（与在即期契约下的缺乏保护形成鲜明的对照，如布娄（*Bulow*，1982）的分析）。例如，如果工资取决于所干的工作和年龄，工人在工作岗位上的分布取决于能力以及资历（由于通常的资历效应），那么养老金契约在如下程度上是用实际变量表示的，劳动契约独立于过去养老金契约。这种独立性一般取决于不同年龄工人的比例，而在临近退休者只占劳动力的很小一部分时，这种独立性更可能成立。

7. 养老金计划

到目前为止，所作的分析仅考虑了单个工人。实际上，它也可运用于一个事前完全同质的工人团体的养老金安排。即使工人在某些方面不同，但是在向企业提供劳动力方面完全相同，分析也能

适用。我们需要考虑的是，工人会发现他们的真实生产力分布可以作为受到劳动契约保护的风险之一。企业的唯一问题是获取正确的生产力分布以计算预期折现值。

如果工人意识到他们的差异性（或仅仅是劳动力供给对与生产力有关的契约条款作出反应），那么就会存在逆向选择问题，并伴随着因工作变动而产生的道德风险问题（我们继续忽略与个人努力有关的其它道德风险问题）。我们不想建立正式的模型，但简要地讨论在预期生产力给定的情况下，哪类工人会被均衡契约所吸引。我们假定替代性雇佣工资出价在每期等于边际产品。

当不存在均衡工作变动，并且工资具有向下刚性，根据生产力的第二期工资曲线的凸性使契约对高风险的工人更具吸引力，对风险规避的工人也是如此。在内生流动情形中，拥有较低预期外部出价的工人特别受到吸引。这些工人最有可能收集到在第一期中隐性支付的保险金。在外生工作变动情形中，答案取决于保险津贴在不幸的工作变动和在不变的工作岗位上低生产力之间的分配。在混合情形中，在经验上看来后者占主导地位。

一旦我们考虑到劳动力的异质性，两个简单的假定——没有工人储蓄和企业的风险中性，显得难以令人满意。由于工人没有储蓄，对于一个特定工人的事后（和事前）状态，存在相当的储蓄过度和储蓄不足之间的对称性，这反映在沿着偏离了最优配置的跨时预算线的运动。当工人储蓄时，我们引入一个更进一步的道德风险问题（这在我们以前的论文中讨论过）。另外，储蓄和不储蓄在市场机会方面的非对称性意味着，即工人会发现很容易通过储蓄来抵补储蓄不足但很难通过借入来抵消过度储蓄。这种不对称会转变成对养老金评价的不对称，对于有些人而言储蓄过度，对于另一些人而言则储蓄不足。大概而言，这种情形更适合比以上分析所指出的更小规模的计划，但我们不作正式分析。

企业风险中性是一个非常简便的假设。但是破产意味着企业对所有自然状态下的结果和支付已承诺的权益并不是风险中性的。我们不再对此作进一步的探讨。我们也忽略来自特定企业的风险和收益降低的影响，这在相当多的隐性契约文献中是中心话题。

8. 重复性谈判

以上分析的模型可用于规范研究；例如，可以衡量现存安排在多大程度上接近约束条件下的最优配置。附加最优契约这个额外假定，模型就会成为关于均衡的实证模型。作为实证模型，有些假设在经验上难以准确把握以致不能作为一个适当的模型运用。客观概率就是这样一个假定。很难相信影响生命周期契约价值的事件的主观概率，对于工人和企业是相同的，或对于工人是正确的。企业可以利用直接的财务经验来修正他的看法。工人则只有少数的退休经历。在工人和企业的主观看法不同这种情况下，劳动契约在某种程度上是各方对某个事件看法不同而下的一个赌注。因此关于看法相同的假设不尽准确，这种不准确会对资源的均衡配置产生很大影响。

第二个潜在缺陷的来源是生命周期契约对企业有约束力的假定。在通常情况下，我们所见到的劳动契约都是随意性的契约（不是一签到底，而是能在任何时候终止，或在与工作周期相比很短的提前通知之后终止）或契约只针对相对较短的一个时期，如1—3年。但是一般来说，短期契约与相当长远的联系有关。[1] 由于环

[1] 霍尔（1982）曾经估计，现有工作者中约有半数的人能持续工作20年。从他的数据中也可以得出相对的结论：大约半数的工人不会在一个岗位上工作20年之久。

境随着时间而变化,没有理由认为一系列短期均衡契约(在某些讨价理论下)会产生与一个长期契约相同的配置(在相同的讨价理论下)。但是,如果短期均衡契约模型不能准确描述经济环境,这可能不是一个正确的比较。我们举出三点理由对这种看法提出质疑。第一,一些机构在行为上表现得他们在法律上有义务这样做,即使实际上他们并没有这种义务;第二,企业的信誉可能既会影响现有工人的效率,又会影响吸引其他工人的能力,这使得企业选择执行隐性契约是最优的。我们下面回到一个声誉模型。第三,制约着劳动力市场的政府法规(正式立法或一般性法规)会对经典短期均衡契约模型中假定的有效性产生影响(即,意味着有能力作出超过契约期限的承诺)。我们会在讨论布娄和他的合作者引入的短期模型时探讨这些机制(布娄,1982;布娄和斯科尔斯,1984;布娄等,1984)。

在一个典型的竞争性模型中,工资等于劳动的边际产品。如果一部分工资现期支付,另一部分作为延期性补偿,所有这些补偿在均衡状态下等于边际产品。根据假设,均衡状态是根据总补偿与边际产品的关系定义的,这一事实可以一般化到搭配(*matching*)模型,在这个模型中,企业和工人的下一个最优选择严格地劣于现有的搭配。[①] 因此总补偿的决定仍旧独立于养老金结构。基于这种解释(和有限的时界),在企业执行隐性契约时,其总补偿超过生命后期的边际产品时,我们不可能有这样的完美均衡。大概而言,在达到短期契约均衡的过程中,为了排除掉提供保险的显性长期契约,一些更复杂的机制(如交易成本)要牵涉进来。

对于所有这些模型(经典性和搭配的),我们在考虑到法律和

---

① 布娄和斯科尔斯(1984)考察了企业与工人之间的隐性契约被工人之间的隐性契约所替代的模型。由于工会制度性结构和政治的复杂性,我们的讨论仅限于非工会计划。但是,猜测单个雇主和多个雇主计划之间的差异是诱人的。

制度的因素之后，应该对以下结论的可靠性作进一步考察。即从总补偿的角度看，缺乏显性长期契约意味着短期契约均衡。年龄歧视法禁止因为年龄问题而产生的歧视。一般而言，禁止歧视法令是从工资角度阐发的，而不是从总补偿的角度。按这项法令，向一个除年龄外其他方面完全同质的人支付较低的工资是非法的，尽管这个工人的在职福利更加昂贵。大概而言，这个结论对于确定的养老金成立，此时养老金的成本随着年龄和资历的变动而变动。因此，由于这条法令的存在，我们不能获得同时满足确定的津贴计划和与年龄无关的总补偿的均衡状态。

即使不存在年龄歧视法令，普通法也要求在契约订立后，其条款能真诚地执行（参见伯顿（*Burton*，1980））。良好的信义可以视为一种稳定的预期。因此，如果每个人都懂得均衡状态是从总补偿的角度定义的，就不会欺诈性地执行契约。如果工人相信在"正常"的时期中工资独立于养老金承诺，养老金计划不会在"正常"时期终止，那么，只是为了保持总补偿和边际产品平衡而解雇工人，终止计划和出价较低的工资就有可能被解释为欺诈性行为，并导致补偿这种损失的义务。[①] 因此，法律的限制措施能够实施并使一些隐性契约变得可信，就像他们对显性契约那样。

这样看来，雇佣关系和养老金条款的法律解释能够维持对工人具有一定程度的保险作用的均衡，即使经济中并不存在显性的跨时劳动契约。除了这个机制外，一旦认识到企业具有（潜在的）无限时界，构造一个隐性契约的完美均衡是可能的。

虽然这是可作进一步探索的很好思路，我们没有建立一个正式的模型来解释声誉效应下的均衡（完美的或其他形式的）。但

① 解雇一个推销员，以使他无法得到先前所做交易的佣金导致了 *Fortune v. National Cash Register Co.* 赔偿案，马萨诸塞最高法院 1977，373 *Mass*. 96，364 *N.E.2d* 1851。我们感谢梅尔文·艾森伯格（*Melvin Eisenberg*）提供了这份参考资料。

是，我们可以简要地勾画出这个模型的基本情况以及模型能说明什么问题。

首先，假定企业没有不确定性，但是个人存在不确定性并愿意通过养老金的形式进行储蓄。假定新工人的供给取决于对老工人的现有待遇，因为这是新工人预测将来所受待遇的基础。（与声誉对现存工人效率可能更为重要的影响相比，这种叠代模型似乎较简单。）在有些环境下，企业向（至少一些）现有老工人支付过度（相对于他们的边际产品和可选择的其他工作）是值得的。在稳定状态下，存在天真的预期和利率等于增长率，均衡契约可能与本文2—4部分所分析的类似。关键的条件是继续履行这些契约所得到的赢利能力超过剥削现有工人和终止执行隐性契约所得到的好处。[①] 对于这种可能性很重要的是：难以通过保险回避和分散的风险使厌恶风险的工人对未来津贴资产的评价高于企业对提供这些津贴的义务的评价。在这种均衡状态下，那些养老金津贴取决于最终工资或养老金津贴随着一般工资的变动而调整的工人能免受通货膨胀的影响。它对资本积累效应类似对未备基金的社会保险的效应。

一旦我们认识到不确定性对企业的重要性，使用信誉而不是契约就对结果有重要影响。首先。一些事件的发生会降低已有信誉的价值，如破产或公司收购会使原先管理层的隐性契约失效。因此，最优的契约不仅要考虑工人的流动问题，也有必要维持现有声誉的价值。这一事实可能会限制保险对工人的作用范围，同时使拨款规则对决定可维持的福利仓将发挥重要作用。第二，引入企业风险的模型可能意味着工人要分担赢利能力的风险，这种情

---

① 关于具有类似特征的消费品质量的声誉模型，参见戴布维和斯帕特（*Dybvig and Spatt*, 1980），克莱因和莱弗勒（*Klein and Leffler*, 1981），和夏皮罗（*Shapiro*, 1981）。

况在美国已经发生了。[1] 养老金法规因而影响工资风险在不同年龄的工人中的分布。这里有一个更重要的疑虑是，由最终工资决定的津贴计划使临近退休者承担过多的风险，因为工资变动对未来养老金津贴有杠杆作用。同样的结论对一个无波动或与贡献有关的养老金也成立，此时养老金津贴是工资的一个固定比率。第三，由信誉效应支持的隐性契约可能是一个非常复杂的契约，这意味着，我们要考虑存在复杂的契约时通常与消费者保护有关的所有问题。[2]

9. 小结

运用多种竞争性三时期模型，本文分析了均衡的劳动契约。文中假定风险中性的企业代替工人储蓄和试图提供保险以预防第二期生产力的低水平。第一期生产力已知，第三期工人退休。在没有可观测性问题和承诺问题的情况下(为了推导的方便，利率为零)，最优契约使消费在三个时期保持不变，等于两个工作时期的生产力总和的预期价值的三分之一。在第二期中，工人只有在工资出价高于他在第一期企业的边际产品时才变换工作。如果他的第二期工资低于他在剩下两个时期内的合同约定的消费水平，工人将从第一期雇主那里获得一笔支付；如果工人的第二期工资超过他在剩余两个时期内的合同约定的消费水平，工人将给予第一期企业一笔支付。我们分析的起点是这种合同是难以达到的。在本文中，我们假定工人既不能承诺在第二期留在第一期企业那里，也不能承诺当他离开时向第一个企业支付补偿金。我们假定企业

① 这对确定性的捐助式计划下的利润分享制是非常清楚的。

② 雇员退休收入保险法(*ERISA*)对回程载运的限制是这种消费者保护的一个案例。很奇怪此法假定不存在工资增长。

能对一个三时期合同的履行作出承诺，这种承诺仅受可观测性约束的限制(我们也考虑了如果企业的信誉代替承诺时分析怎样发生变化)。

如果已知工人在第一期雇主的生产力与他的最佳替代性工资出价相同，就会有工作流动威胁约束契约，但是工人没有理由会离开设计了最优契约的企业。最优契约有非递减的消费函数；如果第二期生产力足够大，则消费函数递增。为了削弱工人流动威胁对保险供给的抑制程度，最优契约不向离开第一期雇主的工人作进一步的支付。当不存在变换工作的社会原因时，很自然契约应该尽可能地抑制工作的变动——在这种情况下通过采用不可转移性养老金。

本文最为关注的是考察在何种情况下这个结论不能成立。即，我们要了解在何种情况下最优的契约向那些变换雇主的工人提供了延期支付。

首先我们注意到工人有时离开企业并不是为了寻求更高的工资。这些原因包括健康和人际关系限制继续工作的能力(或增加了他的负效用)以及一系列其他原因如地域上的流动性限制在相同的岗位上继续工作。如果预期的消费边际效用因为这种工作变动而大幅下降，一项正的可转移养老金是必要的，虽然这会使为了预防与第一期雇主的较低生产力而采取的保险减少。

第二，我们考察个人为更高的工资出价而离开雇主这种情况。一旦我们认识到其他地方的工资高于在第一期雇主下的边际生产力(同时工资和生产力都较低)，最优契约有理由要求对离开第一期雇主的工人提供一笔养老金支付。支付的款项取决于在第一期雇主下的生产力和其他地方的工资出价的可观测性。如果这两项都可观测，最优的契约意味着当只有他在其他地方的工资高于他在原先企业的边际生产力时，工人才会变换工作。当工资在其他

地方足够低时，可转移养老金为正。当其他地方的工资可观测但在第一期雇主下的生产力不可观测，只要存在企业适当的反出价，仍可以得到同样的结论。

当外部工资出价的可观测性受到限制时，分析变得复杂。为了处理的方便，我们仅考虑第一期雇主下的生产力可观测的情形。我们分析了两种情况——企业从来观测不到外部出价的情形和不能立即观测到外部出价以作出反出价，但是，最终能观测到出价从而根据其他地方的收入以确定可转移养老金的情形。

当可转移养老金取决于其他地方的所得时，低收入和低生产力会导致消费水平不随时间变化以及正的可转移养老金，并且只有当其他地方的工资超过第一期雇主下的生产力时才会变换工作。如果生产力较低，外部出价较高，会发生工作变动但没有可转移养老金。如果生产力较高，就没有可转移养老金，并且第一期雇主的工资出价低于生产力。流动性取决于工资出价的比较。因此，当其他地方的工资低于在第一期企业中的生产力时，工人有时会变换工作。

当外部出价完全不可观测时，两种类型的无效率都可能发生。当生产力较高时，工人有时会转换到一个工资低于他的生产力的工作岗位。当生产力较低时，工人有时会留在第一期雇主那里，虽然工资超过生产力。对工人的某些水平的生产力，存在一个正的可转移养老金。

参考文献：

Bulow, J. I. 1982. What are corporate pension liabilitires? *Quarterly Journal of Economics* 97:435 – 52.

Bulow, J.I., and Scholes, M.S. 1984. Who owns the assets in a defined benefit pension plan? In *Financial aspects of the United States pension system*, ed. Z. Bodie and J. B. Shoven. Chicago: University of Chicago Press (for

NBER).

Bulow, J.I.; Scholes, M.S.; and Menell, P. 1984. Economic implications of ERISA. In *Financial aspects of the United States pension system*, ed. Z. Bodie and J.B. Shoven. Chicago: University of Chicago Press (for NBER).

Burton, S. 1980. Breach of contract and the common law duty to perform in good faith. *Harvard Law Review* 94:369－405.

Deere, D. 1983. Labor market distoritions, labor turnover, and the role of unemployment insurnace. Ph.D. dissertation, Massachusetts Institute of Technology.

Diamond, P. and Maskin, E. 1979. An equilibrium analysis of search and breach of contract. *Bell Journal of Economics* 10:212－316.

Diamond, P. and Mirrlees, J. 1978. Social insurance with variable retirement. *Journal of Public Economics*.

——. 1982. Social insurance with variable retirement and private savings. MIT Working Paper.

Dybvig, P., and Spatt, C. 1980. Does it pay to maintain a reputation? Unpublished.

Hall, R. 1982. The importance of lifetime jobs in the U.S. economy. *American Economic Review* 72:716－24.

Hall, R., and Lazear, E. 1984. The excess sensitivity of layoffs and quits to demand. *Journal of Labor Economics* 2:000－000.

Harris, M., and Holmstrom, B. 1982. A theory of wage dynamics. *Review of Economic Studies* 49:315－33.

Hart, O. 1983. Optimal labour contracts under asymmetric information: An introduction. *Review of Economic Studies* 50:3－35.

Klein, B., and Leffler, K. 1981. The role of market forces in assuming contractual perfomance. *Journal of Political Economy* 89:615－41.

Mason, S., and Merton, R.C. 1984. The role of contingent claims analysis in corporate finance. Harvard Business School Working Paper (February).

Merton, R.C.; Bodie, Z.; and Marcus, A.J. 1984. Pension plan integration as insurance against social security risk. NBER Working Paper 1370.

Mirrlees, J. 1982. Migration and optimal income taxes. *Journal of Public Economics* 18:319－41.

Moore, J. 1982. Optimal labor contracts when workers have a variety of

privately observed reservation wages. Birkbeck College Discussion Paper.

Mortenson, D. 1978. Specific capital and labor turnover. *Bell Journal of Economics* 9:572 - 86.

Nalebuff, B., and Zeckhauser, R. 1981. Involuntary unemployment reconsidered; Second - best contracting with heterogenous firms and workers. Mimeographed. Cambridge: Harvard Univerysisy, Department of Economics, October.

Shapiro, C. 1983. Premiums for high quality products as rents to reputation. *Quarterly Journal of Economics* 97:659 - 79.

Smith, C.W. 1976. Option pricing, a review. *Journal of Financial Economics* 3:3 - 51.

Spinnewyn, F. 1983. Long-term labor contracts viewed as saving workers within the firm: A dual approach. CORE Discussion Paper 8308.

(汪列平　译)

原载于 David A. Wise, ed., *Pensions, Labor, and Individual Choice*, *p*. 317 - 343.

八　最优税收理论

1. 经济理论与公共政策

良好的政府管理方式应是对政策目标达成共识，发现什么样的目标是可行的，然后去优化它。至少，这一方法是最优税收理论所要研究的主题。从这种观点来讲，"最优税收理论"这一术语对于描述这一主题而言就显得过于狭窄，但是，它却要比"最优公共政策理论"简洁明了。无论如何，我都不打算讨论宏观经济模型的优化，这些模型考察了公共政策的若干方面。到目前为止，最优税收理论的许多而非全部工作都用到了具有理性消费者与利润最大化、价格接受厂商的竞争均衡标准模型。通过这种途径，人们可以避免对非均衡宏观经济学或寡头竞争理论中含糊不清的关系争论不休，从而将注意力集中在本质问题上。

该理论的中心要素是信息。公共政策运用到个人身上，只能以有关它们的公开信息为基础。在经济中，对每个人支付同样的补贴几乎不存在什么困难；根据年龄进行补贴也不存在更多的难处。统一的正税收也许有些麻烦。与特定商品或服务贸易成比例的税收与补贴或许也难以完全精确地加以管理。但是，在只存在某些较小的不完全性的情况下，我们可以认为大多数这样的税收都用到了能够廉价并且公开获得的信息。不是所有可以想到的公共政策都具有这一方便性质。福利经济学的一个基本定理断言，一旦初始资源禀赋被合理地分配，那么，最优解就是竞争均衡，假定许多凸性和连续性假设得到满足。一般而言，实行分配要求对个体消费者拥有完全信息，这是因为转移支付必须是一次总付性

的才合适，也就是说转移支付应与个人行为无关。经济学家们对下述观点已经达成共识，即达到最优所必需的一次总付转移支付根本是不可行的。[1] 我们没有办法获得我们所要求的关于个人的信息，除非是在一个尽管人人都有自私的想法，但却不失诚实的社会中。我们将在下面的第三节中给出支持这一观点的定理。

在对最优非一次总付税进行分析之前，经济学家们对最优一次总付税在实践中不可行的广泛认同，就由来已久。这是令人惊讶的。也许，过多的经济理论家们将主要的兴趣都放在没有扭曲的竞争价格体制的假想优点上了；不过社会主义的经济学家们也没能摆脱这一窠臼。或许，对福利函数的厌恶才是妨碍我们进步的实质性障碍。伯格森(*Bergson*)与萨缪尔森(*Samuelson*)确实在他们的福利经济学基本理论研究中用到了福利函数。但是对那些与政策联系更为密切的问题讨论，却没有将体现了个人之间福利比较的福利函数视为一种实用的分析工具。在本世纪，经济学家们往往热衷于分析模棱两可的经验命题，而不是价值判断的后果。甚至当人们原本希望这些价值判断能够博得更加广泛的赞同的时候，经济学家们对此也无动于衷。

在我看来，似乎只有两种前景广阔的方法能够对公共政策作出论据充分的建议。其一是运用某种形式的福利函数，并发展出最优政策理论。另一种方法则是以一种易于操作的方式，对现有事态建立模型，并以此为基础，揭示出政府政策变动的可能效果，全面详细地揭示这些效果是为了帮助我们在可行的备选政策之间作出明智的选择。如果福利函数被用于评价我们所预测的变动，那么第二种方法就与第一种方法如出一辙了，而在实际上，这两者

---

① 哈恩(1973)宣称一次总付性税收实际上曾被运用过。虽然他举的例子并不合适，但确是如此；不过这不是我们关注的问题。我们的问题在于最优的一次总付转移支付是否可能。

之间也存在着紧密的理论联系。但是第二种方法也许更注重对变动效果的表述，而不是对它们的评价。举例而言，可以用图表的方式给出政策变动对收入分配的影响。这种方式在实践中遭到了众多异议，并且人们也难以发现如何去避免下述这些缺陷。首先，展示效果的特定方式并不是系统分析的结果，而是一种非常不正式的选择。第二，对效果的展示会使人们对重要问题的注意力完全转移。在收入分配的例子中，人们面对收入分配图是不可能去思考，这些判断是如何受到相对价格差别影响的。第三，图表所用到的总结变量也许不能用可信的福利判断加以证实。我认为，在展示收入分配的效果中使用吉尼系数，就是一个明显的例子。[1] 这种数据的使用者实在太容易把越大就当作越好了。总结变量完全不能用作福利函数，或福利函数中的自变量，但这一事实也无法阻止人们对它的误用。

于是，就产生了一些赞同用福利函数来分析公共政策的实践证据。但是除非对某些福利函数有比其它福利函数更加有力的支持理由，否则对福利最大化的政策性质进行正式推导就是一种毫无意义的数学练习。结果表明，这些性质中的某些性质与福利函数是无关的，但最优政策却与之相关。对于理解理论而言，人们必须在头脑中记住，什么类型的福利函数有可能是令人满意的。而且，在这一领域能够得到的若干最有趣的结论，就是对特定福利函数完成的数值计算。也正是出于这一理由，最优税收理论成为这样一个领域，其中，理论家们对经济计量研究抱有浓厚的兴趣，而经济计量学家们则被对理论的需要所左右。

我们将要讨论的模型是严格以公开信息与私人信息之间的差别为基础的。政府要与由消费者、生产者以及可能的其他法人机

---

① 森(*Sen*)(1973, pp.29—34)对这一衡量方法作了公道的评判。

构，例如慈善团体，所组成的经济打交道。这些私人与团体也许知道政府所不知道的事情，例如某一特定个人赚取收入的潜力。为此，最简单的假设就是，就这种个别特征来说，政府要么能够观察并且知道真切的事实，要么就对如何把一个人与其他人加以区分一无所知。这样，我们往往就排除了政府能够付出成本来改进信息；或者拥有关于个人的不完全可靠信息这种现实可能。但是，我们希望理论能够就这类信息的增加所带来的收益大小作出阐明。在第 3 节中，我们将阐述不完备一次总付税收的有关内容，它的征收是以所观察到的含有误差的个人特征为基础的。

基本模型所省略的公共政策的另一个方面的内容，就是逃税与政府政策的强制实施问题。依照某种观点，强制实施问题是一个获得信息的问题。企业报告利润，并因而缴纳税收；利润税是把税收支付与报告利润联系起来的政策工具。真实利润也许与上报利润相等，也许不相等；这样就产生了将支付税款与上报利润联系起来的其他法则——现在，我们所知道的有罚款与监禁——同时对实际利润作出更为精确的衡量，这一工作由政府代理人作出，但要支付成本。此外，在某些国家中，政府公务员所报告的利润可能会受到受贿的影响。这就引来了另外一套想法。其内容是，交易必然是私人的，它与标准竞争模型中的交易不同。由于在基本的最优税收模型中，信息状态是固定的，而个人交易的形式对于参与人而言都是特殊的，因此这种交易不需在模型中予以考虑。但是，这类交易——在现实中是普遍的，特别是在资本市场中——应当在包括税收体制的管理、政策实施、逃税的完整理论中，成为一项重要的研究课题。[①]

① 对管理成本更为直接的论述是由海勒(*Heller*)和舍尔(*Shell*)(1974)最早提出的。

最优税收理论所研究的公共政策领域非常广泛。除了关系到个人、企业、其他法人团体、外国政府与个人、政府及其代理部门之间交易的税收与补贴之外，该理论还应包括数量管制与限制的运用，对信息流的控制，例如在培训项目或公共报导中的控制。同样，政府及其代理部门自身也可以进行支出或生产性活动。公共支出应该承担起偿还国际债务，为个人、法人团体或他们的集团造福的责任。这一理论首先要求我们能够找到一个方便简单的符号来涵盖所有这样的政策变量，不致使分析过于复杂。实际上，尽管可行经济政策的范围非常广泛，但是它们的基本关系却是异常简单和类似的。如果我们把特定政策工具视作政策一般可能性的实例，那么这就会对我们的研究大有裨益，我们将要讨论这种建模思想。

需要指出的是，前面段落所列出的政策工具并不包括某些其实施运行依赖于经济非均衡状态的政策。赤字财政、价格管制、工资与收入政策都是非均衡政策的例子。最优税收理论应该也能够适用于纳入了非均衡模型。[①] 对于更深入的研究而言，这似乎是一个有趣的领域。

在下面一节，我们将要解释最优税收问题的一般数学形式，并讨论某些基本特征与结论。随后我们将考察各种例子。在第 3 节，我们讨论一次总付税收，随后在第 4 和第 5 节，我们考察线性税收。第 6 和第 7 节致力于建立所得税与非线性税收的一般理论。我们的讨论多半是从税收和补贴方面得出结论的。个人对政策效果具有不确定性的模型主要放在第 8 节进行讨论。有关计算与近似求解的若干评论与结论集中在第 9 节讨论。在作完总结性评论的第 10 节之后，第 11 节对有关文献进行了简要的评述。

---

① 迪克西特（*Dixit*，1976）考察了暂刻均衡模型的若干问题。

本文没有包含一个最优税收理论文献的完整综述。进行这样的综述，不论是时间还是条件都不允许。它更像是对我所认为的最优税收理论基础部分所作的一个描述，这个描述突出了数学问题。很多出版文献都对其中所有人是完全相同的经济进行了研究。由于这种情形在我看来并不是特别有趣或者有用，所以我没对它给予特别关注。被忽略掉的有趣而又重要的领域有国际经济分析，其中一次总付转移支付的不可能性应该引出许多引人注意的结果；还有人口变动研究。

2. 最大化行为约束下的最优解

最优税收理论问题具有一个独特的形式。为了说明这一点，让我们来考察三个典型的模型。

在第一个模型中，政府制定的商品税 $t=(t_1\cdots,t_n)$ 与这 n 种商品的交易量成比例。生产者面对价格 $p=(p_1\cdots,p_n)$，并且他们的生产活动由这些价格唯一决定。将 y 记作总净生产向量，将 x^h 记作消费者 h 的净需求向量(存在 H 个消费者)，市场出清要求

$$\sum_{h=1}^{H} x^h = y(p). \tag{2.1}$$

同时，消费者最大化效用，于是对于 $h=1,2,\cdots,H$，我们有，

$$\left.\begin{array}{l} x^h \quad \max \quad u^h(x) \\ \text{s.t.}\,(p+t)\cdot x \leqslant b^h(p) \\ x\in X_h \end{array}\right\}, \tag{2.2}$$

这里 b_h 是消费者的利润收入，在不存在利润税的情况下，利润收入只是 p 的函数；X_h 是消费者 h 的消费集，u^h 是他的效用函数。

政府最大化的福利函数的一个非常一般的形式为

$$W(x_1,x_2,\cdots,x^H).$$

在这个问题中，W 是我们要最大化的目标函数，约束条件为(2.1)和(2.2)。第一个约束条件的类型较为常见。第二组约束条件与我们在基本约束最大化问题中所遇到的约束条件迥然不同，这是因为它本身就涉及了对某些变量求最大化的问题，在这个情形中，就是对 x^h 求最大化，而其他的变量 p 和 t 则是参数。

需要指出的是，当 u^h_ϕ 严格凹，X^h 为凸时，(2.2)貌似复杂的形式就变得无足轻重了，这是因为我们可以写出

$$x^h = x^h(p+t, b^h(p)),$$

这正像供给函数 $y(p)$可以由利润最大化导出一样。这一特征是线性税收问题所特有的。

第二个问题作出一个普遍的，但一般来讲却不能令人满意的假设，那就是所有的消费者都以同样的方式对政府的政策变量作出反应。政府为一些同质的消费者群体提供一种服务，例如教育。服务的供给用恰好等于其成本的实数 z 来度量。成本由受益人所支付的税收及共同体中其他成员所支付的税收 T_0 来补偿。受益人支付的税收是他们劳动供给 y 的函数 $T_1(y)$。该函数被视为是给定的。福利函数的自变量为受益人的效用 $u(y,z)$和共同体中其他成员支付的税收 T_0。于是问题就变成：

$$\max_{y,z,T_0} W(u(y,z), T_0), \tag{2.3}$$

$$\text{s.t.} \quad z = T_0 + T_1(y), \tag{2.4}$$

$$y \max u(y,z). \tag{2.5}$$

该问题更像是一个特别虚构出来的问题，但是它却表明了一个最大化约束的产生是多么地顺理成章。在这个例子中，不存在 u 对所有的 z 在 y 上都是严格凹的这一合理假定，因此我们没有理由认为可以通过写出 $y = y(z)$来代换(2.5)。

第三个问题是最优所得税问题，这里存在两种商品，即消费品和劳动，总体是无限的，个人特征由连续参数 h 来刻画，总体分布

的密度函数为 f，所得税从消费者身上拿走了净额为 $t(wy)$ 的消费品，y 是消费者提供的劳动，w 为工资率。消费者 h 的效用为 $u(x,y,h)$，x 是他的消费量，并且 $x=wy-t(wy)$。福利函数为：

$$W=\int u(wy-t(wy),y,h)f(h)dh. \qquad (2.6)$$

该函数的最大化要受到

对所有的 h，有

$$y(h) \quad \max \quad u(wy-t(wy),y), \qquad (2.7)$$

的约束；同时还受到生产约束

$$\int[wy-t(wy)]f(h)dh \leqslant G(\int yf(h)dh). \qquad (2.8)$$

而且，工资是劳动的边际产品，即

$$w=G'(\int yf(h)dh). \qquad (2.9)$$

在这种形式化表述中，我们已经假定所有的利润都上缴给了政府；否则，消费者的预算约束就应当进行调整。

上面三个问题每一个都可写成以下形式

$$\left.\begin{array}{l} \max \quad W(x,z) \\ \text{s.t. } (x,z)\in A \\ x \quad \max \quad U(x',z) \\ \text{s.t. } x'\in X(z) \end{array}\right\}. \qquad (2.10)$$

一般而言，集合 A 代表技术可行性以及生产与价格之间的关系。最大化约束代表消费者与生产者的行为。集合 $X(z)$ 代表函数 $U(\cdot,z)$ 的定义集与政府施加的其他约束集的交集。

可能存在许多最大化约束，但是在上面的每一个问题中，它们都可以写成一个形式。例如，在第三个例子中，函数 $y(h)$ 的选择要最大化

$$\int u(wy-t(wy),y)f(h)dh,$$

并且，这一单个最大化问题涵盖了所有消费者的行为。由于不存

在消费外部性，因此这是可能的。同样需要指出的是，在该例子中，税收施加于消费者的约束体现在效用函数中，并且 $X(z)$就是 $y(h)$的集合，它是与非负消费与劳动，即 $0\leqslant y(h)$，$t(wy(h))\leqslant wy(h)$相容的。把问题进行一下转换，使得集合 $X(z)$只反映消费可行性，并能够通过函数 U 的有限性隐含地被人们所理解，看上去就是再好不过的了。下面我们将要看到把问题转换为方便的形式，在理论研究中会起重要作用。上面列出的第一个和第三个问题的形式对于数学分析而言并不合适；实际上，当经济学问题首次以数学形式提出时，它就要比看上去时简单得多了。

在有些情形中，控制变量 z 和行为变量 x 是有限维向量空间中的数或者向量，在其它情形中，例如在我们的第三个问题中，z 和 x 就是函数。（z 甚至可能是有限或是无限维空间的子集，不过，我知道我们还没见到过直接以这种形式进行分析的问题。）

假定(2.10)是最优税收理论的问题形式，那么我们必须处理两个问题，第一个是问题的内在假设常常并不意味着 W 的凹性和 A 的凸性。因此，凹规划定理就不适用；同时最优解的一阶条件也不可能成为充分条件。这些问题将在它们出现在不同的模型中时予以处理；最优税收理论家必须总在头脑中记住它们，并寻找能够巧妙解决它们的途径。

第二个问题是考察约束条件[还需理解 $X(z)$]

$$x \quad \max \quad U(x', z) \tag{2.11}$$

的本质与处理方法。

如果 U 可微并且严格凹，那么(2.11)就等价于

$$U_x = 0, \tag{2.12}$$

尽管(2.12)不可能确定一个凸集，但它可以作为一个正常的约束集加以处理。但是，这又使我们回到了第一个问题。在很多有趣的例子中，至少对一部分 z 而言，U 在 x 上不是凹的。上述第二

个和第三个例子就是如此。

对(2.11)有两种处理方法。我们可以用含有新变量的非常大的约束集来代替(2.11),这个约束集合为:

$$U(x,z)\geqslant U(x',z),\text{所有的 } x'. \tag{2.13}$$

几乎在所有有趣的例子中,这都是一个不可数的无穷不等式,因此处理起来会颇为棘手:但是将(2.11)简化为(2.13)是有用的。另一种备选方法是要直接考察由(2.11)所定义的(x,z)集。[①]

首先考察一个特殊的例子(它没有任何经济意义)也许会对我们有所帮助。

例 1

x 与 z 为标量。

找到 z 来最大化 $-(x-1)^2-(z-2)^2$.

满足约束条件 x 最大化 $U(x,z)=ze^{-(x+1)^2}+e^{-(x-1)^2}$.

我们的分析从描述约束集合开始。以 x 为选择变量求最大化的一阶条件为

$$z(x+1)e^{-(x+1)^2}+(x-1)e^{-(x-1)^2}=0,$$

即

$$z=\frac{1-x}{1+x}e^{4x}. \tag{2.14}$$

对于介于 0.344 和 2.903 之间的 x 来说,有三个值满足(2.14),因此还需要确定究竟是哪一个 x 值实际上使目标函数最大化。

---

① 突变理论是微分拓扑近来发展的分支(汤姆, *R. Thom*)的研究奠定了其基础),它研究使得 $U_x=0$ 的(x,z)集,而 x 的局部行为满足 $U_x=0$ 的 z 集尤其受到重视。对使得 x 最大化 U 的(x,z)集合所作研究,在某些方面是与突变理论紧密相联的。布勒歇尔(*Bröcher* 1975, *P*.145)在描述这类问题的时候,提到了麦克斯韦常规(*Maxwell Convention*)。但是,一般而言,这些在最优化问题中意义重大的集合,其性质与在动态系统分析中意义重大的集合截然不同。后者是到目前为止突变理论的主要研究动因。特别地,突变点 z 是无足轻重的优化点,在这些点处,$\det U_{xx}=0$。

为解决这个问题，我们观察到

$$\begin{aligned} U(z,x)-U(z,-x) &= (z-1)(e^{-(x+1)^2}-e^{-(x-1)^2}) \\ &= -(z-1)(e^{4x}-1)e^{-(x+1)^2}, \end{aligned}$$

从而对于固定的 $z>1$，x 为正时的 U 值要小于 x 为负时的 U 值；然而如果 $z<1$，则 x 为正时的 U 值要大于 x 为负时的 U 值。若 $z<1$，则 x 为正时，U 达到极大值，若 $z>1$，则 x 为负时，U 达到极大值。在任何一种情形中，这都可以帮助我们唯一决定我们想要的(2.14)的解(这可以很容易地得到证明)。(2.14)轨迹上 x 使 U 最大化的点形成了两个轨迹的闭连通子集。当 $z=1$ 时，U 在$x=\pm 0.957$时达到最大值。

在图中画出$(x-1)^2+(z-2)^2=$常数的等量线，我们可以清楚地看出这个最大化问题的解是

$$x=0.957 \quad z=1$$

如果我们把这个问题作为一个以一阶条件(2.14)为约束的传统约束最大化问题来处理，那么我们就得不到问题的解。拉格朗日函数是

$$-(x-1)^2-(z-2)^2+\lambda\left(z-\frac{1-x}{1+x}e^{4x}\right),$$

当

$$2(z-2)=\lambda,$$

$$2(x-1)=\frac{4x^2\cdot 2}{(1+x)^2}e^{4x}\lambda,$$

$$z=\frac{1-x}{1+x}e^{4x}$$

时，其导数为0。这也即是当

$$z=\frac{1-x}{1+x}e^{4x},$$

$$2z(2-z)=\frac{(1-x^2)^2}{(1+x)(2x^2-1)}$$

时，其导数为 0。

这里有三个解：

（Ⅰ）$x=0.895$，$z=1.99$；

（Ⅱ）$x=0.420$，$z=2.19$；

（Ⅲ）$x=-0.980$，$z=1.98$。

第一个解很明显给出了目标函数 $-(x-1)^2-(z-2)^2$ 在上述三者中取到的最大值，但是我们前面的分析表明，对于这个 z 值，x 并没有使 $U(x,z)$ 最大化。事实上，x 是一个局部极大值点，而不是一个全局极大值点。第二个解无论如何都是不可取的：x 是 $U(x,z)$ 的局部极小值点。另一方面，第三个解具有 x 是 $U(x,z)$ 的全局极大值点这样一个性质，因此这个解确实满足了原始问题的约束条件。但它并不是原问题的解，而且它给出的目标函数的值要比目标函数实际可能达到的值小得多。

这个例子表明，试图有一阶条件来替换最大化约束来求解问题，是不合理的。而且，值得强调的是，这个例子尽管复杂，但绝不是特殊的。对其所涉及的函数进行任何适当的改动，都可以给出具有同样性质的问题。

为了理解集合[1]

$$M=\{(x,z): x \quad \max \quad U(x',z)\},$$

的形式，一般而言，我们把 U 取为 $(m+n)$ 维欧氏空间上的一个平滑 (C^∞) 函数。我们不想就所有可行的平滑的 U，都对 M 进行检查，但是我们想就排除了反常或特殊情形的"几乎所有的" U，对 M 进行检查。一般地说，对于每个 z，U 都拥有有限个不同的极大值点，$x_i(z)$ $(i=1,\cdots,r)$。只要二阶导数矩阵 U_{xx} 在每一个极

[1] 对 M 的讨论在很大程度上要归功于我与凯文·罗伯茨（*Kevin Roberts*）的讨论，他形式化了下面列举的有关多个极大值下本质最大值的定理。

大值点处都是满秩的，其秩为 m，x_i 就是 z 的平滑映射。这样就有，

$$U(x_i(z),z)-U(x_1(z),z)=0,\ \ i=2,\cdots,r,\tag{2.15}$$

以及

$$U_x(x_i(z),z)=0,\quad i=1,\cdots,r.\tag{2.16}$$

把(2.15)和(2.16)视为 $z, x_1, \cdots, x_r$ 的方程，我们就有 $r-1+rm$ 个方程，并且有 $n+rm$ 个未知数。这就是说由 E^{n+rm} 到 E^{r-1+rm} 上的映射

$$\begin{aligned}(z,x_1,\cdots,x_r)\to(U(x_2,z)-U(x_1,z),\cdots,U(x_r,z)\\ -U(x_1,z),\cdots,\\ U_x(x_1,z),\cdots,U_x(x_r,z)),\end{aligned}$$

所决定的集合$(z,x_1(z),\cdots,x_r(z))$包含在$(0,\cdots,0)$的逆象之中。

对于几乎所有的函数 U，当 $x_1,\cdots x_r$ 不同时，$(0,\cdots,0)$应该是这一映射的正则值。只要事实是这样，就会有$(z_1,x_1,\cdots,x_r)$的一个$(n-r+1)$维邻域，也映入$(0,\cdots,0)$。换言之，z 集合是 $n-r+1$ 维的，对于该集合而言，U 有 r 个不同的极大值；与 M 相应的子集也具有同样的维数。特别是，不存在 z 满足 $r>n+1$，即对于一般的 U 而言，不存在多于 $n+1$ 的极大值点。

在莫里斯和罗伯茨(1980)中证明了下面的定理，这篇文章写于本章之后：

对于几乎所有① 的 C^∞ 函数 U，取遍所有 z 值时的不同极大值数目小于或等于 $n+2$，并且，与具有 r 个不同极大值的 z 相应

① 这样的函数集，包含了惠特尼(*Whitney*)或强拓扑中开稠密集的一个可数交集。

的点集 M 的维数小于等于 $n+1-r$。

由于集合的维数随着极值数目的增加而减少，因此，我们不应指望单个极大值点在实际中几乎肯定会给出最优化问题的答案。与 r 个极大值相对应的点 (x,z) 实际上形成了与 $r-1$ 个极大值相对应的 (x,z) 这个集合的边界。因此，广泛地说，最优化问题的解可能是具有许多极大值的 z 值，也可能是没有什么极大值的 z 值，当然，极大值的总数不会超过 $n+2$。

这个定理的经济意义为，最优解可以使消费者对于若干个选择是无差异的，而政府则希望看到消费者只选择其中的一个。同样，最优解可以简单地成为某种意义上的角点解。为了说明这一点，让我们来考虑一下我们必须怎样求解下述形式的一般问题

$$\left.\begin{array}{l}\max \quad W(x,z) \\ \text{s.t. } G(x,z)=0 \\ x \max U(x,z)\end{array}\right\}. \tag{2.17}$$

运用上面表述的定理，对于几乎所有的 U，我们都可以用一种更加方便的形式来表述这个问题。我们不仅知道当 x 最大化 $U(x,z)$ 时，$U_x(x,z)=0$，而且我们还知道只存在数目有限的 x' 使 U 最大化，这些 x' 也满足 $U_x=0$。因此，当且仅当 $U_x=0$，和

$$\left.\begin{array}{l}U(x,z)\geqslant U(x',z)，\text{所有 } x' \\ \text{使得 } U_x(x',z)=0\end{array}\right\}， \tag{2.18}$$

时，x 才会使 U 最大化，并且，至多有 $n+2$ 个 x' 值，使(2.18)中的约束会成为等式约束。通过这种方法，我们可以用有限个方程和不等式来替换约束“x 使 U 最大化”。从而，这个问题可以作为标准的库恩—塔克问题加以处理。

只要一定的正则条件得到满足，那么 (x,z) 成为最优解的必要条件就是，存在一个标量 λ，一个 m 维向量 μ 和多个标量 v'，每个 v' 对于每个 x' 都满足 $U_x=0$，从而使得

$$L(x,z)=w+\lambda G+U_x\cdot\mu+\sum v'\{U(x,z)-U(x',z)\}\tag{2.19}$$

对 x 和 z 的导数为零。我们是对所有满足 $U_x=0$ 的 x' 求和，并且只有当 $U(x,z)=U(x',z)$ 的时候，v' 才会严格大于 0。对 L 求微分得到

$$W_x+\lambda G_x+U_{xx}\cdot\mu=0,\tag{2.20}$$

$$W_z+\lambda G_z+U_{xz}\cdot\mu+\sum v'\{U_z(x,z)-U_z(x',z)\}=0.\tag{2.21}$$

由于当 $U_x(x,z)$ 和 $U_x(x',z)$ 都为零时，(2.20)的最后一项被消掉了，从而它得到了简化。

原则上，我们所找到的方程对于确定数目有限的解是足够的，其中有一个解是最优的。但主要的困难在于，我们在明确找到(2.21)之前，就必须了解集 M 及其结构。运用拉格朗日方法，(当消去最后一项时)我们还需要依次对极大值为唯一的 z 值进行检验，再对具有两个极大值的 z 值进行检验。如此下去，直到所有的可能性都被检验过为止。但遗憾的是，我们确定每个 z 所对应的极大值的集合 M 往往很困难，并需要大量的计算。

尽管如此，我们还是可以得到某些经验的。我们承认在处理一般问题中存在着许多困难，但重要的是要找到能够使问题简化的条件，特别是找到那个能保证在 U 有唯一极大值的地方出现最优解的条件。同样重要的是，我们不能够被迷惑，从而轻信这些例子中的解都具有普遍适用的特征。

这些问题最令人惊讶的一个特征在于当控制变量的数目(z 的维数)增加时，最优解中消费者可能的无差异程度将变大。这意味着当政府的政策是函数即是无限维时，消费者具有连续无差异区域是最优的。由于一个区域上的无差异决定了这个区域上最优政策的形式，因此，上述含义甚至可以使求解变得简单；这正如我

们所知道的，在刚才讨论过的这类问题中，在一个 $n+2$ 极大值处的最优解实质上决定了最优的 z 值。有时候，我们也可能发现足以表明最优解具有这种形式的、异常简单的条件。

3. 一次总付转移支付

在本节和第 4 节中，我们将要用到一个普遍模型。建立下面的表示符号是有益的。

x^h = 消费者的净需求向量(即消费减去禀赋)

u^h, X^h = 消费者 h 的效用函数与消费集

要么存在有限个消费者，数目为 H，要么 h 连续分布，且非负，密度函数为 f。

y = 私人生产者总的净供给向量，

Y = 总生产集，

y^j = 生产者 j 的净供给向量，

Y^j = 生产者 j 的生产集，

z = 政府的净供给向量，它等于公共生产向量减去公共消费向量，

Z = z 的可行集，

q = 消费者所面对的价格，

p = 私人生产者所面对的价格。

我们假设 u^h 是可微和凹的，X^h 是凸的。这个假设要比凸偏好假设更强，但却很方便。除非另外说明，否则私人生产集是凸的。每一个 u^h 都是其自变量的严格增函数。

当总体有限时，令福利函数是个人主义的，即

$$W=\Omega(u^1,\cdots,u^h) \tag{3.1}$$

W 是平滑的，并且是所有 u^h 的增函数。当政府可以运用所有可能政策的时候，首先分析一次总付转移支付的问题是令人感兴趣

的，这部分是因为我们可以引入在后面将被证明为有效的分析技术。如果所有政策都是可行的，那么政府可以对每个消费者单独地施加预算集 $B^h(p)$，并使每个生产者最大化其利润(在这里考虑更为一般的生产控制形式是毫无意义的)。于是，最优化的约束成为

$$\left.\begin{array}{l} x^h \max\ u^h(x) \\ \text{s.t.}\ x \in B^h(p) \cap X^h \end{array}\right\}, \tag{3.2}$$

$$\left.\begin{array}{l} y^j \quad \max \quad p \cdot y \\ \text{s.t.}\ y \in Y^j \end{array}\right\}, \tag{3.3}$$

$$\sum_h x^h = \sum_j y^j + z, \tag{3.4}$$

$$z \in Z^t. \tag{3.5}$$

根据福利经济学的基本定理，我们知道，(当在最优解处，每个消费者都处于他消费集的内部时)这个看似复杂的问题的解具有简单的形式，即

$$B^h(p) = \{x : p \cdot x - b^h\}, \tag{3.6}$$

这里标量 b^h 满足

$$\sum_h b^h = \sum_j p \cdot y^{j*} + p \cdot z^*, \tag{3.7}$$

y^{j*} 和 z^* 是 y^j 和 z 的最优值。

运用间接效用函数，我们表述最优一次总付转移支付 b^h 的法则。令

$$v^h(q, b^h) = \max\{u^h(x) : q \cdot x \leqslant b^h, x \in X^h\}, \tag{3.8}$$

和

$$V(q, b^1, \cdots, b^h) = \Omega(v^1(z, b^1), \cdots, v^H(q, b^H)). \tag{3.9}$$

于是最优的 $b^* = (b^{1*}, \cdots, b^{H*})$ 最大化

$$V(p, b)\text{s.t.}(3.7). \tag{3.10}$$

对于某一标量 λ，它的一阶条件为，

$$\partial V/\partial b^h = \lambda, \quad h = 1, \cdots, H. \tag{3.11}$$

这一熟悉的条件同样可以用支出函数

$$E^h(q, u^h) = \min\{q \cdot x : u^h(x) \geqslant u^h\} \tag{3.12}$$

来表述。

通过这一表示法，我们可以说，最优效用水平 $u^* = (u^{1*}, \cdots, u^{H^*})$ 最大化

$$\Omega(u) \quad \text{s.t.} \quad \sum_h E^h(p, u^h) \leqslant \sum_j p \cdot y^{j*} + p \cdot z^*. \tag{3.13}$$

$u^h(x)$ 为凹函数的假设意味着 E^h 是 u^h 的凸函数；即 $E^h_{uu} \geqslant 0$. (3.13)的一阶条件为：

$$\partial\Omega/\partial u^h = \lambda E^h_u. \tag{3.14}$$

b^h 可以为 h 的函数这个假设不成立的理由有下，首先，消费者也许不会向政府提供有关他们效用函数的正确信息；第二，即使消费者愿意吐露实情，要获得这样的信息也是要付出代价的。这些反对意见都会被形式化。

为了研究假设的第一条异议，我们需要一个更加适意的福利形式化表达。最有说服力的福利函数是以下面的思想为基础的，即个人基本上都是相同的，只是在禀赋、能力和感受力方面有所差异。这些差异可以视为获取效用所进行交易的重要性中存在差异。一个简单的形式化表述为(这忽略了物质禀赋中的差异)

$$u^h(x) = u(h_1 x_1, \cdots, h_n x_n), \tag{3.15}$$

消费者由 n 个参数 $h_1, \cdots, h_n$ 来表示。举例来讲，如果商品 n 是劳动，而劳动具有负效用，那么 h_n 越大意味着劳动越艰苦，或等于说是提供劳动的能力(或倾向)越小。类似地 h_1 可代表品酒的能力。如果个人都是相同的，那么福利应该成为效用的对称方程。

为了更加准确和方便，我们采用了一个可加函数

$$\Omega(u)=\int u^h f(h_1,\cdots,h_n)dh_1,\cdots,dh_n. \qquad (3.16)$$

如果政府必须完全依靠个人的报告，来得到有关个人 h 的信息，并且只有当他们不会因此而受到损失个人才会表现出诚实时，才会有，要么 B^h 必然独立于 h（从而政府不会运用对 h 的观察），要么 u_h 必然独立于 h，我们将在下面看到，根据若干可信的假设，后一种推断是一个更好的选择。如果我们假定政府可以通过某种形式的测试，来获取有关 h 的信息，那就更加有趣了。主要的测试对象就是能力，在这里，一个人可以很容易地假装他的能力要比实际其拥有的能力小，但是他却很难去证明他的能力要比其实际拥有的能力大。（我们将在后面提到观察的不确定性。）这样我们假定个人只可以通过声称 h_i 比事实上的 h_i 更大来谎报它，那么，只有当结果中

$$v(h)=u^h(x^h) \qquad (3.17)$$

是 h_i 的非递增函数时，h_i 相关的政府政策才能够被操作。下面的结论是有意义的。

定理 3.1

令效用函数是(3.15)，并且福利函数是可加的。在第一最优解中，如果商品总是正常品（即不是劣等品），v 就是 h_i 的增函数。

证明（说明了在这些问题中应用支出函数的方便性）

我们已经看到，在最优解中

$$E_u^h(P,v(h))=\lambda. \qquad (3.18)$$

由效用函数(3.15)可知，E^h 采取下列形式

$$E^h(p,u)=E\left(\frac{p_1}{h_1},\cdots,\frac{p_n}{h_n},u\right). \qquad (3.19)$$

因此，(3.18)对 h_i 求微分给出，

$$E_{uu}\frac{\partial v}{\partial h_i}-E_{ui}\frac{p_i}{h_i^2}=0,$$

从而

$$E_{uu}\frac{\partial v}{\partial h_i}=\frac{p_i}{h_i}\frac{\partial}{\partial u}x_i^c, \tag{3.20}$$

这里，$x_i^c=(\partial/\partial p_i)E^h$ 是商品 i 的补偿需求函数。正常品性质意味着$(\partial/\partial u)x_i^c>0$；同时 u 的凹性意味着 $E_{uu}>0$。所以(3.20)意味着 $\partial v/\partial h_i>0$，这正是我们所要证的。□

这一定理表明最优一次总付税收是多么地不可行。但是，v 是 h_i 的一个非递增函数的约束仍意味着所有税收都为一次总付性是合适的。无论如何，它都不意味着效用对于每个人都是一样的。下一个结论包含了效用相等是最优的这样一种情形。我们回到 u^h 的一个更为一般的形式。

定理 3.2

令福利是个人主义的，并且消费者由 m 个参数 $h_1,\cdots,h_m$ 来刻画。如果我们要求效用为 h_i 的非递增函数，最优预算集就具有下列形式

$$B^h=\{x:p\cdot x\leqslant b^h\}.$$

如果 $m=1$，并且不变价格下收入的边际效用是 h_1 的不减函数，那么所有的消费者在最优解处的效用都相同。

证明(说明了无差异曲面和凸不等式的用途)

令 $\xi(x_2,\cdots,x_n,u,h_1,\cdots,h_n)$是当 $x_2,\cdots,x_n$ 是其它商品的交易水平时，提供效用 u 所要求的商品 1 的数量。如果 u 是不可达到的，那么 $\xi=\infty$。如果 $x_2,\cdots,x_n$ 已足以提供多于 u 的效用，那么 $\xi=0$。运用这一表示法，最优化问题的约束就采取了下面的形式

$$u(h)=v(h_1,\cdots,h_m)\text{是所有自变量的非递增函数} \tag{3.21}$$

$$x=y+z \tag{3.22}$$

$$y \text{ 最大化 } p \cdot Y, \tag{3.23}$$

$$x_1 = \int \xi(x_2(h), \cdots, x_n(h), v(h), h) f(h) dh_1, \cdots, dh_m, \tag{3.24}$$

$$x_i = \int x_i(h) f(h) dh_1, \cdots, dh_n, \quad i = 1, \cdots, n. \tag{3.25}$$

在不破坏约束(3.21)的条件下，由于额外生产可以用来提高效用，从而增进福利，所以我们还可以假设 Y 容许自由处置。将 v 和 z 固定在它们的最优水平上，当函数 $x_2(\cdot), \cdots, x_n(h)$ 变动时，考虑由(3.24)和(3.25)所确定的 x。如果我们在 Y 的内部得到 $x-z$ 的一个点，那么我们就可以改变 v 而使福利增加，因此，我们永远不可能在 Y 的内部得到一个 $x-z$ 点。从而 Y 的内部不会与具有 $x_1 \geqslant \int \xi f d^n h$，$x_i \geqslant \int x_i(h) f d^n h$ 性质的 $x-z$ 点集相交。由于偏好是凸的，所以后一个集合是凸的。于是我们可以通过一个超平面对这两个凸集进行分离，得到价格 p。这些价格满足(3.23)，并且对于几乎所有处于最优的 h，我们还有

$$p_1 \xi(x_2(h), \cdots, x_n(h), v(h), h) + \sum_{i=2}^{n} p_i x_i(h) = \max_x. \tag{3.26}$$

我们还可以就所有 h 满足(3.26)。(3.26)意味着 $\partial\xi/\partial x_i = -p_i/p_1 (i=2, \cdots, n)$，即消费者在定理中所表述的预算约束形式下最大化其效用。

为了证明定理的第二部分，我们引入具有单一参数 h 的支出函数 $E(p, v(h), h)$。令 u^* 是与最优产出水平相容的最大不变效用水平，并令 $v(\cdot)$ 是非递增函数，它同样与这些产出水平相容，消费者总面对价格 p。那么

$$\int E(p, u^*, h) f d^n h = \int E(p, v, h) f d^n h. \tag{3.27}$$

由于 E 是 v 的凸函数，因此

$$E(p,u^*,h)-E(p,v(h),h)\leqslant E_u(p,u^*,h)(u^*-v(h)). \tag{3.28}$$

令 h_0 是使 $v(h)\geqslant u^*$ 的最大值(如果不存在这个最大值,那么 u^* 提供的福利要大于 v 所提供的福利)。于是,根据假设,因为 E_u 是 h 的非递增函数,所以

$$E_u(p,u^*,h)(u^*-v(h))\leqslant E_u(p,u^*,h_0)(u^*-v(h)). \tag{3.29}$$

把(3.28)与(3.29)结合起来,并对 h 积分得,

$$\int E(p,u^*,h)fd^nh-\int E(p,v,h)fd^nh$$
$$\leqslant E_u(p,u^*,h)\{\int u^*fd^nh-\int vfd^nh\}.$$

根据(3.27)可知,由于左边等于零,所以有 $\int u^*d^nh=\int vfd^nh$。从而,最优解拥有不变效用,这正是我们所要证的。□

由于可能不存在 h_0,使(3.29)成立,因此当参数数目大于1时,最后的论证会失效。我们可以找到隐含着效用不变的条件,但看上去这里似乎存在效用不变并非最优的情形。当效用不变为最优时,定理意味着,拥有不变效用,要比拥有对所有 h 都一样的任何预算集合都要好。我不知道这是否总是正确的。

假设政府可以得到有关个人特征的完美信息显然是不现实的,即使当个人报告实情也不会丧失什么时也是如此。我们可以考虑一个模型,在这个模型中,政府能够不完全地观测到这些特征。[①] 为了简化起见,假定总体由一个简单的参数 h 来刻画,一个个人对于政府而言,其特征似乎为 k,但是他知道他的特征是 h。h 和 k 的分布是非退化的,由联合密度函数 $f(h,k)$ 来描述。由一个可加的效用函数和间接效用函数 $v(p,b,h)$,我们可知竞争均衡中的福利为:

---

① 有关不完全一次总付税收的内容是与彼得·戴蒙德的合作成果。

$$W=\iint v(p,b(k),h)f(h,k)dhdk. \qquad (3.30)$$

总需求为：

$$\iint x(p,b(k),h)f(h,k)dhdk. \qquad (3.31)$$

定理 3.3

令 v_b(对于每个 p 和 b 都)是 h 的严格单调函数；并且存在一种商品，例如 $i=1$，对它来说，x_1 是 h 的严格单调函数。如果 Y 的边界是平滑的，那么没有一种只具有一次总付税收的竞争均衡是最优的。

证明

给定不存在其他的税收，我们首先来确定最优一次总付转移支付。福利对 $b(k)$ 求导得：

$$W_k=\int v_b(p,b(k),h)f(h,k)dh.$$

$p\cdot y$ 对 $b(k)$ 求导得

$$p\cdot\int x_b(p,b(k),h)f(h,k)dh=\int f(h,k)dh.$$

由于 Y 在 y 处是平滑的，当且仅当 W_k 与 $\int f(h,k)dh$ 成比例时，转移支付 b 才是最优的。因此，对于某个 λ，有

$$\int V_b(p,b(k),h)f(h,k)dh=\lambda\int f(h,k)dh. \qquad (3.32)$$

在最优转移支付条件下，如果 $p\cdot y$ 变动一个单位，λ 就是 W 可能发生的变动(通过改变 b)。

现在来证明，p_1 的变动(对应于第一种商品的商品税)与 b 的适当变动一起，可以增进福利。W 对 p_1 求导得

$$\iint\frac{\partial v}{\partial p_1}fdhdk=-\iint v_b x_1 fdhdk.$$

总需求的导数为 $\iint(\partial/\partial p_1)xfdhdk$，它在价格 p 处的值为

$$p\cdot\iint\frac{\partial}{\partial p_1}xfdhdk=-\iint x_1 fdhdk.$$

我们要表明

$$\iint v_b x_1 fdhdk\neq\lambda\int x_1 fdhdk. \qquad (3.33)$$

可以推知，p_1 为商品 1 的消费者价格不可能是最优的。这将证明我们的定理。

为了说明(3.33)，我们运用(3.32)得到

$$\iint(v_b-\lambda)x_1 fdhdk$$

$$=\iint(v_b-\lambda)\{x_1(p,b(k),h)-x_1(p,b(k),h_k)\}fdhdk. \qquad (3.34)$$

这里我们可以由 $v_b(p,b(k),h_k)=\lambda$ 来确定h_k。由于 $v_b-\lambda$ 是严格单调的，而 x_1 也是严格单调的，因此，对于每个 k，(3.34)式的右边都不为零。这证明了(3.33)并完成了定理的证明。□

私人生产集具有平滑边界的假设全然排除了不正常的情形。不完全信息一般意味着应该使用非一次总付税收，这是我们的一般教训。在这里的模型中，运用一次总付转移支付往往也同样令人满意。以误差信息为基础的一次总付税收存在一个问题，这个问题具有很大的实践意义，它被模型或至少是处理它的方式掩盖了。为了集中我们的注意力，假定消费者价格为 p。人们可以预料到，对于 h 和 k 的某些值而言，不存在满足 $p\cdot x\leqslant b(k)$的可行消费计划。高能力的人应该支付高额税款：但应该如何对那些显然能力高人一等却又没有能挣得很多收入的人课税呢？同时，又如何在低收入者中分辨出那些只不过看似能力较低的人呢？

综观本节和下一节，我们都假设政府对作为统计总数总体的情况是一清二楚的，政府也许不能将有关一个人的信息作为其对这个人实施政策的基础，但是政策的构造却是以有关其特征的信息为基础的。个人信息与统计信息之间的区分不能被严格地证实。在一个小的总体中，一个人提供的任何信息都将影响他自己的命运。这导致了偏好显示理论的产生，[①] 但该理论对于公共政

① 见格拉夫斯和雷德亚德(*Groves and Ledyard*，1977)。

策的学习者而言，是毫无价值的，这是因为它只用到了无用的帕累托效率的弱标准。对于这个问题的福利化理论处理是有意义的，这要用到贝叶斯形式化表述。但是对于很大的总体而言，运用一个其中存在有关总体中特征分布的固定先验信息的模型，似乎是合理的。对于大多数政策问题而言，这个模型不可能产生误导的结论。

现在我们假设，一次总付税收的信息基础是不存在的，这样假设是因为我们可因此将注意力放在核心难题上。一次总付税收很容易地被引入到理论中来。我们后面还要谈到这一点。

4. 生产者与效率

在竞争均衡的一般标准模型中，消费者作为交易者，同时作为获取纯利润的所有者与生产者联系在一起。如果私人生产的规模收益不变，均衡利润就为零。我们现在作出这一假设，后面还将回过头来讨论它。在利润为零的情形下，消费者完全是由其效用函数，消费集和预算集来描述的。如果政府没有任何信息使之能对消费者加以区别，那么，消费者可以从中选择需求向量的预算集 B，对所有个人来说都是相同的。举例来讲，如果存在与交易量成比例的商品税，和统一的一次总付税收(后者通常被称为人头税或人头补贴)，则预算集就是

$$B=\{x: q\cdot x\leqslant b\}, \tag{4.1}$$

这里 $q=p+t$。注意，我们可以把 q 和 b 而不是 t 和 b 视作控制变量，这一点非常重要。一般而言，我们可以把 B 看作控制变量，而不是把它作为 p 的函数。

在第 6 节和第 7 节中，我们要分析下面的情形，其中，政府选择 B 时，不会受到进一步地约束，B 也许像(4.1)中那样由线性不

等式来确定，或者被定义为某个更为一般的集合。在大多数最优税收理论之中，都假设 B 要受到约束，举例来说，受到线性约束，甚至是更严格的，有某些商品不被课税这样的约束。在本节中，B 的选择并不是我们所关注的焦点，我们要集中探讨对私人生产者的控制，以及政府支出与生产计划选择。指导这些选择的规则取决于政府在对消费者实施控制时所受到的约束程度。最优税收理论在实践中最重要的一项经验教训就是，消费者税收约束的存在，特别是一次总付税收约束的存在，对最优生产原则产生的影响，并不像人们过去所想象的那样大。

定理 4.1(线性税收效率定理)

令福利函数是个人主义的(*individulistic*)。如果政府必须运用线性税收，即选择形如(4.1)的预算集，那么，在最优解处，$y+z$ 就处在总净生产集 $Y+Z$ 的边界上。即使可以对生产者课征不同的产品税，这一结论也是成立的。

证明(简单拓扑)

首先假定所有生产都处于政府控制之下，这样，最优化问题就成为

$$\left.\begin{array}{l} \max \quad W \\ \text{s.t.} \quad \sum_h x^h \in Y+Z \\ x^h \quad \max \quad u^h(x), \ x \in X^h \\ \text{且 } q \cdot x \leqslant b \end{array}\right\} \qquad (4.2)$$

根据我们的凹性假设，最大化选择变量 x^h 是 q 和 b 的连续函数。如果问题的解是 q^*, b^*，那么，没有任何一个 q 与 b 的福利增加变分会给出可行总需求。特别是，如果 $b>b^*$，而 q^* 仍固定不变，那么

$$\sum x^h(q^*, b) \notin Y+Z.$$

因为 Σx^h 是 b 的连续函数，于是，

$$y^* + z^* = \Sigma x^h(q^*, b^*) \in Y + Z \text{ 的边界。}$$

这意味着，y^* 处于 Y 的边界上，而且，由凸性可知，存在 p 使得 y^* 最大化 $p.Y$。这样，问题(4.2)的最优解同时也是受到更多约束的最优化问题的最优解。在后一问题中，不论是否存在差别税收，生产都是私人性的，竞争性的。定理得证。□

定理的证明是无关紧要的。只要政府可以强加于消费者的预算集的范围充分大，以致任何一个预算集都可能发生任意小的扩张，那么结论显然是成立的。特别是，新的税收及新的控制可能性的出现也不会影响结论。该结论的重要性在于它暗示出了影子价格的简单原则。如果 Z 是凸的，并且 s 是 z^* 处的支撑价格，即 z^* 使 $s \cdot Z$ 最大化；或者，如果 Z 的边界在 z^* 处是平滑的，并且 s 定义了 z^* 处的一个切超平面，那么 Z 边界中 z^* 的影子价格 s 是存在的。在两种情况中，我们都有：

推论 4.2

根据定理 4.1 的假设，最优公共净生产 z^* 处于 Z 的边界中，并且，如果影子价格是存在的，那么在最优解处，就存在与生产者价格相等的影子价格。

定理及其推论意味着，如果规模收益不变，私人生产竞争条件、无约束线性税收、个人主义福利这些假设得到满足，那么，对中间产品，即对生产者之间的交易就不应课税，并且，公营生产决策与私人生产决策的折现率也应该相同。

当我们放松定理的假设时，效率结论会发生什么变化？考察这一问题是很有趣的。个人主义福利不是一个问题：要设计出别出心裁的福利假设，使结论在该假设下不成立，是很困难的。我要对非不变收益、非竞争条件以及税收约束相继作出评论。

如果私人生产者收益并不是不变的，我们可以定义新的虚拟

商品，它对每一生产者而言都是一固定因子，消费者按照他们在企业中所拥有的股权比例占有这种商品。通过定义这种虚拟商品，我们就可以恢复收益不变的假设。[1] 换言之，企业本身被视为一种商品。由于这些固定因子不会影响效用，因此，从所有商品方面来说，效用函数不是严格凹的，但只要我们作出通常的假设，即使价格为零时，消费者也准备供给，供给就会成为连续函数。[2] 这样，定理仍然是有效的。这意味着，如果能对固定因子独立征税，或等价而言，对不同企业课征不同利润税是可能的，那么效率定理就是成立的。

如果我们必须对所有利润都征收相同的比例税，那么对于消费者来讲，不同股权的相对价值就与企业的相对价值相同，企业的价值由生产者价格来度量。从而，可以强加给消费者的预算集就受到生产者定价规则的约束。(对企业间交易课税可以使企业特定利润税效应得以恢复，但这也会破坏对企业的一致对待。)虽然不同企业的劳动通常都应被视为不同的商品，但对从不同企业获取的劳动所得课征不同的税率仍是很困难的。对此，我们要作出一个相似的结论。问题的固定因子方面与这个结论无关。无论如何，利润都可以解释为对创建企业的初始企业家或投资者(他还可能通过把企业办成公司来获益)的回报。这样，利润就是可变要素的回报，它与任何其它市场中的价格并没有什么特别的不同。

从这一讨论中得到的结论是，消费者价格(或等价而言，税率)

---

① 迪克西特鼓励我采用这种方法。

② 如果能够生存的企业不这样做，政府在制定税收和补贴时，就很难利用这种潜在的存在性。如果政府不能利用它，那么我们就可能构造出最优解无效的例子。甚至存在这样的例子，其中最优根本就不存在。见莫里斯(1972)。在那篇文章中，我还简要讨论了被称为管理投入的那种情形。运用上面的术语，我们假设出于税收考虑而将管理投入和固定投入加以区别是不可能的。在这种情况中，效率一般是不能令人满意的。哈恩(1973，p.104)为相反命题所作的论证是错误的，原因在于他忽略了价格变动会影响管理努力的边际盈利性。

可以独立于生产者价格加以选择这一假设是非常重要的。政府并不会像假设那样行事。这样，效率定理就是无效的——虽然它可能是一个良好的近似。

企业的非竞争行为不会改变效率定理，但会改变对它的解释，只要任何利润都能像所希望的那样被课税。在这种情况下，Y 就不应被解释为私人生产者的生产集，而应被解释为净供给向量集，当生产者税收和其它政府控制改变时，我们就可导出它。这样，政府生产决策的影子价格就可以作为新集合 Y 的切超平面得到，而且一般而言，它并不是简单地与生产者价格联系在一起。

文献中已经广泛地研究了之于政府税收力量的种种约束。[①]我们已经看到，对生产者的一致税收对待可能就暗示出了这些约束。文献中所研究的许多约束在引入时并没有任何迫不得已的理由。某些商品的免税性以及强加给公营生产者的利润约束就是例证。一般来说，这些约束是引起人们对管理方面思考的一种途径，而不是要使人们注意信息缺乏所强加的限制。在理想状况中，我们考虑什么是对于模型而言最相关和最有趣的税收约束之前，管理与执行的理论就建立起来。

税收约束之所以重要还在于，在中期，当政府没有准备好改变税收体制时，它通常准备谋求关于公营生产和支出决策的建议。政府相信，税收体制的形式要受到其政治形象和该形式可能之于特殊集团影响的约束。本节的最后一个结论给出了效率定理不适用情形下，有关影子价格的一些信息。这个结论是公共部门内部效率最优的前提，由于当资源可得到时，某种政策变动几乎总能增进福利，因此，它在非常一般的情形下可能也是有效的，尽管论证

---

① 达斯古普塔与斯蒂格里兹(*Stiglitz*)(1971)。盖斯诺瑞(*Guesnerie*, 1975)考察了非竞争生产者的行为。影子价格定理(定理 4.3)来自戴蒙德与莫里斯(1976)。

这一点的定理似乎还不可得。

定理 4.3

令政策可能性只受到生产者价格(而不是数量)的约束。假定对任意一个最优解来说，$z*$ 都处于 Z 的边界之中。如果在最优解中，y^0 是收益不变竞争生产者的产量，那么存在 $z*$ 的影子价格 s 使得

$$s \cdot y^0 = 0. \tag{4.3}$$

证明

令 θ 为一实数，满足 $|\theta| < 1$。如果被挑选出的生产者产量为 θy^0，公营部门生产为 $z^* + (1-\theta)y^0$，那么政策不会变化，均衡也不会发生实际的变化。这样，福利也就不会发生变化。我们所讨论的生产者完全乐于生产 θy^0，而不是 y^0，因此，如果 $z^* + (1-\theta)y^0$ 可行的话，它就是公营生产的另一个最优解。因此

$$z^* + (1-\theta)y^0 \in Z \text{ 的边界}, |\theta| < 1.$$

这样，在 z^* 点就存在切超平面，它包含所有向量 $z^* + (1-\theta)y^0$。令这一超平面所确定的影子价格为 s 。于是 $s \cdot y^0 = 0$，得证。□

只要许多部门都可以被充分模型化为收益不变竞争部门，这一结论就是有用的。特别是，它暗示出，在世界市场上以固定价格交易的商品的影子价格与边境价格成比例，在收益—成本分析中，这是个很有用的结论。必须予以强调的是，如果在最优解之中，收益不变企业应当关闭的话，那么(4.3)就是不适用的：从一个现有经济的投入—产出表中可以导出 y^0，但运用这一 y^0 并不总是有效的。

5. 线性税收

我们已经看到，假设私营部门生产者规模收益不变不会丧失

一般性。由这个假设，效率定理（定理 3.1）就意味着找到在 $x(q,b)\in Y+Z$ 这一约束条件下，使 $V(q,b)$ 最大化的 q^* 和 b^*，我们就完成了最优线性税收选择。这里，$x(q,b)$ 是消费者的总净需求函数。在这一优化工作中，$q\geqslant 0$ 这一点必须予以强调。如果生产集的边界是平滑的，那么，与 $x^*=x(q^*,b^*)$ 相联系的影子价格向量就是唯一的。由于在这种情形中，总生产边界在最优解邻域之内可近似地由 $s\cdot y=s\cdot x^*$ 给出。因此只要最优解没有位于价格空间中的边界上，即 q^* 严格为正，我们就可以预期，导数 V_q 和 V_b 在最优解处的值应与 $s\cdot x_q$ 和 $s\cdot x_b$ 成比例。

为得到给出这些条件的一般定理，我们需要某些正则条件。这里我们要用到一个非常简单的条件：我们引入下面的假设，它以一种异常强的方式表述了在最优解的邻域内，无效率可能发生这一事实。

(I)在 Y 的相对内部存在 y^0；存在对 $0\leqslant\theta\leqslant 1$ 所定义的连续可微函数 $q^0(\theta),b^0(\theta)$，使得 $q^0(\theta)\geqslant 0$ 以及

$$x(q^0(\theta),b^0(\theta))=(1-\theta)x^*+\theta y^0. \qquad (5.1)$$

注意 $q^0(0)=q^*,b^0(0)=b^*$。当 $q^*\gg 0$（即 q^* 对所有的 i 都大于 0）时，(I)就隐含在下述假设中：

(J)　矩阵 $(x_q(q^*,b^*),x_b(q^*,b^*))$ 满秩。

(J)意味着 x^* 邻域中的所有 x 都与某一 (q,b) 相对应，这里 $q\geqslant 0$；只要 Y 含有不只一个点，(I)就会轻易得到满足。假设(J)是相当令人满意的，在几乎所有情形中它都会得到满足。[①] 但当 q^* 具有 0 分量时，它就是不充分的。假设(I)绝不是在下面的定理中起作用的最弱假设，但它可使我们完成一个相当简单的证明，而且，不满足它的问题在实践中是不大可能发生的。

---

① 当固定因子存在时，(J)不会得到满足，但(I)一般会得到满足。

定理 5.1

令 V 和 x 对于 $q \geqslant 0$ 是 q 和 b 的连续可微函数，Y 是凸集。如果 q^*, b^* 在 $x \in Y$ 的约束条件下最大化 V，而且假设(I)得到满足，那么存在非零向量 s 和标量 λ，使得

$$x^* \quad \max \quad s \cdot Y \tag{5.2}$$

$$V_q(q^*, b^*) \leqslant \lambda s \cdot x_q(q^*, b^*), \tag{5.3}$$

$$V_b(q^*, b^*) = \lambda s \cdot x_b(q^*, b^*). \tag{5.4}$$

由于 V 和 x 对于 q 和 b 是零次齐次的，因此

$$[V_q - s \cdot x_q] \cdot q + [V_b - s \cdot x_b] b = 0. \tag{5.5}$$

这样，q^* 就是非负的，(5.3)和(5.4)则意味着：

$$\frac{\partial V}{\partial q_i}(q^*, b^*) = s \cdot \frac{\partial x}{\partial q_i}(q^*, b^*), \; q_i^* > 0. \tag{5.6}$$

证明

我们考察含有 Y 的最小线性流形 L。令 C 为 L 中非零向量 s 的锥，使得 x^* 最大化 $s \cdot Y$。由于 y^0 在 L 中 Y 的内部，因此对于 C 中所有的 s，有 $s \cdot y^0 < s \cdot x^*$。现在，(5.1)意味着，对 θ 求微分，并令 $\theta = 0$，我们可以得到

$$x_q(q^*, b^*) q^{0'}(0) + x_b(q^*, b^*) b^{0'}(0) = y^0 - x^*. \tag{5.7}$$

对任意使得 $q_i^0(0) = q_i^* = 0$ 的 i，都有 $q_i^0(0) \geqslant 0$。如果需要的话，用一个正的标量乘以 $q(\theta), b(\theta)$，[这不会使 $x(q(\theta), b(\theta))$ 发生变化]，我们便可以保证对所有的 i，都有 $q_i^{0'}(0) \geqslant 0$。因而，(5.7)就意味着存在 $a^0 \geqslant 0$ 和 α^0 使得

$$x_q^* \cdot a^0 + x_b^* \alpha^0 = y^0 - x^*.$$

由于对所有 C 中的 s，都有 $s \cdot y^0 < s \cdot x^*$，因此，这意味着

$$s \cdot x_q^* \cdot a^0 + s \cdot x_b^* \alpha^0 < 0, \; s \in C. \tag{5.8}$$

这一不等式在证明中会起到关键作用。

考虑平滑函数 $q(\theta), b(\theta)(0\leqslant\theta\leqslant 1)$ 使得 $q(0=q^*, b(0)=b^*, a=q'(0)\geqslant 0, \alpha=b'(0)$.

如果

$$V_q(q^*,b^*)\cdot a+V_b(q^*,b^*)\cdot\alpha>0, \qquad (5.9)$$

那么对所有小的 θ，都有 $V(q(\theta),b(\theta))>V(q^*,b^*)$. 结果

$$x(q(\theta),b(\theta))\notin Y.$$

由此，对某个 $s\in C$，有

$$s\cdot x_q(q^*,b^*)\cdot a+s\cdot x_b(q^*,b^*)\alpha\geqslant 0. \qquad (5.10)$$

因而对某个 $s\in C$，(5.9)就含有(5.10)。等价地

$$s\cdot x_q^*\cdot a+s\cdot x_b^*\alpha<0, \text{对所有 } s\in C, \text{和 } a\geqslant 0, \qquad (5.11)$$

意味着

$$V_q^*\cdot a+V_b^*\cdot\alpha\leqslant 0. \qquad (5.12)$$

假定只有

$$s\cdot x_q^*\cdot a+s\cdot x_b^*\alpha\leqslant 0, \text{对所有 } s\in C, \text{和 } a\geqslant 0 \qquad (5.13)$$

才是成立的。这样，对于任意一个正数 γ，(5.11)就由 $a'=a+\gamma a^0$ 和 $\alpha'=\alpha+\gamma\alpha^0$ 来满足。这是由(5.8)得来的。于是(5.12)对于 a' 和 α' 也是成立的。令 $\gamma\to 0$，我们可以看出(5.12)对于 a 和 α 仍然成立。

由于(5.13)含有(5.12)，我们可以运用凸锥对偶定理来导出向量(V_q^*, V_b^*)位于该凸锥的闭包

$$D=\{(s\cdot x_q^*-d, s\cdot x_b^*): s\in C, d\geqslant 0\}$$

之中。换言之，存在标量 λ 和 $s\in C$ 使得

$$V_q^*\leqslant\lambda s\cdot x_q^*, \quad V_b^*=\lambda s\cdot x_b^*.$$

我们必须插入标量 λ 以纳入 $\lambda=0$ 这种(例外的)情况。□

大多数最优产品税文献所探讨的问题，都关乎这一定理一阶

条件的操作和说明。许多文献都论述了消费者同质(禀赋相同)且 $b=0$ 的情形。由于理解 b 缘何必须为 0 是较困难的，因此，这种情形似乎没有什么实际意义。就消费者同质的情形来说，运用直接效用函数以及由消费者选择的一阶条件而来的约束最大化所得到的条件，是具有某种意义的，对加可分效用而言就更是如此。[①]但是，在处理多消费者经济时，间接效用方法似乎更有用武之地。

下面给出了用于说明(5.3)和(5.4)的主要操作过程。如果福利是个人主义的，即

$$V(q,b)=\Omega(v'(q,b),\cdots,v^H(q,b)),$$

并把 $\partial\Omega/\partial v^h$ 写成 Ω，那么就有

$$V_q=\Sigma\Omega_h v_q^h=-\Sigma\Omega_h v_b^h x_b^h=-\Sigma\beta_h x^h, \qquad (5.14)$$

这里

$$\beta_h=\Omega_h v_b^h$$

通常被称为“福利权数”或“收入的边际社会效用”。(5.14)表达出 $-V_q$ 是需求的加权和。你还会看出

$$V_b=\Sigma\beta_h. \qquad (5.15)$$

因而 $-V_q/V_b$ 是需求的加权平均值，这一解释会促使你用(5.4)去除(5.3)。

我们把 $q-s=t$ 解释为税率，(5.3)式(5.4)式右边便可写作

$$s\cdot x_q=-(q-s)\cdot x_q-x$$

$$=-\frac{\partial}{\partial t}[t\cdot x(s+t,b)-b], \qquad (5.16)$$

$$s\cdot x_b=-(q-s)\cdot x_b+1$$

$$=-\frac{\partial}{\partial b}[t\cdot x(s+t,b)-b], \qquad (5.17)$$

把政府净收益记为

---

① 阿肯森与斯蒂格里兹(1972)。

$$T(t, b, s) = t \cdot x(s + t, b) - b, \tag{5.18}$$

(5.16)和(5.17)即可写成

$$s \cdot x_q = -T_t, \quad s \cdot x_b = -T_b,$$

而一阶条件(5.3)和(5.4)也就成了

$$\Sigma \beta_h x^h \geqslant \lambda T_t, \tag{5.19}$$

$$\Sigma \beta_h = -\lambda T_b. \tag{5.20}$$

为了强调考虑，假设 $q \gg 0$, $\lambda > 0$，并用(5.20)去除(5.19)，我们有

$$\Sigma \beta_h x^h / \Sigma \beta_h = (\partial b / \partial t)_{T\text{保持不变}}。 \tag{5.21}$$

用文字来说，需求的福利加权平均值应该等于税率变动之于一般补贴 b 的不变收益效应。

虽然另一项操作工作也许会被估价过高，但是我们也应该提到它。我们把 x^{ch} 记为补偿需求函数，则由斯拉茨基对称可知

$$\begin{aligned} s \cdot x_q^h &= -(q - s) \cdot x_q^h - x^h \\ &= -t \cdot x_q^{ch} + t \cdot x_b^h x^h - x^h \\ &= -x_q^{ch} \cdot t - (1 - t \cdot x_b^h) x^h, \end{aligned} \tag{5.22}$$

只要收入效应可以忽略不计，$x_q^{ch} \cdot t$ 就是对税收引入所导致的需求变动的一阶近似。你还可以把 $x_q^{ch} \cdot t = [(\partial/\partial\theta) x^{ch}(s + \theta t, b)]\theta = 1$ 解释为，它说明了税收体制的强化之于补偿需求的作用。因而(5.3)就暗示出

$$\sum_h \{\beta_h - \lambda(1 - t \cdot x_b^h)\} x^h \geqslant \sum_h x_q^{ch} \cdot t. \tag{5.23}$$

这里，我们修改了需求的福利权数以考察，消费者一次总付收入发生变化所带来的收益效应。(5.4)意味着

$$\sum_h \{\beta_h - \lambda(1 - t \cdot x_b^h)\} = 0. \tag{5.24}$$

由(5.24)可知，(5.23)式左边是 x^h 和调整权数的协方差(戴蒙德把调整权数称作社会边际效用)

$$\gamma_h = \beta_h - \lambda(1 - t \cdot x_b^h). \tag{5.25}$$

在这一领域似乎具有理论意义的问题之中，我们应该提到可分性问题，它是就在什么条件下某些商品应予免税，在什么条件下，对一组商品应课同一税率而言的。在此，我们应注意到模型中总存在许多等价税收体制，这是很重要的。如果 q^*，b^* 和 s 是最优消费者价格和补贴，以及影子价格，那么把生产者价格定在

$$p = \mu s,$$

把税率定在

$$t = vq^* - \mu s,$$

同时支付一般的统一补贴

$$b = vb^*$$

会是最优的。对任意正的 μ 和 v 而言，这一税收体制都是最优的。一般来说，通过恰当地选择 μ 和 v，我们可以把任意一种商品都变成免税商品。如果问题的内在解释——例如，固定因子免税代表不存在利润税——强加了部分标准化，那么我们就不能这样自由地选择税收体制了。有时这一观点会带来混乱和错误。

当我们选择线性税收体制受到限制时，举例来说，当某些商品不能课税时，怎样使税收原则也相应改变呢？研究这一问题也是同样有趣的。在这样的问题之中，私人生产者可能，而且通常应该面对与影子价格 s 不成比例的价格，讨论消费者税收为 $q - s$、生产者税收为 $p - s$，是有意义的，尽管限制条件也许会采取就某些商品而言，消费者税收与生产者税收相等这种形式。①

在我们所讨论的模型中，消费者效用并不依赖于公共支出，也就是说，所谓的公共产品没有任何作用。如果公共支出是政府的

① 达斯古普塔和斯蒂格里兹(1971)。这一工作由芒克(*Munk*，1977)加以澄清，并在某种程度上进行了改正。

唯一责任，而且公共品供给并不与之于消费者的新的约束相联系，那么我们就能很容易地把公共品引入模型之中。我们只写出 $V(q,b,g)$，$x(q,b,g)$就行了，这里 g 是公共消费支出。与证明最优税收一阶条件方法相同的方法告诉我们，最优的必要条件是

$$V_g=\lambda(s\cdot x_g+s). \tag{5.26}$$

如果福利是个人主义的，如同以前一样，这可以重新写成

$$\Sigma\beta_h m^h=\lambda(-t\cdot x_g+s),$$

这里，$m^h=-(\partial b^h/\partial g)^{u^h\text{保持不变}}$是 q 为常数时，公共支出的边际价值。因而在最优解处有

$$s=\frac{1}{\lambda}\Sigma\beta_h m^h+t\cdot x_g. \tag{5.27}$$

在实际中，收益效应会相当重要。由公共品供给带来的收益增加会使其理由得到加强。

6. 一维总体中的非线性税收

只要政府被迫选择线性税收体制，那么，在消费者具有凸性偏好的条件下，他们的消费选择就会是完全确定的，所以，最大化约束定义了一个精确的集合。如果除了独立于个人信息之外，并无其它之于税收体制的约束，则强加一个预算集，使得某些消费者在极为不同的消费计划之间是无差异的，可能会令人满意。对于一个有限总体而言，我们凭直感预期，这将是最优的。最有能力的消费者，并不必然比他与次有能力的消费者作出相同选择时处境更好，但一般来说，政府是想让他作出不同选择的，即在同一个无差异曲面上选择一个不同的点。

有限总体很大时的情况似乎未必有很大意义，原因在于这种情形需要大量计算。因此，我们转向连续统情况。在某些状况下，

我们期望最优预算集可以由精确的函数来定义。总体是由一个非负标量参数 h 和密度函数 f 来刻画的。对于某一集 B，政府政策所导致的配置由下式给出

$$x(h)\max\ u(x,h),x\in X^h\cap B, \tag{6.1}$$

我们的首要任务是找到比集 B 更易处理的控制变量。一种作法是挑选出一种计数商品，并用下面的不等式把 B 表示出来，

$$x_1\leqslant c(x_2,\cdots,x_n). \tag{6.2}$$

这种方法被证明是异常复杂的，我们必须设计出其它的方法来代替它。用(6.2)中的 c 作为控制变量，其困难之处可能在于 c 的变动之于问题中变量的影响极为复杂。

一种易于处理的方法是定义函数

$$v(h)=\max\{u(x,h):x\in X^h\cap B\}, \tag{6.3}$$

并对之运用"包络定理"。如果使目标函数最大化的 x 是 h 的一个可微函数，并且 $x(h)$ 总是处于 X^h 的内部，那么至少对 h_1 附近的 h_2 而言，有，

$$v(h_1)\geqslant u(x(h_2),h_1). \tag{6.4}$$

这是因为 B 独立于 h，而且，如果 h_1 类型的消费者想选择 $x(h_2)$ 的话，他就可以选择它。(6.4)暗示出随着 h_1 的变动，当 $h_1=h_2$ 时，$v(h_1)-u(x(h_2),h_1)$ 会达到一个局部极小值(碰巧，它为0)。因此，

$$v'(h)=u_h(x(h),h). \tag{6.5}$$

如果对于某个 B，(6.5)是与(6.1)等价的，那么，我们就应该把我们的最大化约束简化为一个简单的微分方程，它不应该太难处理；并且，它无论如何都是符合控制论的那种约束条件。

导出(6.5)的那些论证大大地依赖于 $x(h)$，从而 $v(h)$ 是 h 的可微函数这一没有根据的假设。关于消费集，也同样存在一些松散的结果。我们需要一条精确的引理。在表述它之前，我们要

引入关于效用函数和消费集的某些标准假设。它们规定了某些标准性质，并要求当 h 增加时，消费集以一种非常规则的方式扩展。

(C_1) u 是 x 和 h 的连续可微函数，在 x 上是凹的。

(C_2) X^h 是凸集；并且对所有的 h, k，其中 $k > h$ X^h 的闭包包含于 X^k 之中。

(C_3) 对 X^h 中的所有 x，都存在 $\varepsilon > 0$，使得当 $|k-h| < \varepsilon$ 时，$x \in X^k$。

(B) 如果 $h < k$，并且 $x^0 \in X^k$，则 $X^h \cap \{x: u(x, k) \leqslant u(x^0, k)\}$ 有界。

对于第一个假设以及(C_2)的第一部分，我们无须作任何评论。(C_2)第二部分是说，X^h 是 h 的非递减函数，实际上，它沿其边界的任一“开”部分都是递增的。(C_3)要求 X^h 随着 h 作出连续变动，而其边界的“闭”部分保持不动。最后一个假设比要求无差异超曲面有界这一条件弱一点。它允许无差异超曲面 $u(x, k) = u(x^0, k)$渐近于消费边界的一个“开”部分这种可能性，但只有消费边界的这一部分即使在无穷处还会向外移动时，这才会得以发生。

举例来说，在 $X^h = \{-h < x_1 \leqslant 0, x_i \geqslant 0, i = 2, \cdots, n\}$，并且所有无差异超曲面与坐标平面交于 $x_i = 0, i = 2, \cdots n$，时，满足(C_1)的函数 u 就会满足上述假设。(把商品 1 设想为劳动)实际上，h 越大意味着能力越高，这与第 3 节中的特殊情形不同，在那里运用相反的约定是较为方便的。

假设(B)太强了，但如果没有类似它的条件，我们就难以看出如何证明我们想要的结论。

引理 6.1

令上述假设成立。如果存在 B，使得对所有 h，都有 $x(h)$ 在 $x \in X^h \cap B$ 使 $u(x, h)$ 最大化，并且 $v(h) = u(x(h), h)$，那么

$$v(h)-v(0)=\int_0^h u_h(x(k),k)dk. \qquad (6.6)$$

证明

令 $\eta>0$。我们首先要表明，集合

$$A=\{(x(k),k'):0\leqslant k,k'\leqslant h+\eta\}$$

有界。令 $h_1>h+\eta$。由于对所有 k，都有 $x(k)\in B$，并且对 $k\leqslant h+\eta$，有 $x(k)\in X_1^h$，所以

$$u(x(k),h_1)\leqslant u(x(h_1),h_1),k\leqslant h+\eta.$$

这样，

$$x(k)\in X^{h+\eta}\cap\{x:u(x,h_1)\leqslant u(x(h_1),h_1)\},$$

并且由假设(B)可知，它是有界的。因而 A 也即是有界的。可见，偏导数 $u_h(x(k),k')$ 在 A 上是有界的，并且由中值定理可知，当 $0\leqslant k\leqslant h,|\epsilon|<\eta,k+\epsilon\geqslant 0$ 时，

$$\alpha_\epsilon(k)=\frac{1}{3}\{u(x(k),k+\epsilon)-u(x(k),k)\}$$

是有界的。

由于当 $\epsilon\to 0$ 时，$\alpha_\epsilon(k)\to u_h(x(k),k)$，因此关于有界收敛的勒贝格定理意味着，

$$\lim_{\epsilon\to 0}\int_\eta^h\alpha_\epsilon(k)dk=\int_\eta^h u_h(x(k),k)dk \qquad (6.7)$$

现在，

$$\begin{aligned}\epsilon\int_\eta^h\alpha_\epsilon(k)dk&=\int_\eta^h\{u(x(k),k+\epsilon)-u(x(k),k)\}dk\\&\leqslant\int_\eta^h\{v(k+\epsilon)-v(k)\}dk\\&=\int_0^\epsilon\{v(h+x)-v(\eta+x)\}dx.\end{aligned}$$

所以，

$$\lim_{\epsilon\to 0^+}\frac{1}{\epsilon}\int_0^\epsilon\{v(h+x)-v(\eta+x)\}dx$$

$$\geqslant\lim_{\epsilon\to 0}\int_\eta^h\alpha_\epsilon(k)dk$$

$$\geqslant \lim_{\varepsilon \to 0_-} \frac{1}{\varepsilon}\int_0^{\varepsilon} | v(h+x) - v(\eta+x) | dx.$$

由于 v 是连续函数，所以左极限与右极限存在，并且都等于 $v(h)-v(\eta)$。因此，由(6.7)，我们就有

$$v(h) - v(\eta) = \int_{\eta}^{h} u_h(x(k), k) dk.$$

最后，我们令 $\eta \to 0$，引理得证。□

我们现在要采取的战略是运用引理去证明，某些条件是最优化的充分条件。从本质上说，只有对效用函数作出相当强的假设，我们才会证明充分条件；但由于充分性定理的首要价值在于作计算，因此，施加限制性条件物有所值。为理解充分性条件，我们首先要以一种很具启发性的方式来导出它们。

在第3节中，我们看到在合理的假设之下，第一最优要求效用随着能力的上升而下降。这表明约束(6.6)，它(部分地)表达了 B 是一致的这个约束，可以用作一个不等式，使 $v(h)$ 与 $v(0)$ 相比不致过低。

$$v(h) - v(0) - \int_0^h u_h(x(k), k) dk \geqslant 0. \qquad (6.8)$$

在这个形式中，(6.6)是关于 v 的线性约束。如果我们应用规划理论的思想去得出充分条件，那么，不等式左边就应该是控制变量的凹函数。这表明，我们应该把 $v(\cdot)$ 视作控制变量之一，并消去一种商品。特别地，让我们用商品1作为计数商品，把它表示为 ξ，并把余下 $n-1$ 种商品构成的向量写为 x'。这样，ξ 就由下式

$$v = u(\xi, x', h) \qquad (6.9)$$

定义为 x'，v 和 h 的函数。我们可以很容易地表明(C_1)意味着 ξ 是 x' 和 v 的凸函数，是所有变量的可微函数。

有了这一变换，v 和 x' 即被视作控制变量。下面的假设会使充分性定理得以完成

(CON′) $\quad u_h(\xi(x', v, h), x', h)$ 是 x 和 v 的凸函数。

可以看出，这不是一个令人满意的形式。它等价于

(CON) 对任一向量 a，$(\partial/\partial h)(a\cdot u_{xx}(x,h)\cdot a/u_{\xi}(x,h)\geqslant 0$.

用语言来说，这表述了当 h 增加时，(由 $-a\cdot u_{xx}\cdot a$ 来度量的)相对于计数商品的边际效用而言的 u 的凹度(*degree of concavity of u*)不增加。这一条件是计数依赖的。为了获得成功应用充分性定理的最佳机会，我们选作计数商品的商品，其 $u_{h\xi}/u_{\xi}$，应尽可能地大，即对该商品而言，$\partial(u_{x'}/u_{\xi})/\partial h\leqslant 0$。

为了证明(CON′)与(CON)等价，你可以对变量作例行的变动。记 $w=(v,x')$，$x=(\xi,x')$ 和 $\psi(w,h)=u_h(x,h)$，我们有 $u_{hxx}=w_x\cdot\psi_{ww}\cdot w_x+\psi_w\cdot w_{xx}$(下标表示微分)。容易看出，$\psi_w\cdot w_{xx}=(u_{h\xi}/u_{\xi})u_{xx}$。因而当且仅当

$$u_{hxx}-(u_{h\xi}/u_{\xi})u_{xx}=u_{\xi}\frac{\partial}{\partial h}(u_{xx}/u_{\xi})$$

是半正定的，ψ_{ww} 才会是半正定的，我们立即得到了(CON)与(CON′)的等价关系。

假设一个可加福利函数 $\int vfdh$，考虑下面的问题

$$\left.\begin{array}{l}\max \quad \int vfdh \\ \text{s.t.}\,(6.8)\text{和}\left(\int\xi(x',v,h)fdh,\int x'fdh\right)\in Y\end{array}\right\}\quad(6.10)$$

根据我们就线性问题所作的工作，把生产约束(6.10)置换为

$$\int\{\xi(x',v,h)+s'\cdot x'\}fdh\leqslant\alpha \qquad (6.11)$$

应是合理的，这里，计数商品的影子价格被定为 1，s' 是其它商品的影子价格。

如果拉格朗日待定乘数法是适用的，我们就可以使拉格朗日函数

$$L=\int vfdh-\lambda\int\{\xi+s'\cdot x'\}fdh+\int\mu(h)\{v(h)-v(0)-\int_0^h u_h dk\}dh,$$

的导数等于 0 以找出最优的条件，这里 λ 应为正。$\mu(h)$的符号将在后面予以考察。如果我们交换二重积分的积分次序，我们就会得到

$$L = \int_0^\infty \{(v - \lambda\xi - \lambda s' \cdot x')f + \mu v - \mu v(0) - \int_h^\infty \mu(k)dk \cdot u_h\} dh. \qquad (6.12)$$

对 $x'(h)$求微分，只要 $x'(h)$处于 X^h 的内部，我们就会有，

$$\lambda(\xi_x + s')f + \int_h^\infty \mu dk(u_{h\xi}\xi_{x'} + u_{hx'}) = 0. \qquad (6.13)$$

如果 $x'(h)$位于边界上，我们就会得到一个不等式(例如，对不选择工作的人来说就会是这样)。对 $v(h)$求微分给出

$$(1 - \lambda\xi_v)f + \mu - \int_h^\infty \mu dk \cdot u_{h\xi}\xi_v = 0, \qquad (6.14)$$

而对 $v(0)$求微分有

$$\int_0^\infty \mu dh = 0. \qquad (6.15)$$

考虑 μ 的符号。根据(6.15)，我们不能让 $\mu \geqslant 0$。但从(6.12)中我们可以看出，只要对所有 h，都有

$$M(h) = \int_h^\infty \mu dk \geqslant 0 \qquad (6.16)$$

那么 L 就是控制变量的凹函数。这样，除了某些暗示性的简化工作以外，我们就完成了对于一阶条件的启发式推导。我们注意到

$$\xi_v = 1/u_\xi, \qquad (6.17)$$

$$\xi_{x'} = -u_{x'}/u_\xi, \qquad (6.18)$$

这暗示我们把边际替代率，或边际消费者价格定义为

$$q = q(\xi, x', h) = -\xi_{x'} = \mu_{x'}/\mu_\xi. \qquad (6.19)$$

同样，

$$u_{h\xi}\xi_{x'} + u_{hx'} = u_\xi \frac{\partial}{\partial h}(u_{x'}/u_\xi) = u_\xi q_h. \qquad (6.20)$$

我们在得出充分性定理的条件时，要用到这些公式。

定理 6.2

假设(C_1)，(C_2)，(C_3)，(B)与(CON)成立。令配置 $\xi^*(\cdot)$，$x'^*(\cdot)$

与 s', v 及 $\mu(\cdot)$ 满足下述条件：

对所有的 h，都有 $(\xi_*(h), x'^*(h)) \in X^h$ (6.21)

对所有使得 $(\xi^*(k), x'^*(k)) \in X^k$ 的 h, k 都有

$$u(\xi^*(k), x'^*(k), h) \leqslant u(\xi^*(h), x'^*(h), h), \tag{6.22}$$

$$(\int \xi^* f dh, \int x'^* f dh) \max (1, s') \cdot Y, \tag{6.23}$$

$$\{q(\xi^*(h), x'^*(h), h) - s'\} f(h) = u_\xi^* q_h^* \int_h^\infty \mu dk, \tag{6.24}$$

（这是就处于 X^h 内部的消费者，及其它情况中适当的边界条件而言的），

$$\mu(h) - \frac{u_{h\xi}^*}{u_\xi^*} \int_h^\infty \mu dk = \left(\frac{1}{u_\xi^*} - v \to \gamma\right) f \tag{6.25}$$

$$\gamma > 0, \int_h^\infty \mu dk \geqslant 0, \text{所有的 } h, \tag{6.26}$$

$$\int_0^\infty \mu dk = 0. \tag{6.27}$$

则给定配置是一个最优解。在这一陈述中，v 为 $1/\lambda$，并且 μ 代替了(6.13)－(6.16)中的 μ/λ。

证明

论证是建立在所假设的凹性性质基础之上的例行计算。我们来考虑另外一个满足问题约束条件的配置，即

$$\xi(h), x'(h), \max u(\xi, x', h),$$

$$\text{s.t.} (\xi, x') \in X^h \cap B, \tag{6.28}$$

$$(\int \xi f dh, \int x' f dh) \in Y \tag{6.29}$$

并且表明 ξ^*, x'^* 给出的效用至少与这一配置给出的效用一样大。[由(6.21)，(6.22)，及(6.25)可知，这是一个可行配置。]

引理 6.1 意味着

$$v(h) - v(0) - \int_0^h u_h(\xi(k), x'(k), k) dk = 0, \tag{6.30}$$

$$v^*(h)-v^*(0)-\int_0^h u_h(\xi^*(k),x'^*(k),k)dk=0.$$
(6.31)

(6.30)来自(6.28),(6.31)来自(6.22)[这里集合 B^* 只是由所有的 $\xi^*(h),x'^*(h)$构成的]。(6.30)减去(6.31),乘以 $\mu(h)$,再求 0 到∞的积分,那么我们可以得出

$$\int_0^\infty \{\mu(v-v^*)-\mu\int_0^h(u^h-u_h^*)dk\}dh=\{v(0)-v^*(0)\}\int\mu dk=0$$

交换积分次序,由(6.26)及(CON),并运用我们前面计算 u_h 对 v 与 x'的偏导数时所得结果,我们可以导出

$$\int\mu(v-v^*)dh=\int_0^\infty\int_h^\infty \mu dk(u_h-u_h^*)dh$$
$$\geqslant\int_0^\infty\int_h^\infty \mu dk\{\frac{u_{h\xi}^*}{u_\xi^*}(v-v^*)+u_\xi^*q_h^*(x'-x'^*)\}dh, \qquad (6.32)$$

把(6.32)与条件(6.24)及(6.25)结合起来,并由(6.23)我们得到

$$\int(\frac{1}{u_\xi^*}-v)(v-v^*)fdh\geqslant\int(q^*-s')\cdot(x'-x'^*)fdh$$
$$\geqslant\int_q^*\cdot(x'-x'^*)fdh+\int(\xi-\xi^*)fdh, \qquad (6.33)$$

由于 ξ 是 v 和 x'的凸函数,因此

$$\xi-\xi^*\geqslant\xi_v^*(v-v^*)+\xi_{x'}^*\cdot(x'-x'^*)$$
$$=\frac{1}{u_\xi^*}(v-v^*)-q^*\cdot(x'-x'^*).$$

把它与(6.33)结合起来,我们最终得出

$$-\nu\int(v-v^*)fdh\geqslant0. \qquad (6.34)$$

由于 $\nu>0$,这就意味着 $\int v^*fdh\geqslant\int vfdh$。□

这个定理有两个问题,第一,(CON)表示 u 的凹性是递减的,就算我们不能说它没有道理,它也是有点晦涩难懂的。第二,即使

(CON)得到满足，满足定理条件的配置也可能不存在。就第一个问题而论，指出(CON)成立的某些特殊情形对我们是有益的。如果 u 具有如下形式：

$$u = u_1(x', h) + u_2(\xi),$$

那么，u_{1h}关于x'的凸性就是与(CON)等价的，而且，我们可以很容易地检查这是否成立。如果 u 的形式是

$$u = u_1(x') + u_2(\xi, h),$$

(由于 ξ 自身在x'和 v 上是凸的)，那么 u_{2h} 是 ξ 的递增凸函数就是(CON)的充分条件。

在这种场合下，假设福利函数为

$$W = \int G(v) f dh,$$

我们就可以把定理一般化，这是很有趣的。G 是递增的凹函数，即在应用引理 6.1 前，把效用作一单调交换。定理中唯一的变化在于 $\nu G'(v^*(h))$代替了 ν。由这一向新效用函数的变换，u_h 有时可能会是凸的，在其它情况之中，这是不可能的。

第二个问题，即定理的条件得到满足也许是不可能的，其产生原因在于存在满足(6.6)却又不满足效用最大化的配置。你可能期望在(6.6)代替了更强的条件(6.21)的情况下，定理条件能够得到满足，但这可能并不是你想要的东西。

为了检查当 h 变化时，一个特定的配置 $x(h)$对某一不变的预算集 B 而言是否会使效用最大化，

引理 6.1 的一个不完全的逆命题会给我们以帮助：

引理 6.3

假定对所有的 h 都有

$$x(h) \in X^h$$

$$v(h) = u(x(h), h)$$

$$v(h) - v(0) = \int_0^h u_h(x(k), k) dk$$

对于使得 $x(k)\in X^h$ 的 k，

$$u_h(x(k),h)\text{是 } k \text{ 的一个不减函数。} \qquad (6.35)$$

那么，就存在 B 使得对所有的 h，都有

$$x(h) \max u(x,h), \quad x\in B\cap X^h$$

证明

只要证明对所有使得 $x(h_0)\in X^h$ 的 h，h_0，都有 $u(x(h),h)\geqslant u(x(h_0),h)$就足够了。由于 $u_h(x(k),h)$在 k 上是个不减函数，因此我们有

$$u(x(h),h)-v(h_0)=\int_{h_0}^{h} u_h(x(k),k)dk\geqslant\int_{h_0}^{h} u_h(x(h_0),k)dk$$
$$=u(x(h_0),h)-u(x(h_0),h_0),$$

这就证明了引理。□

当 x 可微时，例行的计算表明(6.35)等价于

$$q'_h(x(k),h)\cdot\frac{d}{dk}x'(k)\geqslant 0.$$

把它与最大化的二阶必要条件的一种形式(这同样容易证明)

$$q'_h(x(h),h)\cdot\frac{d}{dh}x'(h)\geqslant 0$$

加以比较是有趣的。

在存在两种商品的情形中，特别是在简单最优所得税问题中，x'是一个标量，假定 h 可以用 $\partial(u_{x'}/u_\xi)/\partial h<0$，这样一种方式来度量。那么，对包络条件(6.6)所作的必要补充及充分补充就都具有简单的形式，即 x'是 h 的非递增函数，这与 ξ 是 h 不减函数等价。一般而言，与最大化约束相一致的配置类不是可以轻易识别出来的。

现在假定，由于我们不能找到满足(6.22)的解，因而，应用充分性定理的尝试归于失败。这样，我们必然认识到，我们不应把[包括引理 6.1 的条件(6.6)在内的]其它之于最大化配置的约束

忽略不计。同样，当 h 从 h_1 开始递增时，$v(h)$也一定不会变得小于 $u(x(h_1),h)$。在某一区间$[h_1,h_2]$上，使 $v(h)$恰好仍等于 $u(x(h_1),h)$可能是最优的。这样，我们就必须在我们的最大化问题中纳入附加的约束 $v(h)\geqslant u(x(h_1),h)$。这使得拉格朗日函数中引入了$\int_{h_1}^{h_2}\rho(h)\{v(h)-(\xi(h_1),x'(h_1),h\}dh$ 这样一项，$\rho(h)\geqslant 0$。如果$[h_1,h_2]$就是附加约束起作用的整个区间，那我们马上就会看到，由于 $\xi(h_1)$，$x'(h_1)$在拉格朗日函数新的一项中居主导地位，因此

$$\int_{h_1}^{h_2}\rho(h)u_{\xi}(x(h_1),h)\{q(x(h_1),h_1)-q(x(h_1),h)\}dh=0. \tag{6.36}$$

而且，我们还会发现条件(6.24)没有发生变化，而同时条件(6.25)变为

$$\rho(h)+\mu(h)-\frac{u_{h\xi}^{*}}{u_{\xi}^{*}}\int_{h}^{\infty}\mu dk=(\frac{1}{u_{\xi}^{*}}-\nu)f. \tag{6.37}$$

你可以像前面那样用同样方法证明，如果定理的条件在 $v(h)>u(x(h_1),h)$的区间上成立，而经修改的条件[取代了(6.25)的(6.37)以及新纳入的(6.36)]在 $v(h)=u(x(h_1),h)$的区间上成立，那么我们就会找到最优解。

在只存在两种商品的情形之中，$v(h)=u(x(h_1),h)$和 $v'(h)=u_h(x(h),h)$通常意味着 $x(h)$是不变的。因而，这些麻烦的区间就与消费者束相对应，他们中许多人选择相同的需求。在存在多种商品的情形之中，就不一定如此了。

回到定理的条件，我们看到(6.24)强烈地表明 $x(h)$是 h 的连续函数。根据假设(CON)，这似乎是正确的。似乎只有在假设(CON)被违背时，不连续性才会发生。当(CON)被违背时，我们就不能再希望应用最优解的充分条件了，但我们必须应用必要条件。关于必要条件，我们可以依赖经过适当的一般化工作，把可能

的不连续考虑在内了的庞特里亚金最大值原理。[1] 这样，定理中给出的条件也即是最优解的必要条件。

最优非线性税收条件在多种意义下都是很有趣的。条件(6.24)是最惊人的，原因在于它不但表明之于消费者 h 的有效边际税率与 $\partial q/\partial h$ 同号，而且还给出了把不同边际税率联系在一起的简单公式

$$\frac{q_i - s_i'}{q_j - s_j'} = \frac{q_{ih}}{q_{jh}}. \tag{6.38}$$

一般原则是，对商品 i 所课的比例边际税率$(q_i - s_i')/q_i$，或与之等价的$(q_i - s_i')/s_i'$，应高于对商品 j 所课的比例边际税率，当且仅当$(\partial/\partial h)(u_i/u_j)>0$，即，边际替代率随 h 的增加而增加。这就是阿肯森和斯蒂格里兹定理，这里，从略他们的正式证明。

定理 6.4

如果效用函数采取下述形式

$$u(x, h) = U(u_1(x'), u_2(\xi, h)),$$

那么，最优配置可以通过强加下述预算约束

$$p \cdot x' \leqslant c(\xi) \tag{6.39}$$

而获得。

我们注意到，通过把边际价格 q 与效用作为控制变量，本节的分析可以以完全对偶的方式来进行。[2] 我们可以设想，提供给消费者的是线性预算约束集 C 而不是需求向量集。把支出函数记为 $E(q, u, h)$，把 $v(q, b, h)$记为间接效用函数，我们就可建立一个最大化问题，其目标函数为 $\int u(h)f(h)dh$，约束条件是

---

① 读者可以在斯文尼顿—戴尔(*Swinnerton—Dyer*, 1959)中找到相关的结论与方法。

② 这种方法源于凯文·罗伯茨。

$$\left.\begin{array}{l}\int \mathrm{E}_q(q(h), u(h), h) f(h) dh \in Y \\ q(h), E(q(h), u(h), h) \max v(q, b, h) \\ \text{s.t. } (q, b) \in C \cap Q^h\end{array}\right\}, \tag{6.40}$$

这里 Q^h 是消费可行的线性预算约束集。

前面的整个分析都可应用于(6.40),并且,我们得到作为一阶条件的

$$\mu(h) - \frac{v_{hb}^*}{v_b^*}\int_h^{\infty}\mu dk = \left(\frac{1}{v_b^*} - v\right) f, \tag{6.41}$$

$$- s \cdot x_q^c f = v_b^* x_h \int_h^{\infty}\mu dk, \tag{6.42}$$

这里 x_h 是 q 与 b 保持不变时,需求的导数。实际上,(6.41)完全是与(6.25)同样的方程。(6.42)看着与(6.24)不同,但我们可以很易地表明二者等价。应用方程

$$x_q^c \cdot q_h = - x_h$$

我们就可做到这一点。这一方程是通过 $x^c(q(x, h), u(x, h), h) = x$ 和 $x^c(q, v(q, b, h), h) = x(q, b, h)$对 h 求微分得到的。

方程(6.42)与最优线性税收的一阶条件有一个有趣的相似之处,因为最优线性税收一阶条件可以用下面的形式来表示:

$$- \int s \cdot x_q^c f dh = \frac{1}{\lambda}\int (v_b - s \cdot x_b) x f dh, \tag{6.43}$$

[参看(5.22)]。

如果我们应用 $q \cdot x_q^c = 0$ 及斯拉茨基对称性把(6.42)写成如下形式

$$x_q^c \cdot (q - s) = \left(v_b^* \int_h^{\infty}\mu dk\right) x_h / f(h), \tag{6.44}$$

它就表明强加最优税收体制之于收费者 h 需求的近似补偿效应,与需求对总体百分位值的导数成比例。

值得强调的是,这种处理问题的对偶方法为我们提供了一项

技术，使我们能够对某些组商品应用非线性税收，而对其它商品只应用比例税，因为我们可以很容易地表明某些 q_i 独立于 h。[①]

最后，明白地说，(6.25)实际上可被视作关于 $\int_h^\infty \mu dk$ 的微分方程。它之所以被写成上面的形式是为了虑及 μ 可能是不连续的，而这种情况只会在 x 不连续处才会发生。

7. m 维总体

虽然一维总体对于特定问题的计算与检验而言，是个特别有用的模型，但是，从这方面来看，它并不是对现实的精确表示。定理 6.2 可以被一般化到 m 维情形中去，这里 m 个参数 $h_1, \cdots, h_m$ 的取值范围都是非负象限。函数 $\mu(h)$ 变为了一个 m 维向量域，而定理的主要方程变为

$$(q - s')f = u_\xi s'_h \cdot M = u_\xi \sum_1^m \frac{\partial s'}{\partial j_j} M_j,$$

这里

$$M_j = \int_{h_j}^\infty \mu j(h_1, \cdots, h_{j-1}, k, h_{j+1}, \cdots, h_n) dk, \quad (7.1)$$

和

$$\sum_1^M \mu j - \frac{1}{u_\xi} u_{\xi h} \cdot M = (\frac{1}{u_\xi} - \nu) f, \quad (7.2)$$

（忽略角点解不计）在 μ（和 x）连续变化的情形之中，(7.2)可写为

$$\Delta \cdot M - \frac{1}{u_\xi} u_{\xi h} \cdot M = (\frac{1}{u_\xi} - \nu) f,$$

这里 $\Delta \cdot M = \Sigma \partial M_j / \partial h_j$ 是 M 的散度。用 M 表示的边界条件（它应是非负的以便充分性定理得以完成）是

当 $h_j = 0$ 时，$M_j = 0$

① 在莫里斯(1976)中，我用一种不同方法解出了这个问题。

当 $h_j \to \infty$ 时, $M_j \to 0$

这里,我们就不导出上面所述的方程了。引理 6.1 可以很容易地一般化到 m 维情形中去,并伴有 u_h 是可积向量域这样一个重要事实。这样,方程 $v(h)-v(0)=\int_0^h u_k \cdot dk$ 就可作为约束条件由 m 个不同的矩形积分路径,以 m 种不同的方式引入,以迫使最优化问题的解是可积的。m 个拉格朗日函数 μ_i 对应于这 m 个约束。

为找到最优解,我们要找出关于函数 $v, x', M_1, \cdots, M_m$ 的方程组的解(而这些函数又是 $h=(h_1, \cdots, h_m)$的函数):

$$u_\xi s_h' \cdot M=(q-s')f, \tag{7.3}$$

$$\Delta \cdot M-\frac{1}{u_\xi}u_{\xi h} \cdot M=(\frac{1}{u_\xi}-\nu)f, \tag{7.4}$$

$$\Delta v=u_h, \tag{7.5}$$

$$\text{当 } h_j=0, \infty \text{ 时}, M_j=0. \tag{7.6}$$

在这些方程之中,M 只出现在它被明确表示出来的地方。[(7.5)是一般化了的包络定理。]当 $m<n$,即特征数目小于产品数目时,(7.3)-(7.6)就可简化为关于 v 的二阶偏微分方程,它的混合边界条件详细说明了在 $h_j=0, \infty$ 之处,函数 v 和 Δv 取值为何。为此,我们首先要从(7.3)中解出作为 M, v 和 h 函数的 x。一般而言,只要 $m<n$,这就是一个从 M 到 x' 的满秩映射;因而(7.5)就给出从 x', M, h, v 到 Δv 的映射。结果,从(7.5)中得出的从 M 到 Δv 的映射和 $x'(M, v, h)$就可以逆转,给出 M 是 $\Delta v, v$ 和 h 的函数。代入(7.4)就可得到我们要的关于 v 的方程。

当 $m \geqslant n$ 时,这一步骤就行不通了。在 $m \geqslant n$ 的情形之中,你可以从(7.3)和(7.4)中消去 v 和 x',得出 v 是 $\Delta \cdot M, m$ 和 h 函数这个结果。将之代入(7.5)可得出关于 m 个函数 M_j 的由 m 个方程组成的二阶偏微分方程组,(7.6)描述了其边界条件。即使在

$m=n=2$ 时，处理它似乎也是很困难的。但解的许多方面的性质可能都是你想知道的。由于预算集边界是$(n-1)$维的，而总体是 m 维的，所以任意一点(ξ, x')都是由$(m-n+1)$维入的集合中选出的。你可能想知道这些集合像什么。如果关于 M 我们什么都不知道的话，那么(7.3)就不会再提供任何关于边际税率的信息，所以，如何刻画出应被课以最重税负的那些商品的特征，现在就是一个更深的问题了。效用函数，特别是作为 h 的函数的效用函数所具有的特殊结构，会使方程简化并提供关于解的信息，探究这种结构究竟为何是很有趣的。你可能想用它指出在实际工作中指导我们建立单参数模型的原则应该为何。

在 m 较大的模型之中，边界条件(7.6)在确定解的过程中似乎扮演着重要角色。这意味着，在这些情形之中，经济学家的本能，即依赖微分一阶条件导出解的性质，对我们不会有什么帮助。我想这正是从 m 维模型中导出任何结论之根本困难所在。

8. 消费者不确定性

在我们所考察的所有模型之中，消费者关于自身及其所拥有的机会具有完备信息。不存在税收或价格的不确定性，或税收和价格作用环境的不确定性。这里存在大量未被探讨过的问题。唯一一种我们所知较多的情形是，个人是在知道自然状态之前作出决策，而自然状态可以把个人区别开来。这是纯粹的道德风险情形。我们把消费者初始未知状态——他的未来能力，健康，或者运气——记为 θ，把作为政府政策依据的可观测结果——工资，退休日期，或者奖励——记为 y，我们假设一种函数关系

$$y=g(\theta, x) \tag{8.1}$$

这里，x 是消费者的选择变量。根据 y，政府付给消费者

$$z = \zeta(y) \tag{8.2}$$

消费者选择 x，最大化

$$Eu(\zeta(g(\theta, x)), x) \tag{8.3}$$

存在资源(或收入)约束，对具有独立与同分布状态 θ 的较大的同一总体，这一约束可以写成

$$Eh(y, \zeta(y), x) = 0 \tag{8.4}$$

的形式。这里的 y 由(8.1)给出。虽然其它福利函数也很有意义，但是具有典型意义的仍是期望效用同样也是政府最大化目标时的情形。

我不会探究分析这种问题的方法。在这种问题中，第 2 节中讨论过的一般难点赫然耸现，还产生了我在前面从没讨论过的问题。由于最大化行为约束所定义的集合可能复杂而难以处理，我们最好去寻找存在某些极其简单解的那些情形。(如果最大化行为约束并非不重要的话，那么)，就存在有三种情形。

(1) 解为一个函数 ζ 时的问题，其中我们已知期望效用函数是 x 的凹函数。在这样一种情形之中，最大化约束与一阶条件等价，因而，我们可以用库恩—塔克方法处理优化问题。通常，我们可以很容易地看出，对于哪个函数 ζ，Eu 在 x 上才是凹的，如果要得到一大类这样的函数，你也许就必须限定效用函数。但根据什么条件，你才能在事先就保证 ζ 是此类函数呢？找到这些条件是很困难的。这要求我们直接进行论证，任何其它的 ζ 都可得到改进。

(2) 由第 2 节中的讨论可知，期望效用确实可能有 $m+1$ 个全局极大值点，这里 m 是可得政策函数 ζ 所组成集合的维数。如果所有函数(解析函数，可积函数，或其它任何函数)都是可得的，那么，一个全局极大值点的连续统可能就是最优解，而不仅仅在例外情况中才是如此。因此，寻找在最优解处，有

$$Eu(\zeta(g(\theta, x), x) = u_0 \tag{8.5}$$

其中 u_0 为一常数的情形，可能是个好主意。找到最优政策的条件，并不很困难，如果政策是最优的，计算工作与进一步分析工作相对也比较容易。①

(3) 效用无界的情形可能是对现实的有效逼近，在这种情形中，可能不存在最优解，原因在于政府总是可以减少对某一小概率可能结果集的支付水平，来提高期望效用。很明显，当努力增加使得含有最小支付的事件不发生时，最小支付就是一项最优政策。在大多数有趣的情形中，努力都不能保证灾难性后果不会发生。但当这些事件真的发生时，强加异常严厉的"惩罚"就可能(近于)最优。这种形式的解会在完全合理的模型中出现，从这个方面来说，这与其中不存在消费者不确定性的模型形成了鲜明的对照。激励通常是大棒而不是胡萝卜，由稀有事件的后果来提供激励这种可能性，具有重大意义，在所有情况之中，我们都应对之予以考察。②

这三种可能性似乎穷尽了那些具有消费者不确定性问题的容易处理的解；但无论如何，它们都不能穷尽所有可能的解。我们应识别出不同类型最优解的界线而不是直接去对付优化问题，从中我们会得出这一领域中某些最有趣的结论。

9. 计算与近似

最优税收理论的主要目的在于得到关于最优政策的数值信息。在大多数这类问题之中，非凹性是一项重要的内在性质，因而，即使我们在第 2 节中解释过的约束集不连通这类较为不易处

① 戴蒙德和莫里斯(1977)考察了一个具有特殊经济意义的例子。
② 见莫里斯(1974)中的例子。

理的问题不发生，一阶条件也可能不能唯一确定最优解。举例来说，在简单的线性所得税问题当中，这里在一个简单的两商品世界中，存在两个税收参数，本质上，我们是要作单变量最大化，但我们不是通过爬山法（*hill-climbing*）或求解一阶条件法，而是通过在可能的取值范围之中进行直接搜索来完成这一工作的。[①] 一旦我们引入更多的参数，计算问题就变得严重了。即使是经验上过于简单的标准线性支出体制，一旦纳入劳动，也是会出现非凹问题的。看上去，最优税收理论能对最优商品税的计算作出贡献，而这主要是通过缩小税率的取值范围来完成的。

因此，非线性理论的一个主要优势在于，只要一个基本条件得到满足，就存在一个充分性定理，使得某些微分方程的解足以给出最优解。当总体维数大于1时，计算问题也会变得严重起来。但只要我们可以设计出经验上可接受的模型，那么，一维模型就是计算多产品模型中的最优产品税的一项很好的工具。当然，如果定理6.4的模型是适用的，并且在现有知识基础上，它看上去与其它任何一个模型同样好，那么，最优税收计算问题在本质上就简化为了一个两产品所得税问题，没有任何难以克服的计算困难。

一般而言，由于计算与模拟不是特别容易作出的。（而且，对于第8节中所提及的模型而言事情更是如此）因此，数值探讨的其它技巧是有用的。把许多问题构造为近似问题，当某些参数较小时，去探寻解的性质。我们似乎应从此得到启示。当经济中的特性分布方差较小时，我已能够得到最优产品税的近似公式，并且，当用于一次总付税收的观察值误差率较小时，我也能够得出最优产品税的近似公式；但在这里，我们没有篇幅发展这些计算了。

类似地，对于特征值非常高（或非常低）时的情况，分析非线性

① 斯特恩（*Stern*，1976）讨论并完成了最优线性所得税的计算工作。

税收政策的渐近形式也是很有趣的。但是,这通常会给出不精确的,甚至严重误导性的信息。[①] 确实,近似工作的一般原理就在于,你应努力去发现有关近似精确性的问题。在一些代表性情形中作出完整的计算以表明某些类近似的精确性是可容忍的,可能会对我们有益。甚至这也许是计算最优产品税所应遵循的最佳路线。

10. 结束语

计算和经验性问题未来有可能在最优税收理论之中突出起来。设计出足够简单使之在理论上容易处理,同时又足够丰富以至经验相关的简易模型,并不总是件容易的事。如同增长理论和计划理论(这只是近期经济学发展中的两个例子),最优税收理论相当快地达到了一个阶段,在这一阶段可能难以获得好的定理,而最优税收理论对政策的实际执行又提供了许多建议,指出了多种可能性。

但在最优税收理论中要作的理论工作仍然很多,最好的定理可能还没有发展出来。消费者不是确定性的整个领域,这里,消费者不是同质的,仍有待我们去探索。关于总体规模的变动问题,也鲜有人从事研究。现实世界中的许多方面,加班率,离散劳动选择,误解,尤其是非均衡是可以被纳入可处理的模型之中的。国际问题,像税收协定和条约,或者作用于国家的激励(例如,援助协定)也是可以加以考察的。而人们对逃漏税问题和税收管理问题的研究才刚刚起步。

这个对最优税收理论所作的说明,决不会穷尽到目前为止所

---

① 莫里斯(1971)对最优所得税问题所作的分析中提供了例子。

作的所有理论工作。相反，它集中于探讨某些基本模型，以及求解它们的方法，它对于解的性质几乎未作讨论。我对文献作一些评论来结束本章，目的在于引导读者去了解人们就这里所提出的主题到目前为止都作了什么工作。

11. 文献评论

最优税收理论发源于拉姆齐(*Ramsey*, 1927)，他求解了通过产品税从单个消费者身上征集收入这一问题。庇古(*Pigou*, 1947)讨论了拉姆齐的解，但接下来公开发表的贡献却是由鲍艾德克斯(1956)，考莱特(*Corlett*)和哈格(*Hague*, 1953—1954)和米德(*Meade*, 1955)所作出的。鲍艾德克斯仍旧假设一次总付税收(碰巧，这是多余的)，并考察了受到预算约束的公营企业的最优定价问题。这在本质上是与拉姆齐的研究相同的，但鲍艾德克斯开始运用间接效用函数。考莱特和哈格考察了问题的一种特殊情形，即通过引入税收来增进福利。而米德求解了相应的最优化的问题。60年代期间，关于公共投资折现率问题的工作通常隐含地假设了不完备性，例如不存在一次总付税收，但是1970年以前，最优税收的一般模型似乎并未出现。多种贡献出现在70年代之初：也许尤其要提到鲍莫尔(*Baumol*)和布兰德福特(*Bradford* ，1970)，戴蒙德和莫里斯(1971)，费尔德斯坦(*Feldstein*, 1972)，与科尔姆(*Kolm*, 1970)，戴蒙德和莫里斯引入了不存在一次总付税收的多消费者经济，表述并证明了效率定理，提供了对于存在性问题的讨论，给出了可以明确得到最优解的一种情形。莫里斯(1969)指出了这一工作对于国民收入测算的应用。

这一工作和以后的贡献在桑德姆(*Sandmo*, 1976)所作的简洁综述中得到了讨论，它还包括了一个有用的书目提要。桑德姆

的文章构成了《公共经济学杂志》(*Journal of Public Economics*)7—8月号中专题讨论的一个部分，这一期杂志中含有多篇有益的论文。最优税收理论近期的许多工作都发表在这一杂志上。

我精选了一些参考文献作为第2至8节的结尾。我所提供的参考文献决不是完整的，它甚至没有把1977年到本文写作期间为止的文献完整地纳入其中。现在，已有两本对最优税收理论作出了广泛说明的著作出版，它们是阿肯森和斯蒂格里兹(1980)和特什(*Tresch*，1981)。

第二节

这里提供的材料是从未出版过的。斯宾塞和泽克豪泽(1971)文章中对于我们所讨论的那种问题进行了分类。海尔普曼(*Helpman*)和拉丰(*Laffont*，1975)认识到了最大化约束条件所带来的某些难题。关于逃漏税问题，见斯里尼瓦桑(*Srinivasan*，1973)。

第三节

在个人信息基础上对一次总付税收所作的考察是与"信号传递"和"甄别"方面的工作联系在一起的：斯宾塞(1973)和斯蒂格里兹(1976)。莫里斯(1974)提及了问题的某些方面。

第四节

效率及其它影子价格的结论对于成本—收益分析而言是很重要的：读者可以查阅戴蒙德(1968)，利特尔(*Little*)和莫里斯(1974)，以及达斯古普塔和斯蒂格里兹(1974)。利润为正时的效率问题首先是在达斯古普塔和斯蒂格里兹(1972)中加以讨论的。也见莫里斯(1972)。

第五节

除了上面谈到的工作以外，下述工作也应予提及：达斯古普塔和斯蒂格里兹（1971），阿肯森和斯蒂格里兹（1972），戴蒙德（1975）以及阿肯森和斯蒂格里兹（1976）。迪克西特（1975）和盖斯诺瑞（1977）讨论了产品税变动带来的福利效应。

第六节

莫里斯（1971）给出了非线性税收的一种特殊情形，并有广泛的结论和数值计算。上述定理 6.1 一般化了支持这篇论文的结论，这一结论似乎不宜就某一特殊情形而发表。莫里斯（1976）在可微性假设的条件下讨论了更为一般的模型。也见阿肯森（1973），费尔普斯（*Phelps*，1973），阿肯森和斯蒂格里兹（1976），塞卡（*Sadka*，1976），以及塞德（*Seade*，1977）。奥曼（*Aumann*）和库兹（*Kurz*，1977）中给出了一种集中于讨价还价而非最优化的有趣方法。

第七节

莫里斯（1976）中给出了最优化条件。莫里斯和斯宾塞就具有许多特征的最优化问题中的特例所作的研究工作，还未完成。

第八节

上面谈到的论文莫里斯（1974）及海尔普曼和拉丰（1975）和这里讨论的问题有关。在莫里斯（1974）中，对于把一阶条件作为约束条件并不充分还没有足够的了解。戴蒙德和莫里斯（1977）对于一种有趣的特例作了非常完整而明确的分析，这里消费者作出退休选择，而政府作出社会保险体制选择。

参考文献

Atkinson, A.B. (1973), "How progressive should income tax be?", in: M. Parkin, ed., *Essays in Modern Economics*, pp. 90 – 109. London: Longmans.

Atkinson, A.B. and J.E. Stiglitz (1972), "The structure of indirect taxation and economic efficiency", *Journal of Public Economics*, 1: 97 – 119.

Atkinson, A.B. and J.E. Stiglitz (1976), "The design of tax structure: Direct versus indirect taxation", *Journal of Public Economics*, 6: 55 – 75.

Atkinson, A.B. and J.E. Stiglitz (1980), *Lectures on Public Economics*. New York: McGraw – Hill.

Aumann, R.J. and M Kurz (1977), "Power and taxes", *Econometrica*, 45: 1137 – 1162.

Baumol, W.J. and D.F. Brandford (1970), "Optimal departures from marginal cost pricing", *American Economic Review*, 60: 265 – 283.

Bröcker, T.H. (1975), *Differential Germs and Catastrophes*. Cambridge: Cambridge University Press.

Boiteux, M. (1956), "Sur la gestion des monopoles publics astreint à l'équilibre budgétaire", *Econometrica*, 24: 22 – 40.

Corlett, W.J. and D.C. Hague (1953 – 54), "Complementarity and the excess burden of taxation", *Review of Economic Studies*, 21: 21 – 30.

Dasgupta, P. and J.E. Stiglitz (1971), "Differential taxation, public goods and economic efficiency", *Review of Economic Studies*, 38: 151 – 174.

Dasgupta, P. and J.E. Stiglitz (1972), "On optimal taxation and public production", *Review of Economic Studies*, 39: 87 – 104.

Dasgupta, P. and J.E. Stiglitz (1974), "Benefit – cost analysis and trade policies", *Journal of Political Economy*, 82: 1 – 33.

Diamond, P.A. (1968), "The opportunity costs of public investment: A comment", *Quarterly Journal of Economics*, 82: 682 – 686.

Diamond, P.A. (1975), "A many – person Ramsey tax rule", *Journal of*

Public Economics, 4:335 – 342.

Diamond, P.A. and J.A. Mirrlees (1971), "Optimal taxation and public production I – II", *American Economic Review*, 61:8 – 27, 261 – 278.

Diamond, P. A. and J.A. Mirrlees(1976), "Private constant returns to scale and public shadow prices", *Review of Economic Studies*, 43:41 – 48.

Diamond, P. A. and J. A. Mirrlees (1977), "A model of social insurance with retirement", *Journal of Public Economics*, 10:295 – 336.

Dixit. A. K. (1975), "Welfare effects of tax and price changes", *Journal of Public Economics*, 4:103 – 124.

Dixit, A. K. (1976), "Public finance in a Keynesian temporary equilibrium", *Journal of Economic Theory*, 12.

Feldstein, M.S. (1972), "Distributional equity and the optimal structure of public prices", *American Economic Review*, 62:32 – 36.

Groves, T. and J. Ledyard (1977), "Optimal allocation of public goods: A solution to the 'free – rider' problem", *Econometrica*, 45:783 – 810.

Guesnerie R. (1975), "Production of the public sector and taxation in a simple second best model", *Journal of Economic Theory*, 10:127 – 156.

Guesnerie, R. (1977), "On the direction of tax reform", *Journal of Public Economics*, 7:179 – 202.

Hahn, F. H. (1973), "On optimum taxation", *Journal of Economic Theory*, 6:96 – 106.

Heller, W. P. and K. Shell (1974), "On optimal taxation with costly administration", *American Economic Review, Papers and Proceedings*, 64:338 – 345.

Helpman, E. and J. – J. Laffont (1975), "On moral hazard in general equilibrium theory", *Journal of Economic Theory*, 10:8 – 23.

Kolm, S. Ch. (1970), *La Theorie des Contraintes de Valeur et Ses Applications*. Paris: Dunod.

Little, I. M. D. and J. A. Mirrlees (1974), *Project appraisal and plan-*

ning for developing countries. London: Heinemann, and New York: Basic Books.

Meade, J.E. (1955), *Trade and welfare*. London: Oxford University Press.

Mirrlees, J.A. (1969), "The evaluation of national income in an imperfect economy", *Pakistan Development Review*, 9:1 – 13.

Mirrlees, J.A. (1971), "An exploration in the theory of optimum income taxation", *Review of Economic Studies*, 38:175 – 208.

Mirrlees, J. A. (1972), "On producer taxation", *Review of Economic Studies*, 39:105 – 111.

Mirrlees, J.A. (1974), "Notes on welfare economics, information, and uncertainty", in: M. Balch, D. McFadden and S. Wu, eds., *Essays in Equilibrium Behaviour Under Uncertainty*. Amsterdam: North – Holland.

Mirrlees, J.A. (1976), "Optimal tax theory: A synthesis", *Journal of Public Economics*, 6:327 – 358.

Mirrlees, J.A. and K.W.S. Roberts (1980), "Functions with multiple maxima", mimeographed. Oxford: Nuffield College.

Munk, K. J. (1978), "Differential taxation and economic efficiency reconsidered", *Review of Economic Studies*.

Phelps, E.S. (1973), "Wage taxation for economic justice", *Quarterly Journal of Economics*, 87:331 – 354.

Pigou, A.C. (1947), *A Study in Public Finance*, 3rd ed. London: Macmillan; 1st ed. (1928).

Ramsey, F.P. (1927), "A contribution to the theory of taxation", *Economic Journal*, 37:47 – 61.

Sadka, E. (1976), "On income distribution, incentive effects and optimal income taxation", *Review of Economic Studies*, 43:261 – 267.

Seade, J.K. (1977), "On the shape of optimal tax schedules", *Journal of Public Economics*, 7:203 – 235.

Sen, A.K. (1973), *On Economic Inequality*. Oxford: Clarendon Press.

Spence, M. (1973), "Job market signalling", *Quarterly Journal of Economics*, 87:355 – 379.

Spence, M. and R. Zeckhauser (1971), "Insurance, information, and individual action", *American Economic Review*, 61:380 – 387.

Srinivasan, T.N. (1973), "Tax evasion: A model", *Journal of Public Economics* 2:339 – 346.

Stern, N.H. (1976), "On the specification of models of optimum income taxation", *Journal of Public Economics*, 6:123 – 162.

Stiglitz, J.E. (1975), "Information and economic analysis", in: M. Parkin and A.R. Nobay, eds., *Current Economic Problems*. Cambridge: Cambridge University Press.

Swinnerton – Dyer, H.P.F. (1959), "On an extremal problem", *Proceedings of the London Mathematical Society*.

Tresch, R.W. (1981), *Public Finance: A Normative Theory*. Plano, TX: Business Publications.

(袁诚、马捷 译)

原载于 Handbook of Mathematical Economics,
24 chapter, P.1197—1249。

附录一

信息与激励：萝卜和大棒的经济学
——在 1996 年诺贝尔授奖仪式上的演讲

詹姆斯·莫里斯

1996 年 12 月 9 日

看不见的手

在这个演讲里，我将简要地讨论关于"无知"的理论。让我从亚当·斯密对经济学的最著名的贡献开始。斯密认为，独立自私的个人通过在经济制度中一起生活和工作，可以达到对所有人都最好的结果。在《道德情操论》中，斯密写到：

> "富人从许多事情中只选择最珍贵、最令人愉快的东西。他们消费的并不比穷人多多少；尽管他们在本性上是自私和贪婪的，……他们与穷人共同分享所取得的所有成果。在一只看不见的手的引导下，他们做出与如果所有财富在居民中等量分配时相同的必需品的分配。"（IV. i. 10）

这当然远不是后来称为帕累托"最优"的经济均衡的概念。事实上，如所引证的，斯密早期的主张并不非常言之有理。但它提出了主要论题：经济作为一个系统是如何运行的，每个人能从这个系统中得到些什么。后来，在《国富论》中，斯密正确地争辩说，个人利润的最大化意味着我们可以称之为的国民收入的最大化。他写到：

"……通过按产品价值最大化的方式指导生产，(每个人)只关心自己的所得；但如同在许多其他情形一样，他这样做的时候，由一只看不见的手引导，推进了本不属于他的意图的目标。"(第2章第4节)

斯密在这里没有说到对穷人可能的优势；确实，他丝毫没有讲到收益的分配问题。

如数代经济学家被告知的，看不见的手的学说有两个组成部分。第一部分是，一个经济均衡是帕累托最优的，即：均衡的产品和活动的配置具有如下特征：没有任何其他的配置可以使每个人的处境都变得更好。只是在非常弱的意义上，均衡配置是一个好的配置，但它对每个人都比许多其他可能的配置更好。这里，经济均衡必须是完全竞争的。第二部分说的是，任何帕累托最优配置都可以是一个经济均衡。为此，财产在人们之间的初始分配必须安排正确。为了保证所希望的配置作为均衡出现，或许要求资源确实在所有居民中同比例分配。这第二个命题，至少按其标准形式，假定技术可行性特征使得完全竞争均衡会出现。特别是，规模经济必须排除；或者，在存在规模经济的产业中，生产水平必须用其他方式决定，比如说，通过某种形式的计划安排。这是一个很有意思的问题，不过，我将不去讨论它。[①]

这两个命题就是我在50年代学到的福利经济学理论的核心内容。I. 利特尔(*Ian Little*, 1950)，特别是J. 格拉夫(*Jan Graaf*, 1950)，指出了这一理论存在的许多严重困难，特别是如果我们要把它作为指导经济政策和意识形态的基础的话。这一理论支撑了经济学家认为他们能够告诉世界及其统治者的大部分东西。它是自由贸易学说、对垄断企业实施控制及成本—收益分析方法的基础，也为公共企业的边际成本定价提供了依据。这一理

① 见莫里斯(1995)对这一命题的扩展及其中引到的文献。

论也被用来支持自由市场和私人财产制度的扩展。并推荐即使在计划经济中也应该使用价格制度。

然而，这一理论的缺陷看来也是很严重的。许多经济交易发生在个人或企业之间，其中，至少交易的一方具有相当的垄断力量。就后一点而言，原因可能在于搜寻成本、转换成本及关于未来履约的不确定性(如信贷市场上)。这些因素在竞争均衡模型中没有被考虑。人们或许会争辩说，对标准假设的这些偏离是很小的，在经济学可以忽略的误差边际之内。但我本人并不这样认为。

另一个主要缺陷是，在人们能够宣称所导致的均衡是好的之前，我们需要有一个财产在个人之间的特定分配。这个要求，如果适当地理解，是不大可能实现的。

这一困难的实质是什么？在我看来，到50年代，它已变得相当清楚。比如说，威廉姆·维克瑞的论文就清楚地指出这个问题[①]。如果我们要有一个好的均衡，我们必须想象一个好的政府，它干需要干的事情，即，创造一个财产的分配，使得所希望的配置确实是一个均衡。或许如此，在一个极端简单的模型中，所有的人都是相同的，每个人从单一的消费品中获得效用，消费品的总供给是固定的。这或许就是许多经济学家心目中的模型。在这样的模型中，政府很容易干自己应该干的事情。假定消费的边际效用是递减的，个人之间的效用是可比的，那么，财产的平均分配就是我们所需要的。除了人口普查，不需要其他信息。人们可能对效用水平的可度量性，甚至效用本身的意义，提出质疑；但至少在粗略的、易于处理的角度讲，我们有很好的理由认为，将财富从富人向穷人的转移，是一个改进。将这个逻辑推广到极端，财富应该平均

---

① 维克瑞(1945)讨论了这个问题，尽管有些简略。这篇论文实际上提出了我后面要讨论的再分配性税制模型。

分配。

当然,有很好的理由相信,这不会是一个受欢迎的政策。显然,如果完全的平均分配得到实施,人们工作的积极性就不存在了。“从按能力分配到按需要分配”(卡尔·马克思《哥达纲领批判》),是不可行的,即便是合意的。但上述简单模型并没有考虑这一点。

税收制度

准确地讲,什么是问题所在?一般来说,在现实中,福利经济学第一定理所要求的财产再分配需要某种信息,而政府可能无法获得这种信息。这个理想的政府首先必须知道,每个人已经拥有多少财富,他们能够干些什么,然后才能谈得上决定给予每个人多少,或从他手里拿走多少。如果人们知道政府需要这样的信息,他们就会以这样或那样的方式伪装自己,如果这样做对他们有利的话。第二福利定理的信息要求是不可能达到的。经济学家把那种只依赖于个人特征而与行为无关的再分配称为一次性转移支付。所希望的一次性转移支付实际上是不可能的,因为它要求政府拥有事实上并不拥有的信息。试图实施这样的政策一定会摧毁这些政策赖以建立的信息的价值。

沿着这一思路,在60年代中期,我和彼得·戴蒙德就坚信,人们应该在公共财政的框架内考虑经济福利和经济政策问题。最初,我们研究了一个一般经济模型,其中,政府完全无法使用一次性转移支付。[1] 这显然有点走得过远。我们随后讨论了政府可以使用单一一次性税(或更合理性讲,补贴)的情况;否则,政府不得不使用从福利角度看扭曲的税收。在这样一个模型里,所有的消

---

① 我们发展的理论最终用两篇文章发表,见戴蒙德和莫里斯(1971)。

费者和生产者都是价格的接受者，但他们并不一定面对相同的价格，因为税率可以使交易双方面对不同的实际价格。这是一个传统模型，因为私人单位的行为是竞争性的；但它是一个扭曲的经济，而这种扭曲是最优的。这就是我们想研究的东西。

存在一些有关扭曲性税收的重要的早期文献。弗朗克·拉姆齐早在 1927 年就应 *A. C.* 庇古的要求研究了这一理论。他考虑了由相同的消费者组成的经济，假定政府预算收入只能通过商品税取得。后来，*M.* 鲍艾德克斯(1956)在法国独立地发展出了零利润约束下的公用事业定价的同样理论，有意思的是，后者假定政府使用完全的一次性转移支付。西格-克里斯特夫·科尔姆(*Serge-Christophe Kolm*，1971)也发展了一个系统的一般理论。

对我现在要讲的故事而言，有趣的是我们所发展的理论的形式，而不是它的内容和含义。在我们的理论中，政府的行动只是它能观察到的东西的函数。我们假定，政府不能观察到单个消费者的特征，而只能观察到他们的行为。产品税就是这样一个例子，它提供给政府的收入与消费者选择的购买数量成比例。政策选择考虑了消费者对税率变化的反应，即购买数量的变化。所有这些政策工具，用我们现在的话说，都是激励相容的：政府完全考虑了人们出于自身利益对税制的反应。

有关消费者特征的有一方面的信息是需要的，这就是这些特征在总体中的分布。政府由于某种原因知道这个分布。原则上讲，政府可以通过询问人们或用各种试验获得它。因为这种信息只是以加总的形式被利用，单个消费者不会因为向政府说真话而损失(或得到)什么。只有当单个消费者的纳税义务受到这种显示的影响时，激励相容才被破坏。我们假定政府能获得并使用一个关于消费者的计量模型，其中消费者类型的分布——对不同产品的偏好强度，劳动供给特征——是通过样本消费者的行为估计的。

最优税率和所希望的税率变化的方向的计算也以这样的方式进行。人们还应该显性地考虑人口中特征分布的不确实性及由此引起的预算平衡问题，不过，我们没有费心思讨论这些相对不重要的复杂问题。

这样，我们得到的是一个具有非对称信息的模型，在这个模型中，当政府在制定政策时，单个消费者对自己的偏好和能力比政府了解的更多。因为所有的政策参数都可以在模型中提到，它是一个相当一般的模型。这种一般性并没有完全开发。

所　得　税

更为具体地研究一个具有现实经济的大部分显著特征的特定模型是很有意思的。这样一个模型描述了一个无时间维度的经济，人们享受单一的消费品，供给劳动服务。如同前面提到的，威廉姆·维克瑞已经讨论过这样一个模型中的最优税问题，尽管他没有能力解它。在这样一个模型中，再分配性税收可以简单地描述为所得税，它决定个人消费与个人劳动收入之间的函数关系。

所得税的问题在于，税收可能是收入的非常复杂的函数：税收不一定与收入成比例，在现实中也很少如此。在现实经济中，个人收入实际上由几部分构成。将劳动收入与来自资本的收入加以区分通常并不困难，至少概念上如此。〔在实际中，特别是涉及自我雇佣的场合，作出这种区分可能并不容易。来自资本(包括住房)的净收入本身也可能难以度量。〕下面，我将假定，我们只讨论劳动收入。劳动收入可以非线性地课税。其他产品，如电话，电力等，也如此。完全非线性税，如同线性税一样，是激励相容的：税的计算以共同可观察的消费者的行为为基础。我们假定，非线性税收更好一些，因为它比线性税更具一般性。

现实中，人们不可能事先告诉非线性税好到什么程度。大部

分国家有过，并且仍然有着，相当不同的边际劳动收入税率。在大多数情况下，收入税法规定，边际税率随收入而增长。在社会保险和税制安排中，还有一些其他因素，也类似收入税，如失业保险，或低收入支持安排等。在许多情况下，它们创造了相当高的低收入边际税率：保险津贴随收入增加而削减，有时几乎是一对一的关系。因此，典型的实际税制对低收入和高收入都有很高的边际税率，而在中等收入区间，边际税率较低。把资本收益税之外的大部分税理解为劳动收入税是很诱人的：如果不同的消费者被课以相同的税率，这样做是正确的。无论如何，我们可以用这样的方式来相当接近地逼近实际税制。

考虑最优收入税制的下一步骤是，不去直接考虑税率问题，代之以，考虑实际产品和劳动的配置。这看上去有些自相矛盾。但结果证明，在一般福利经济学的框架内考虑最优化是有好处的。在我之前所有的工作已经从这里开始，但现在，除了配置的可行性约束外，我们有了新的一类约束，即激励相容约束。根据税率考虑问题，已经抓住了激励相容转移支付的想法。但这确实是一个更为基本的思想。我们要问的问题是：如果政策必须是激励相容的，什么样的配置是可能的？看上去，在一个特殊的模型中讨论这个问题最好，但事实上，答案被证明在一个相当一般的模型中是相当简单的。

在很长时期，特殊模型对我似乎是很自然的。在这样一个模型里，每个消费者可以选择供给多少劳动，每个人的状况用消费和劳动供给两个变量来描述。每个人的类型由一个单一参数，生产率，或等价地，他的工资率来定义。经济中存在一个给定的工资率分布，这是政府知道的。工资率是不同个人的实际的、事实上的生产率。政府可以观察每个人的总产出，它等于工资率与工作数量的乘积，但政府无法观察其中的任何单个变量。这个可观察性假

设有点极端，我将回过头来讨论这一点。但确实存在着对政府可观的变量的严重限制，这个特殊的假设对应于税收制度几乎总是要干的事情：税收只与总收入相联系，而不是与工资率相联系。

政府还被假定有一个目标，即最大化福利度量，它等于个人效用的加总，个人效用定义在消费和工作上。就分析的第一步而言，这是无关紧要的。这第一步就是找到一种方法，来描述对政府来讲可行的实际配置，也就是说，满足激励相容的消费和工作的实际分配。这些配置的可行性只是对某种劳动收入税制而言的，但我想描述什么样的配置是可行的，而不考虑税收，那是建立一个可计算的一般税收模型的实质性步骤。

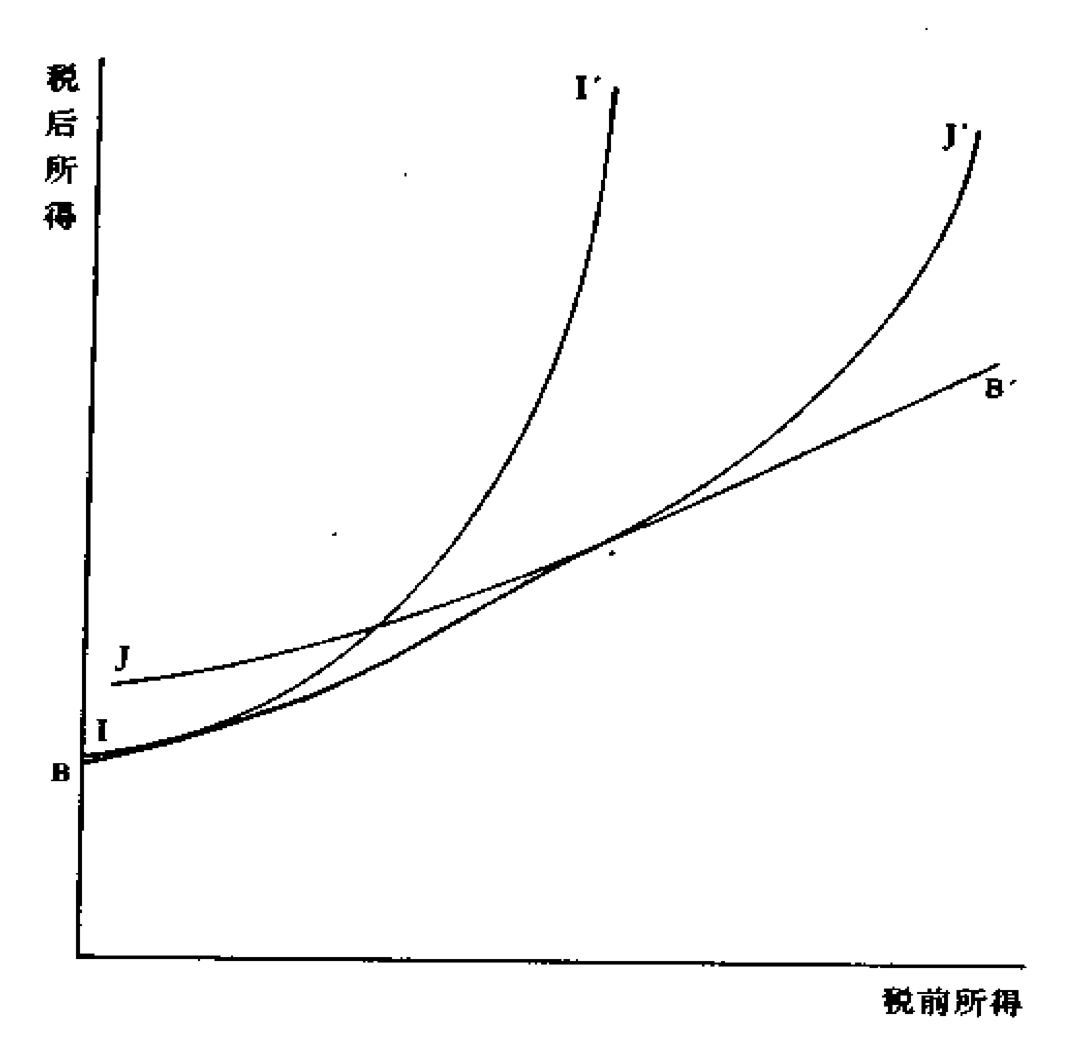


图 1　激励相容

我说过，答案是简单的，它表述在图1中。对每一个消费者，称工资和劳动的乘积为收入。激励相容要求，每个消费者从消费—收入组合的可行集合中选择。这个集合由消费和收入在消费者之间的配置来定义。图中的曲线BB'描述了这个配置，它给出了不同收入水平上的消费。每个消费者从那条曲线中选择；每个人有一条与配置曲线相切的无差异曲线，如图中的II'和JJ'。更准确地讲，我称为曲线的东西在技术上讲可能并不是一条曲线，它可能由一些角点组成。仍然，从这个简单的论证得到的结论仍然是，配置曲线BB'一定是由每人一条无差异曲线组成的集合的下包络线。结果，效用随工资的增长而增长，增长率等于效用对工资的导数，假定消费和收入不变。还有，收入是消费者工资水平的一个增函数。这两个事实一起完全刻画了激励相容的消费—收入配置集合。

为了证明上述结论，需要一个关键的假设。我们不得不假定，具有高工资率的人总是发现比低工资率的人更容易创造更多的收入（通过工作）。这个假设比听起来更具限制性，它远不止于一个递增工资的定义，但似乎是一个完全合理的假设。在图中，这个假设意味着，不同人的无差异曲线只相交一次，故称为单交叉点条件（*single-crossing condition*），（有时又称为斯宾塞—莫里斯条件）。有了这个假设，我们就得到了对激励相容配置的完全刻画。

进一步，非常关键的是，最优所得税的原问题现在可以转化为某种类似标准的控制论的问题，其中，效用水平是状态变量，收入是控制变量。刚才描述的包网条件实质上等价于这样的说法：人口中，效用对工资的增长率等于个人效用函数对工资的偏导数，它正是所知的个人消费、收入和工资的函数。更真实一点讲，我们不得不以某种形式一般化这一点，因为效用并不总是工资的光滑函数，从而对这一结论的完全数学证明是相当复杂的。对结果的计

算也不是不重要的，因为事实上，我们不得不检查是否存在所有人都选择相同收入的消费者区间。但这是可以做的。[1]

这个分析的一个令人兴奋而又完全出乎意外的特征是它的有效性。这样说有些生硬。让我们说，使用完全的非线性税收的确解决了一直令税收理论家感到麻烦的一个问题。在我和戴蒙德所作的最优产品税分析中，我们获得了最优税的一阶条件，并探究了各种解释和含义；但这些条件只是最优化的必要条件而非充足条件。在任何特定的模型中，计算最优税率要求的远不止解一阶条件，除非碰运气，有一个唯一的解。这个问题在具有完全的一次性转移的简单福利经济学中不会带来麻烦。在所得税问题里，相对简单的条件（对我所使用的特定模型，是容易检查的）意味着方程的解的确给出最优：一阶条件既是必要条件，又是充分条件。在进行计算后，我们就知道我们有了正确的答案，而不止是一个可能是正确的答案。

在任何特定的情形，模型的解表明消费如何与收入相联系。从这点出发，我们可以谈论所得税率——解释为收入与消费之间的差额。记住，在模型里，配置只是用这样的税来达到。模型中的所得税对应于现实世界的劳动所得税和消费税（如增值税）之和。

我对一些特殊的情形作过计算。有三个方面的关键假设：工资的分布，个人对消费和工作的偏好的特征，及所假定的从处境好的人向处境不好的人的转移支付的合意程度（即福利函数加总个人效用的方法）。在 1971 年的论文中，我就消费—工作偏好作了最简单的合理假设，即，消费与暇闲之间存在单位替代弹性。至少就男性工人而言，那时以来的工作表明，弹性是相当高的。后来的

---

[1] 所有这些都陈述于莫里斯(1971)，但完整的数学证明只出现在莫里斯(1982)。

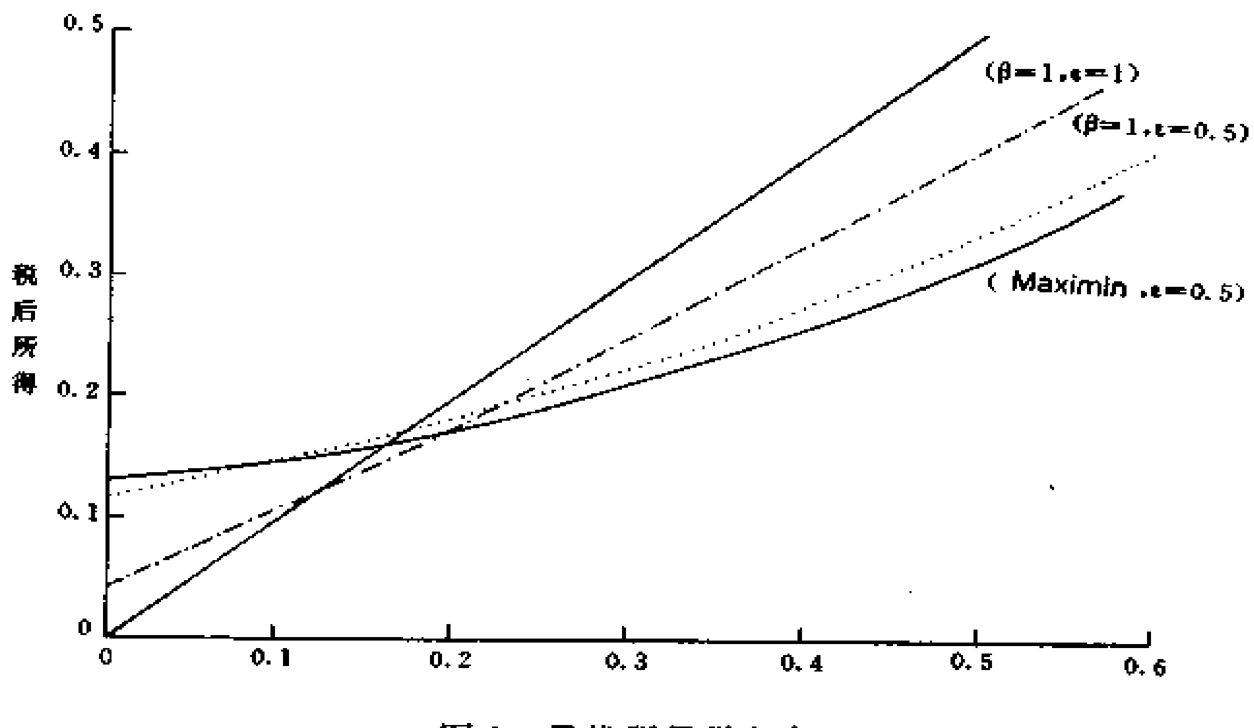


图 2　最优所得税方案

$\beta=1$ 意味着福利等于效用的加总。

ϵ 是消费者的消费与劳动之间的替代弹性。

资料来源：M.陶马拉：《公共经济学杂志》(1984)。

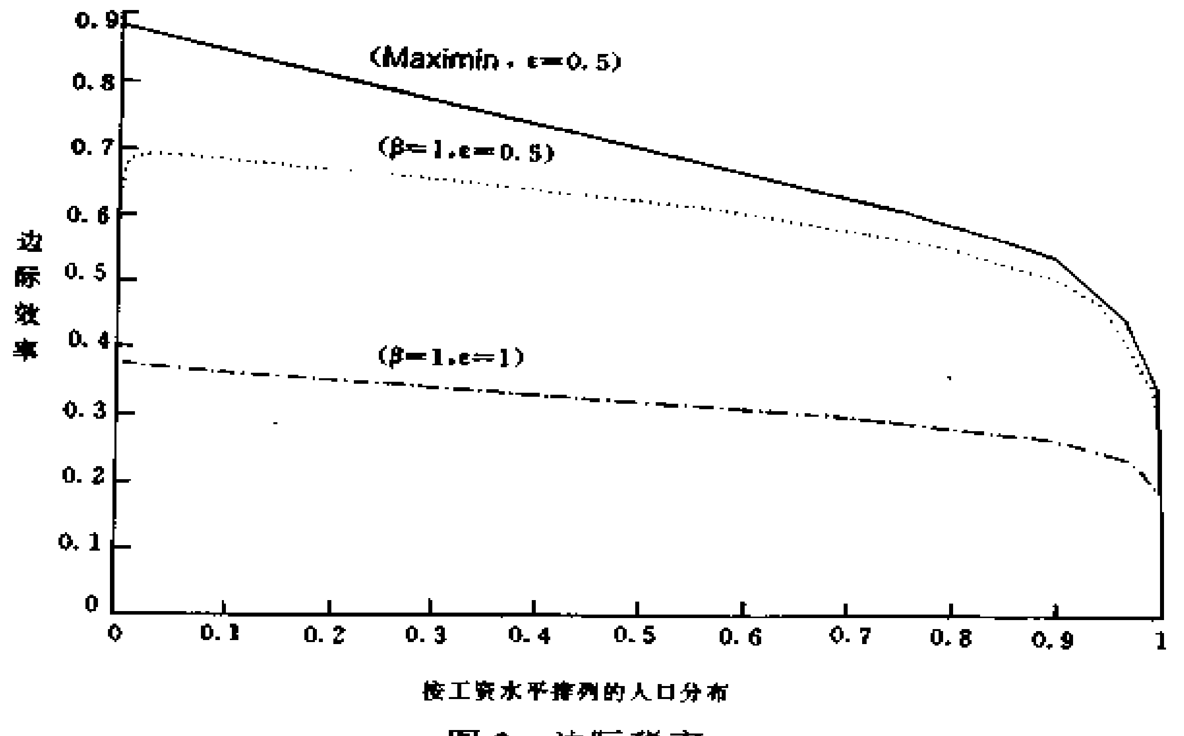


图 3　边际税率

资料来源：M.陶马拉：《公共经济学杂志》(1984)。

研究表明[①]，作为结果，边际税率应该大于最初计算出的水平。劳动所得的分布并不总是容易观察的。无论如何，跨期决策是现实世界中一个重要问题，而在模型中全然没有涉及。我试过对数正态分布和帕累托分布两种情况，给出了相当不同的结论，特别是在高收入区。不同的福利函数对低收入比对高收入影响更大，并且有很好的理由证明这一点。我还假定了一个所要求的公共支出水平(国防、警察，而非福利支付，后者是最优税制的组成部分。)

图 2 和图 3 举例说明了某些结果，计算是由陶马拉给出的。参数 β 和 ϵ 分别代表所假定的平均主义程度和消费与劳动供给之间的替代率。$\epsilon=1$ 对应于 1971 年论文计算的情形，$\epsilon=0.5$ 可能是一个更为现实的值。

关于上述结果，有几个引人注目的结论。在许多情形中，边际税率在中等收入区是最高的，而在高收入区和低收入区较低。这与实际税制正好相反。这个特征在当时看来是相当强健的，尽管后来的计算和结果表明，边际税率在最低收入可能是相当高的。(如果福利函数是高度平均主义的，边际税率表现为一路下降直到高收入区间。)另一个结论，尽管数值上并不显著，但是相当重要的，是最优化要求一个正的失业水平。那些选择完全不工作的人得到一个补贴，因为我们不想让他们饿死；这样，那些生产率很低的人就会发现工作是不值得的。

通过考虑收入不平等很低的极端情况，我们可以对问题有更透彻的了解。极限的情况是，每个人都有相同的收入。那么，就不会有激励相容问题。使用一次性支付的办法筹集纯粹公共支出所要求的资金是最优的，边际税率为零。现在，假定有一点不平等，工资处于从零到某个高水平的区间，但方差很小。对处于中间收

① 见陶马拉(*Tuomala*，1989)。

入区域的人(构成人口中的大多数)来讲，税收应该非常类似于平均工资的情形，即低的边际税率，平均的税率大的足以应付公共支出。但这不适用于处于最低收入的人群，因为他们本来就不可行支付一次性税的，因为那意味着负消费。因此，消费—收入曲线必须在低收入端弯曲。我们无法从这个论点中看出在低收入端，消费—收入关系的梯度应该低到什么程度，但它确实比在平均收入区域低许多，就是说，边际税率在低收入水平比在中等收入水平要高得多。

随着工资分布变得更为不平均，最优的消费—收入关系的形状以相当复杂的形式变化。低收入区域高边际税率的另一个可能的原因就会发生作用。如果人们事实上喜欢干某些水平的工作，那么，对低工资率的人们提供劳动激励就可能是不重要的。这或许意味着，对最低收入者课以接近 100% 的边际税率是最优的。彼得·戴蒙德最近的研究(未发表)表明，在较高收入区，一个倒 U—型的消费—收入关系是相当一般的，边际税率以分布方式上升，但最终会下降。

这个模型及其一般化还有一些进一步的有意思的定性结论。最知名的是菲尔浦斯(*Phelps*，1973)和萨德卡(*Sadka*，1976)的结论：最高收入者(如果有的话)的最优边际税率为零。在我自己的论文中，工资的分布是没有上界的。费尔普斯—塞卡结论实际上是说，可能发生的最高收入的边际税率应该为零。我们不大清楚实际的最高收入是多少；它不大可能接近于边际税率为零的收入水平。

还有一个重要的一般结论。阿肯森和斯蒂格勒(1976)发现了一些很好的一般条件，可以保证多消费品模型具有如下特征：均衡可以只通过劳动所得税而获得。这依赖于消费品在偏好上与劳动和消费者特征的可分离性。如果这些条件对跨时偏好是成立的，

就不应该对资本所得征税:这是单一支出税为最优的情况。克里斯蒂安森(*Christiansen*, 1981)给出的一个与此密切相关的结果是,当同时存在私人消费品和一个公共产品时,萨缪尔森公共产品规则——即边际替代率之和应该等于边际转换率——是成立的,假定消费与劳动和工资率在偏好上是分离的。这些结果要求,任意的非线性所得税是可能的,这是相当合理的。有趣的是,激励相容税制给出的结果远比当只允许线性税时能达到的结果简洁。

最后,值得提到的是,模型比看上去要一般得多,因为模型中的收入是看得见的收入,消费是消费者所得到的净所得,我们可以很容易地把逃税问题纳入分析框架,此时,消费变量是税后所得,收入是向税务当局报告的收入。此时,没有考虑的是其他类型的检查和评估。但这样的模型仍然是可用的,即使没有蓄意的逃税。在有些国家,逃税随税收水平而变化,这种可能性被认为比劳动供给的变化更重要。

非对称信息

我们一直考虑的模型只是委托人(这里是政府)和代理人(这里是消费者)之间存在非对称信息的一种情况。个人消费者对自己的能力比政府更了解。政府可以认为自己在与一个代表性的消费者打交道,但并不知道该消费者的类型。许多经济关系都可以归为委托人—代理人关系类,雇主—雇员之间的关系更是如此。如果代理人的业绩是可观察的和可度量的,但代理人比委托人在某些方面,比如说,在有关不可观察的努力与业绩之间的关系方面,有更多知识,那么,我上面描绘的分析方法就是适用的。亚当·斯密早就知道,经济生活中存在着激励问题(尽管他并没有明晰地提到不确定性,这一使偷懒成为可能的因素):

"每个人都喜欢尽可能轻松地生活;如果不论他是否履行

需要费力才能完成的任务，他都得到完全相同的报酬，玩忽职守，或者当制约他的权威并不允许他这样做时，在权威允许程度内尽可能地敷衍了事，当然是他的利益所在，至少就通常理解的利益概念上是如此。”(《国富论》V.i.f.7)

尽管人们可能认为他并不注重货币激励，但重要的是要记住，权威可能是委托一代理关系的一个很好描述。一个最优的报酬制度，在非对称信息下，可能完全具有权威主义的特征，如果它规定，报酬在某个区间随绩效迅速上升，绩效低时报酬低，绩效较高时报酬并不进一步增加多少。这样的报酬制度类似于委托人说：干这件事，否则只能给你这么多。在所得税问题中，激励方案的一个有趣特征是，消费从来不会比收入上升得更快(等价地，边际税率从来不会是负的)是最优的。更可能地，在具有非对称信息的现实情形，如此苛刻的关系从来不会是最优的。[1]

雇佣关系提出了许多有趣的新问题，如将报酬与他人的绩效相联系。如果两个人完全没有关系，因为他们的能力是不相关的，这样做是不值得的。但当他们相关时，并且如果代理人不能或没有合谋，确实有必要使报酬在某种程度上依赖于相对绩效。

我们或许并不期望政府引入既依赖于我们自己的收入又依赖于我们邻居收入的税收。但在超出我们上面描述的简单的非对称信息模型的机制设计的进一步发展中，这种可能性发挥了有趣的作用。代理人可以被要求从比我们用来描述他们简单的绩效(或收入)复杂得多的信号集合中作出选择。马斯金(*Maskin*，1985)引入这样的想法：让人们把自己放在整个工资分布中，但如果答案不一致，就将受到严厉惩罚。通过这样的办法，在某种意义上，他能够实施第一最优。这一理论看来对代理人之间的信息有很高的

① 莫里斯(1976年)探讨了这方面的问题。

要求，但派凯梯(*Piketty*, 1993)在同样的想法内发展了得到第一最优的更为合理的方法。无论如何，简单的激励相容模型并没有耗竭非对称信息情况下所有可能的激励机制。

非对称信息模型运用领域包括管制机构对企业的控制，公用事业定价等。在一个非常有趣的领域，将知道自己成本结构的企业作为代理人，不知道企业成本的管制机构作为委托人，首先是贝罗(*Baron*)和梅耶森(*Myerson*, 1983)，随后是拉丰(*Laffont*)和泰勒尔(*Tirole*)，证明了人们可以如何使用非对称信息模型来分析政府对企业的规制。这里，企业的产出和其索取的价格是由市场需求联系起来的，它们都是可观察的信息。考虑规制问题的一个办法是制定一个随产出变化的税。这可以使用我前面描述的方法来分析。

类似地，公用事业面对具有不同偏好的消费者，可以以复杂的方法将价格与消费数量联系起来。如同规制模型一样，可能存在多种产品，我们必须考虑同时对不同时间消费的定价问题。当消费者偏好的差异是多维的时，分析起来确实很困难。在这样的多维问题中，我所描述的简单的分析技术并不很有效，但威尔逊(*Wilson*, 1993)和阿姆斯特朗(*Armstrong*, 1996)已经在解决这类问题上取得了重要进展。

在所有这类运用中，时间维度可能是很重要的。回到税收问题，可以看出，有些新的棘手问题会出现。我们可以考虑以适合于他们的方法对一代人或一群人征税。每个人对共同产出作出贡献，但我们可以识别每个人的出生年并用来作为税基。因此，从理论上讲，我们可以考虑对每一群人制定不同的税制。政府不这样做；我将会回过头来解释为什么及我们是否希望如此。

假定每个人的能力与其未来能力强相关。为了简化起见，考虑一个模型，其中每个人的工资在整个工作时期保持不变。某种

特定的激励相容税制适用于第一年的收入。人们决定多么努力工作，干些什么；有些人得到高收入，有些人得到低收入。如果已经发展的理论是适用的，有较高工资的人将选择赚取较高的收入。下一年，政府知道他们上一年的所得是多少，因而可以推断他们的工资率。现在，政府可以根据工资率而不是收入征税，就是说，根据消费者的基本特征征税。不再需要担心激励问题，至少本期如此。税收可以独立于实际赚得收入，只与根据上一年业绩观察的工资相联系。在边际上，激励是最优的。与工资相联系的税等价于一次性总付税，对高工资的人将较高，对低工资的人将较低，甚至是负的。实际上，结果是，在合理的模型中，低工资的人比高工资的人过得更好。

如果这种情况预计在第二年会发生，在第一年，人们或许会决定不赚取足以显示高工资的收入。他们都可能完全选择相同的收入，比如说，零。第二年，政府就根本不可能算出工资水平；一切都不成立了。所描述期望的最优不会是一个均衡。存在一个谁都不干什么的均衡，但这是非常不令人满意的。麻烦在于，在第二年，政府按所描述的那种行为将是理性的。正是对政府理性行为的预见引出了麻烦。我们得到的是一个特别糟糕的跨期不一致性的情况。如果政府能够事先承诺一个将适用于所有未来年份的税制，我们可以回到“次优均衡”，如所描述的，它是最优的。或许，政府可以做得比这好一些。令人困惑的是，政府并不对未来税收作出任何有意义的承诺，事实上，政府也难以这样做；但所描述的问题并没有出现。通过接受生于不同时间的人受约于相同的税制这一惯例，政府可能被理解为作出这样的保证，代价是放弃了税收歧视的理想基础。

或许，我们不应该将这一点挑明。像开始思考如何学走路人一样，思考使我们自己麻烦重重。我们遇到了凯兰德和普莱斯考

特(*Kydland and Prescott*,1977)指出的宏观经济政策中存在的同样的问题。在微观经济政策中,我们不会对此太认真。或许在资本税问题中,也潜伏着这样的麻烦。

道 德 风 险

在某种程度上,代理人在作出决策时,对他们自己的兴趣和能力也不完全了解。极端的情形是,代理人并不比委托人知道的多多少,这在保险业中是广为人知的道德风险问题。如果代理人的行为不可观察,当行动与结果之间的联系并不确定时,要从观察的业绩中推判个人行为通常是不可能的。许多交易关系用这样的方式描述比用非对称信息模型描述更恰当。医疗保险一直被当作经济学文献中的一个基本例子,[①] 这或许令人惊讶。农民为使用土地而与地主分享收成似乎是一个好例子,许多事故保险也如此。当然,一般来说,每个例子都包含一些值得考虑的问题。我在这个讲演的结尾会回到这一点。

把消费—收入模型当作一个道德风险模型考察是有趣的。[②] 假定,实际劳动供给决策在生命早期作出,如在校时如何努力的决策,或职业选择。后果是不确定的。在纯粹的道德风险模型中,在决策时每个人都是相同的。政府不得不设计一个税收方案诱使人们在那个早期阶段努力工作,或许要使报酬随收入而增长,使得这些期盼能鼓励早期努力。它可能(在简单情况,一定)想要每个人有相同收入,但那样的话,人们就不会有初期努力工作的积极性。对这类问题的分析通常假定人们试图最大化他们的期望效用。有

① 见阿罗(1963)。他也讨论了有关非对称信息的一些问题。另见鲍利(*Pauly*,1968)。

② 范里安(*Varian*,1980)考察了这样一个模型,但我的讨论基本上是莫里斯(1974)部分内容在目前框架内的一个转换。

一些很好的理由使我们相信这样假设可能是一个错误。至少，有必要探究不确定环境下决策的一些替代性理论，看看有什么后果。不过，我还是用常规理论来分析。

存在某个特定的最优努力水平。必须提供激励使人们这样做。如果这是一个很好规范的问题（在简单情形，确实如此），我们不得不设法使得努力对消费的期望效用的边际影响取某个特定值。与此同时，政府面临总消费的约束，这个总消费是当人们选择那样的努力水平时可达到的总产出。面对这两个约束，政府想要最大化期望效用。为了使激励正确，某些消费水平将是低的，特别是在收入水平低的时候。更多的努力将降低低收入结果出现的概率。降低消费将改进激励，尽管这会降低期望效用。

这样，在相对于效用损失激励改进达到最大的收入水平，也就是产出概率对努力弹性大的收入水平，消费的下降应该最大。一个相对简单的说法是，当观察到的产出水平处于努力对该产出出现的概率有大的比例效应时，降低消费。

在这样的模型，对数正态收入分布有一个显著的特征。如果努力对收入效应的不确定性的本质如此，当收入趋向于零时，概率对努力的弹性趋于无穷。因此，在模型中，政府可以达到一个非常满意的结果，几乎好像激励约束可以忽略。政府通过在非常低的收入水平实行非常低的消费来做到这一点。这在多大程度上可以实现，依赖于当消费非常低时效用低到什么程度。

这是非常特别的，当然也是不可接受的。在这个特殊模型中，它不可接受的一个原因是，人们事实上可以在“最后一刻”改变他们的劳动供给。另一个原因是，它假定人们可以很聪明地计算出非常小概率的事件，这当然不是总如此。最后，假定为避免很低收入结果的所有努力都会自动地增加高收入结果的概率，也是不现实的。

然而，分析是要告诉我们某些东西，可能是相当自相矛盾的东西。它说的是，用惩罚的办法提供激励在具有道德风险的委托—代理情形是非常恰当的。这里，惩罚的意思就是我们所说的当业绩很差时代理人只能得到很低的消费。在代理人不知道行动后果的情形，就是如此。更为准确地讲，当行动的后果很不确定，分散于所有可能的结果时，惩罚可能是恰当的。在相反的情况，代理人对行动的后果有相当了解，惩罚是不适当的。对严重的车祸给予残酷的惩罚是最好的，但这对蓄谋的犯罪不成立。总的来说，我并不说服自己解是正确的，但是，为了重新形式化模型，以剔除对显然最直接和最自然情形的解的最极端特征，还有许多工作要做。

解的一个特征是有说服力的，如在雇佣关系的情形，不可能对代理人实施非常严厉的惩罚，在很坏的结果区间，代理人被解雇，在另一些结果区间，报酬可能相当快地上升。在这样的情形，我们得到的结果与权威关系没有什么不同：发出命令，期待被执行。图4举例说明了这样一个解。

经常地，在这样的问题中，人们得到相当合理的报酬方案；报酬，而不是报酬的边际效用，与概率对努力的弹性相联系。这给出了报酬方案形状的某种印象，但精确的计算有些麻烦。然而，所暗示的解的方法并不总是可行的。有一些情形，且并不特殊，我们不可能很好地描述道德风险约束，这个约束就是，激励诱出所希望的努力水平，作为代理人的选择必须满足的一阶条件。[1] 有时，应该使得代理人对两种或多种选择无差异，诱使选择其中的一种。比如说，在戴蒙德和我(1977)研究的一个最优退休模型中，最优养老金制度的一个主要特征是，使得面临随机失去工作能力的代理人对退休时间是无差异的，尽管只有一个特定的退休时期是正确的。

---

① 莫里斯(1975)。

最优方案的一个很小的搅动就可以诱使代理人一定选择那个正确的退休日期。

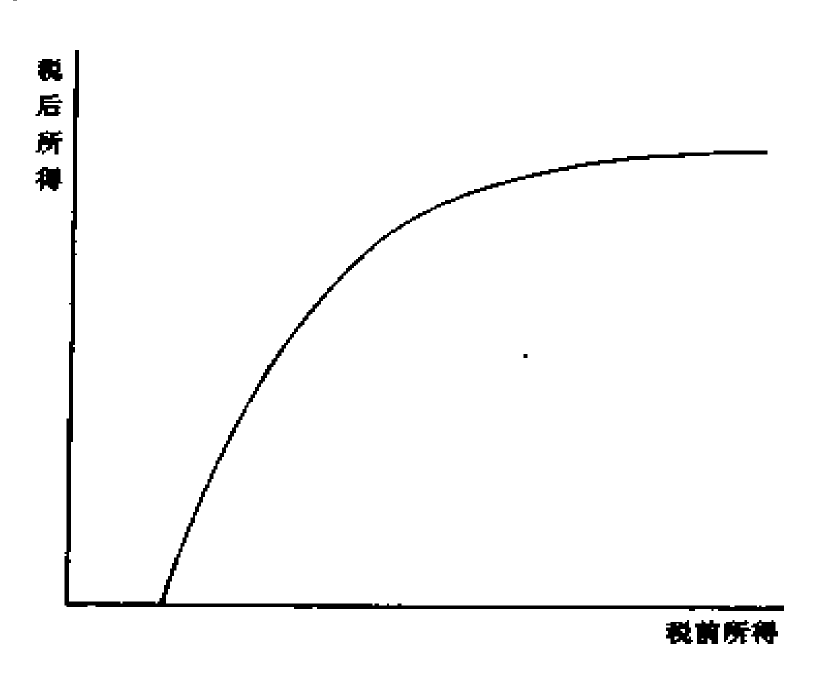


图 4 道德风险下的最优报酬方案

要事先就说清什么模型可以适当地使用代理人的一阶条件求解并不总是容易的。罗杰森(1985)证明我猜测的一组充分条件是有根据的。确实更为一般的条件是可以找到的。我们还没有接近于识别出不同情形之间的边界。令人兴奋的是,在非对称信息模型中,将代理人最优选择的一阶条件作为激励相容约束这一方法是相当可行的,至少在下述意义上讲如此:一个简单的、易处理和可理解条件足以证明这样做是合理的。当存在道德风险问题时,一个不同的方法是需要的。

当委托人和代理人之间的关系涉及道德风险时,这些复杂性使得要给出我们期望的报酬方案是什么样子是特别困难的。我谈到的报酬曲线在中段急剧上升的情形并不具有普遍意义。在一些看来合理的例子中,要得到一个简单的分享规则也惊人地困难。更为令人兴奋的是,霍姆斯特姆(*Holmstrom*)和米尔格罗姆(*Milgrom*)(1987)发现了一个例子,其中行动在时间上是连续的,最优

激励合同是线性的。

不完全信息一般

尽管人们总应该追求简化，还是有必要在考虑存在非对称信息时什么将发生，这里，委托人对投入与产出的关系比代理人知道的少，代理人选择投入，但也处于某种无知状态，当70年代委托—代理理论发展时，人们发现了一些新的合同形式出现。为具体一些，让我们再回到消费—收入模型。假定每个消费者对他的努力对收入的效应有某些了解。这种效应对不同的人不同，没有人确切知道。如果情况如此，就有一个自然的两阶段结构：首先，消费者选择做什么，然后，在下一阶段，结果出现。

在这样的环境下，委托人几乎总是值得向消费者提供一个报酬方案的选择，这个选择要在收入产生之前，事实上是在消费者知道他的劳动决策的后果之前作出。在某种意义上，对每一类消费者，有一个对应的报酬方案，每个消费者将选择最适合他的方案。不幸的是，容易算出的例子只是这样一些情形，其中，每个代理人的行动都有一个完全的效应值域，从而，最优化要求对每一类消费者有一个惩罚。也许，这确实是委托人与代理人之间最优合同集合的某种近似，但模型并不很可信。如果我们没有找出更为现实但更具挑战性的这类模型的解，那实际上是因为所建议的政策太复杂，从而无法使用。

如果我们向现实更进一步，允许消费者采取一系列的跨时劳动供给决策，这一点就更为清楚。比如说，消费者要作出教育、职业选择、为得到升迁的早期努力、工作搜寻、实践与练习、工作时间、工作年限等这样一系列选择。在每一阶段，选择的后果都是不确定的，有时大些，有时很小。这一模型的正式结构意味着，提供给代理人的不仅应该是不同方案之间的选择，而且是不同方案的

集合之间的选择。这样复杂的报酬或税收制度是不可想象的。为什么？你可以说人类并没有聪明到足以作出这样复杂的决策。更为合理地，计算出这样的决策将是成本很高的，将这些成本强加在人们身上是不合适的。我们甚至可能不知道如何计算所涉及的复杂决策的答案。

合同和激励方案的简易性确实是一个难以捉摸的概念。认识到简易的好处并不意味着要得出结论说最简单的就是最好的。的确，可能存在许多同样好的简单化方法。在激励制度方面，线性合同看来是一个好的简化。比如说，对所有收入水平实行相同的不变边际税率一直是很诱人的。在我和其他人已经作出的计算中，至少有一些计算表明，与一个最优的税制比较，采用线性制度并不会带来很大成本。确实，它可能像我们在许多国家观察到的任何税制一样好。它具有简洁和优美的优点。如此简单的税制的简易性——在我看来——并不是它相对于略微复杂一些的可变税率的一大优点。问题是，它是否比最优税制差得多。这值得估计。

但应该探究可能具有的复杂性。一个特例是将税收与工资而不是收入联系的可能性。我曾经几次转弯抹角地涉及到这一个问题。它根本不像看上去那么容易。我们谈论的是工资率，因为它们很具体且易于理解。事实上，我所使用的概念是，收入对个人作出的努力的比率。有时努力可以用小时衡量，但通常不如此。在传统的意义上，所测度的工资率基本上与收入没有什么不同，所以这样扩展税制不大可能有什么优势。我们实际想要的是，或许除收入外，税收还与职业、工作类型相联系。我根本不知道这样一个税制看上去怎样。探究出它的形式是有意思的。

另一组有趣的问题涉及上尾部收入水平的税收，这里，报酬和生产率之间通常不存在简单的关系。我要举到两个例子，它们都需认真分析，第一个例子是，经理的报酬由合同规定，合同来自企

业内委托—代理关系。因为每一个经理的合同都不会在每一年都使报酬等于劳动生产率，这是否意味着边际税率应该适当地加以调整？我们可以使这个问题变得更为有趣，因为企业与经理之间的合同形式受到税制形式的影响。

第二个例子是有关来自发明、创新、创造及竞争的报酬。我或者应该讲，问题是如何对待奖金。最好的歌手可能并不比次好（第二名）的歌手好多少，他可能主要是受到想比第二名唱得稍好或仅仅一样好的愿望的驱动。这告诉了我们有关所希望的激励合同和税制的什么？

每当我们考虑委托代理关系时，我们可以考虑创造激励的许多方法。近年来，经济机制设计理论和实践，或者说契约理论，或委托—代理理论，已经远远超出了我一直讨论的情形。或许可以合理地说，我的考虑一直是单边的，因为委托人总是制定合同条款，代理人则采取行动。不错，许多经济关系确实是单边，正如假设的那样。但还有其他许多情况不是这样，涉及合作安排或人们之间的讨价还价。有关委托—代理关系，特别之处主要不在于信息的非对称性，而在于责任的非对称性，委托人先行动，代理人跟随。这使得分析变得足够容易，从而人们能够做出某些进步。对我来讲，能对这个进步作出一些贡献是很值得的。当然，还有无数的问题有待研究。

（张维迎　译）

参考文献

Armstrong, C.M. (1996), Multiproduct nonlinear pricing, *Econometrica* 64, 51-76.

Arrow, K.J. (1963), Uncertainty and the welfare economics of medical

care. *American Economic Review*, 53, 941-69.

Atkinson, A.B. and Stiglitz, J.E. (1976), The design of tax structure: direct versus indirect taxation, *Journal of Public Economics*, 6, 55-75.

Baron, D. and Myerson, R. (1982), Regulating a monopolist with unknown costs. *Econometrica*, 50, 911-30.

Christiansen, V. (1981), Evaluation of public projects under optimal taxation, *Review of Economic Studies*, 48, 447-457.

Diamond, P.A. and Mirrlees, J.A. (1971), Optimal taxation and public production I and II, *American Economic Review*, 61, 8-27 & 261-278.

Diamond, P.A. and Mirrlees, J.A. (1977), A model of social insurance with retirement, *Journal of Public Economics*, 10, 295-336.

Graaff, J. de V. (1957), *Theoretical Welfare Economics*, Cambridge University Press.

Kolm, S.-C. (1971), *La théorie des contraintes de valeur et ses applications*, Paris: C.N.R.S. Dunod.

Kydland, F.E. and Prescott E.C. (1977), Rules rather than discretion: the inconsistency of optimal plans. *Journal of Political Economy*, 85(3).

Laffont, J-J. and Tirole, J. *A Theory of Incentives in Procurement and Regulation*. Cambridge Mass.: M.I.T. Press.

Little, I.M.D. (1950), *A Critique of Welfare Economics*, Oxford: Clarendon Press.

Maskin, E. (1985), The theory of implementation in Nash equilibria, in Hurwicz, Schmeidler and Sonnenschein (eds.) *Social goals and Social Organization*.

Mirrlees, J.A. (1971), An exploration in the theory of optimum income taxation. *Review of Economim Studies*, 38, 175-208.

Mirrlees, J.A. (1974),, Notes on welfare economics, information and uncertainty. In M. Balch, D. McFadden and S. Wu (eds.), *Essays in Equilibrium Behavior Under Uncertainty*, Amsterdam: North-Holland.

Mirrlees, J. A. (1975), The theory of moral hazard and unobservable behaviour, mimeo., Nuffield College, Oxoford. To appear in *Review of Economic Studies*.

Mirrlees, J.A. (1976), The optimal structure of incentives and authority within an organization, *Bell Journal of Economics*, 7, 105-31.

Mirrlees, J. A. (1982), The theory of optimal taxation. In K. J. Arrow and M.D. Intriligator (eds.), *Handbook of Mathematical Economics, Volume III*, Amsterdam: North-Holland.

Pauly, M. (1968), The economics of moral hazard: Comment. *American Economic Review*, 58, 531-6.

Piketty, T. (1993), Implementation of first-best allocations via generalized tax schedules, *Journal of Economic Theory*, 61, 23-41.

Rogerson, W. (1985), The first order approach to principal-agent problems. *Econometrica*, 53, 1357-1368.

Tuomala, M. (1990), *Optimal Income Tax and Redistribution*, Oxford: Clarendon Press.

Varian, H.R. (1980), Redistributive taxation as social insurance, *Journal of Public Economics*, 14, 49-68.

Wilson, R. (1993), *Nonlinear Pricing*, Oxford University Press.

附录二

詹姆斯·莫里斯著作目录

(with N. Kaldor) "A New Model of Economic Growth", *Rev. Ec. Stud.*, June 1962.

"Optimum Growth when Technology is Changing", *Rev. Ec. Stud.*, January 1967.

"Optimum Accumulation under Uncertainty" (1965, unpublished).

"Targets and Investment in Industry", Chapter in *The Crisis of Indian Planning*, eds. Streeton and Lipton (O.U.P. 1968).

"The Dynamic Nonsubstitution Theorem", *Rev. Ec. Stud.*, January 1969.

"The Evaluation of National Income in an Imperfect Economy", *Pakistan Development Review*, Spring 1969.

"Prices in a Planned Economy" in *Planning and Markets*, eds. Dunlop and Fedorenko (McGraw Hill 1969).

(with I. M. D. Little) *Manual of Industrial Project Analysis in Developing Countries, Vol. II: Social Cost Benefit Analysis* (O.E.C.D., Paris 1969).

"An Exploration in the Theory of Optimum Income Taxation", *Rev. Ec. Stud.*, April 1971.

(with P. A. Diamond) "Optimal Taxaion and Public Production I: Production Efficiency", *American Economic Review*, March 1971.

(with P. A. Diamond) "Optimal Taxation and Public Production II: Tax Rules", *American Economic Review*, June 1971.

"The Terms of Trade: Pearson on Trade, Debt, and Liquidity", in *The Widening Gap*, ed. Barbara Ward (Columbia University Press, 1971).

(with P.J. Hammond) "Agreeable Plans", in *Models of Economic Growth*, ed. Mirrlees and Stern for the I.E.A. (Macmillan 1973).

"On Producer Taxation", *Rev. Ec. Stud.*, January 1972.

(with I. M. D. Little) "Further Reflections on Project Analysis", *Development and Planning* (Essays for Paul Rosenstein-Rodan), eds. Bhagwati and Eckaus (Allen and Unwin 1972).

(with I. M. D. Little) "Reply to Critics", *Bulletin of the Oxford Institute of Statistics*, March 1972.

(with N. H. Stern) "Fairly Good Plans", *Journal of Economic Theory*, April 1972.

(with P. A. Diamond) "Aggregate Production with Consumption Externalities", *Ouarterly Journal of Economic*, 1973.

"Efficiency and Prices in the One-Good Growth Model" (1970, unpublished).

"The Optimum Town", *Swedish Journal of Economics*, 1972.

"On the Cass-Stiglitz Functional Equation" (1971, unpublished).

"Population Policy and the Taxation of Family Size", *Journal of Public Economics*, 1972.

"Optimal Accumulation under Uncertainty: the Case of Stationary Returns to Investment", in *Allocation under Uncertainty*, ed. J. Drèze (Macmillan 1974).

"Notes on Welfare Economics, Information and Uncertainty", in *Essays in Equilibrium Behavior under Uncertainty*, eds. M. Balch, D. McFadden, and S. Wu (North-Holland 1974).

"Models of Economic Growth", Introduction to volume of same title, eds. Mirrlees and Stern (Macmillan 1973).

"Rejoinder to Richardson", *Urban Studies*, 1973.

(with I. M. D. Little) *Project Appraisal and Planning for Developing Countries* (Heinemann, London, and Basic Books, New York, 1974).

"The Theory of Incentives", Conference Paper, I. M. S., Berlin, 1973.

(with A. K. Dixit and N. H. Stern) "Optimum Saving with Economies of Scale", *Rev. Ec. Stud.*, 52 (July 1975).

"A Pure Theory of Underdeveloped Economies, using a Relationship between Consumption and Productivity", *Aqriculture in Development Theory*, ed. L. Reynolds (Yale University Press, 1975).

"Optimal Taxation in a Two-Class Economy", *Journal of Public Economics*, 4, (February 1975).

(with J.A. Kay) "The Desirablility of Natural Resource Depletion", in *The Economics of Natural Resource Depletion*, ed. D. W. Pearce (Macmillan 1975).

"The Optimal Structure of Incentives and Authority within an Organization", *Bell Journal of Economics and Management Science*, Spring 1976.

(with P.A. Diamond) "Private Constant Returns and Public Shadow Prices", *Rev. Ec. Stud.*, February 1976.

(with P.A. Diamond) "On the Assignment of Liability: the Uniform Case", *Bell Journal of Economics*, Autumn 1975.

(with Azizur Rahman Khan) *Optimal Accounting Prices for a Developing Economy* (typescript for a book, under revision).

"Tax Theory and the Progressivity of Tax Systems", ISRACON conference on Public Economics, Jerusalem, June 1975 (mimeo., Nuffield College).

"Indeterminate Growth Theory", mimeo., Nuffield College, August 1975.

"Optimal Tax Theory: A Synthesis", *Journal of Public Economics*, December 1976.

"A Not Unkeynesian Model", mimeo., Nuffield College, November 1975.

"Implications for Tax Rates", Conference lecture at Institute for Fiscal Studies, published in *Taxation and Incentives*, 1976.

"The Theory of Moral Hazard and Unobservable Behaviour I", mimeo., Nuffield College, 1975.

"The Influence of Labour Supply on Optimal Taxes: A Guide to Recent Theoretical Ideas", Institute for Fiscal Studies, London, 1977.

"Arguments for Public Expenditure", in *Contemporary Economic Analysis*, eds.

Artis and Nobay, Croom-Helm, 1979.

"Social Benefit-Cost Analysis and the Distribution of Income", mimeo., Nuffield College, March, 1977. Published, in part in *World Development*, 1978.

(with P.A. Diamond) "A Model of Optimal Social Insurance with Variable Retirement", *Journal of Public Economics*, 1978.

"The Economic Uses of Utilitarianism", in *Utilitarianism and Beyond*, ed. Sen and Williams, C.U.P. 1982.

(with P.A. Diamond and J. Helms) "Optimal Taxation in a Stochastic Economy: A Cobb-Douglas Example", *Journal of Public Economics*, 1980.

"The Theory of Optimum Taxation", *Handbook of Mathematical Economics*, eds. Arrow and Intriligator, Vol. III, North-Holland, 1985.

"Imperfect Lump-sum Taxation and Nearly Optimal Taxes", mimeo., Nuffield College, 1978 (Econometric Society Meeting, Geneva, 1978).

"The Implications of Moral Hazard for Optimal Insurance", mimeo., Nuffield College, 1979.

(with K.J.W. Roberts) "Functions with Multiple Maxima", mimeo., Nuffield College, 1979.

(with P. A. Diamond) "Social Insurance where the Value of Retirement Varies", typescript, Nuffield College, 1979.

"Optimal Foreign-income taxation", *Journal of Public Economics*, 1982.

"The Welfare Economics of Invention", Walras-Bowley Lecture, Econometric Society World Congress, Aix-en-Provence, 1980.

"Intended Labour Supply", mimeo., Nuffield College, 1980.

"Consumer Uncertainty and the Optimal Income Tax", mimeo., Nuffield College, 1981 (AUTE meeting, April 1981).

(with P. A. Diamond) "Insurance Aspects of Pensions", in *Pensions, Labor and Individual Choice*, ed. David A. Wise, (Unversity of Chicago Press for NBER, 1985) pp. 317-356.

(with P.A. Diamond) "Payroll-tax financed social insurrance with variable re-

tirement", mimeo., 1984.

"Social Insurance and Nonrational Behaviour", mimeo., Nuffield College, 1983.

"Taxing Uncertain Incomes" *Oxford Economic Papers* 52, 1990.

(with I. M. D. Little) "Project Appraisal and Planning Twenty Years On", in *Proceedings of the World Bank Annual Conference on Development Economics* 1990, eds. Stanley Fischer, Dennis de Tray and Shekhar Shah (The World Bank, 1991).

(with P. A. Diamond) "Optimal Taxation of Identical Consumers when markets are incomplete", in *Economic Analysis of Markets and Games* (ed. Dasgupta, Gale, Hart and Maskin), M. I. T. Press 1992.

"Optimal Taxation and Government Finance" in *Modern Public Finance* (ed. Quigley and Smolensky), Harvard University Press, 1994.

"Welfare Economics and Economies of Scale" *Japanese Economic Review*, April, 1995.

"Private Risk and Public Action: The Economies of the Welfare State", *European Economic Review*, 39 (1995).

(with P. A. Diamond) "Social Insurance with Variable Retirement and Private Saving", mimeo., M. I. T., 1995



编者后记

詹姆斯·莫里斯教授是我在英国牛津大学读博士时的导师。尽管我自1994年回国后就开始在自己的著作和讲课中介绍他对经济学的贡献，我在北京大学的学生对他已有所了解，但总的来说，他的名字对大部分中国读者还是比较陌生的。1996年诺贝尔经济学奖宣布后，我应邀先后在北京大学、清华大学、中国人民大学、西北大学、西安交通大学、陕西财经学院、四川联合大学、西南财经大学等院校就他对信息经济学的贡献作了数次讲演，引起听众的兴趣。不少听众建议我出版他的论文集，我觉得这是一个不错的主意，随即与他联系。他很爽快地应允了，给我寄来了30多篇论文，并授权我全权负责他的论文集的中文版编辑和出版事宜（包括版权问题）。有几家出版社对出版他的论文集感兴趣，我最后选择了商务印书馆——这家中国最古老、最具声望的出版社。经与商务印书馆的编辑讨论，我从30多篇论文中选择了8篇与他获诺贝尔奖有关的经典论文，定名为《詹姆斯·莫里斯论文精选——非对称信息下的激励理论》。这就是摆在读者面前的这本书。我将论文按发表的时间顺序排列，为的是使读者更好地了解他的激励理论的发展脉络。我感到遗憾的是，由于主题和篇幅所限，我不得不将他的其他一些经典论文（特别是有关产品税和经济增长的论文）排除在外。为了弥补这个缺憾，我在书的最后附了他的论文（和书）的清单（不完全），以便有兴趣的读者去读原文。不过，我还是希望，今后有机会再出版他的其他论文。

本书的翻译工作是由马捷、张磊、吴有昌、汪列平、袁诚等5位

完成的。在我看来，莫里斯的论文无疑属于最难翻译的论文之列。我感到非常高兴的是，他们的翻译工作完成得非常出色。在此，我对他们表示衷心的感谢。我对每篇论文都作了校订。不过，由于自己水平所限，不准确的地方在所难免，只能留待读者批评了。

莫里斯教授的论文是比较难读的。为了帮助读者更好地理解他的理论，我将自己的介绍性文章"詹姆斯·莫里斯与信息经济学"收入本书。应该说明的是，我的这篇文章原来是为汤敏和茅于轼主编的《现代经济学前沿专题》(第3辑)而作的。我感谢商务印书馆和茅于轼研究员同意我将其编入《莫里斯论文精选》。

本书的出版与商务印书馆负责人的大力支持和责任编辑及有关人员的辛勤劳动是分不开的，在此表示感谢。

最后，我要感谢论文版权所有者允许我将这些论文收集出版。

张维迎

1997年1月20日

于北京大学